



Открытый урок

Алгебра

11 класс

В данной функции от x , нареченной игроком $y = f(x)$

Вы фиксируете x , отмечая индексом $x_0; f(x_0)$

Придаете вы ему тотчас приращение $x_0 + \Delta x$

Тем у функции самой вызвав изменение $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$

Приращений тех теперь взявши отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

Пробуждаете к нулю у Δx стремление $\Delta x \rightarrow 0$

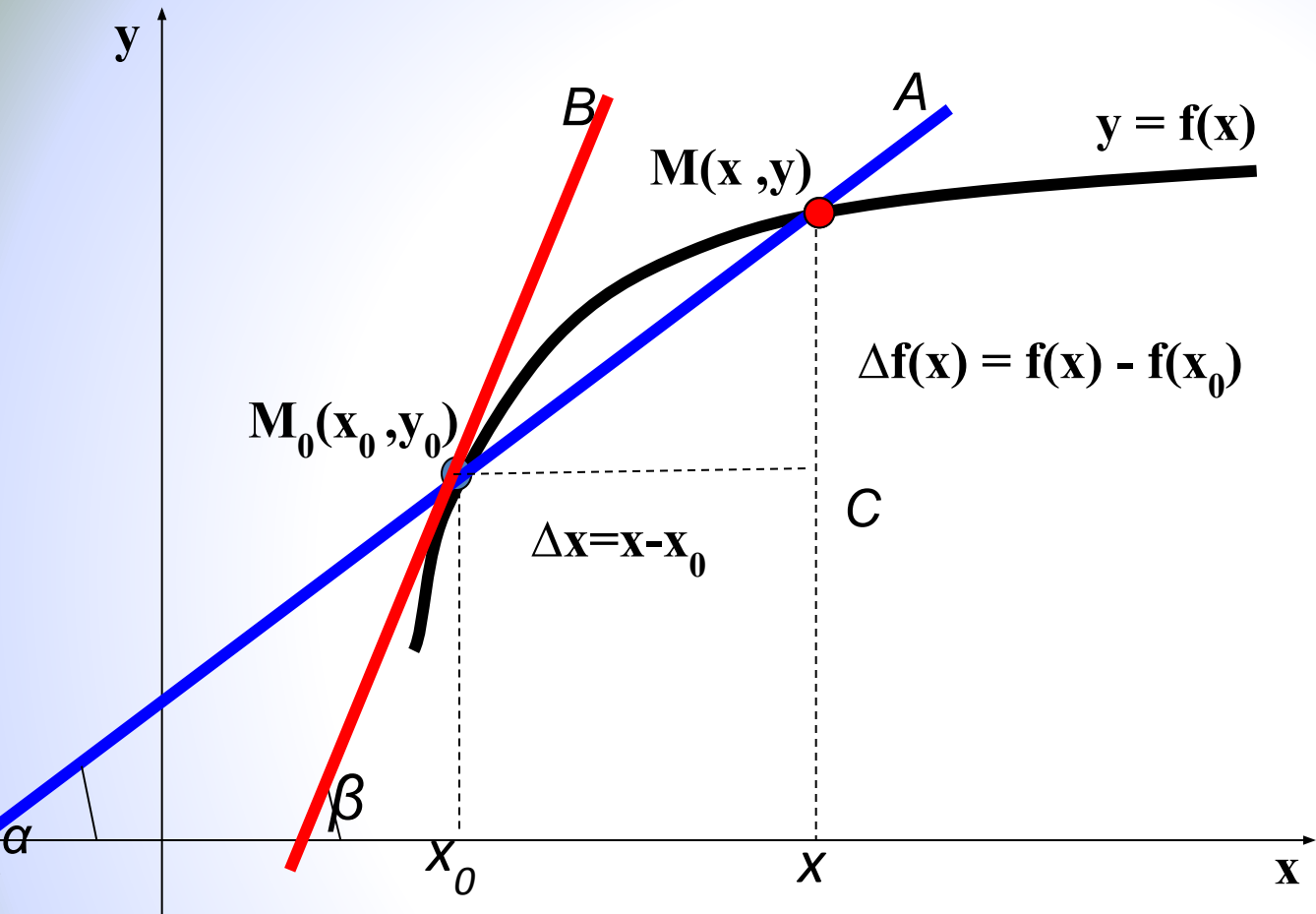
Предел такого отношения вычисляется

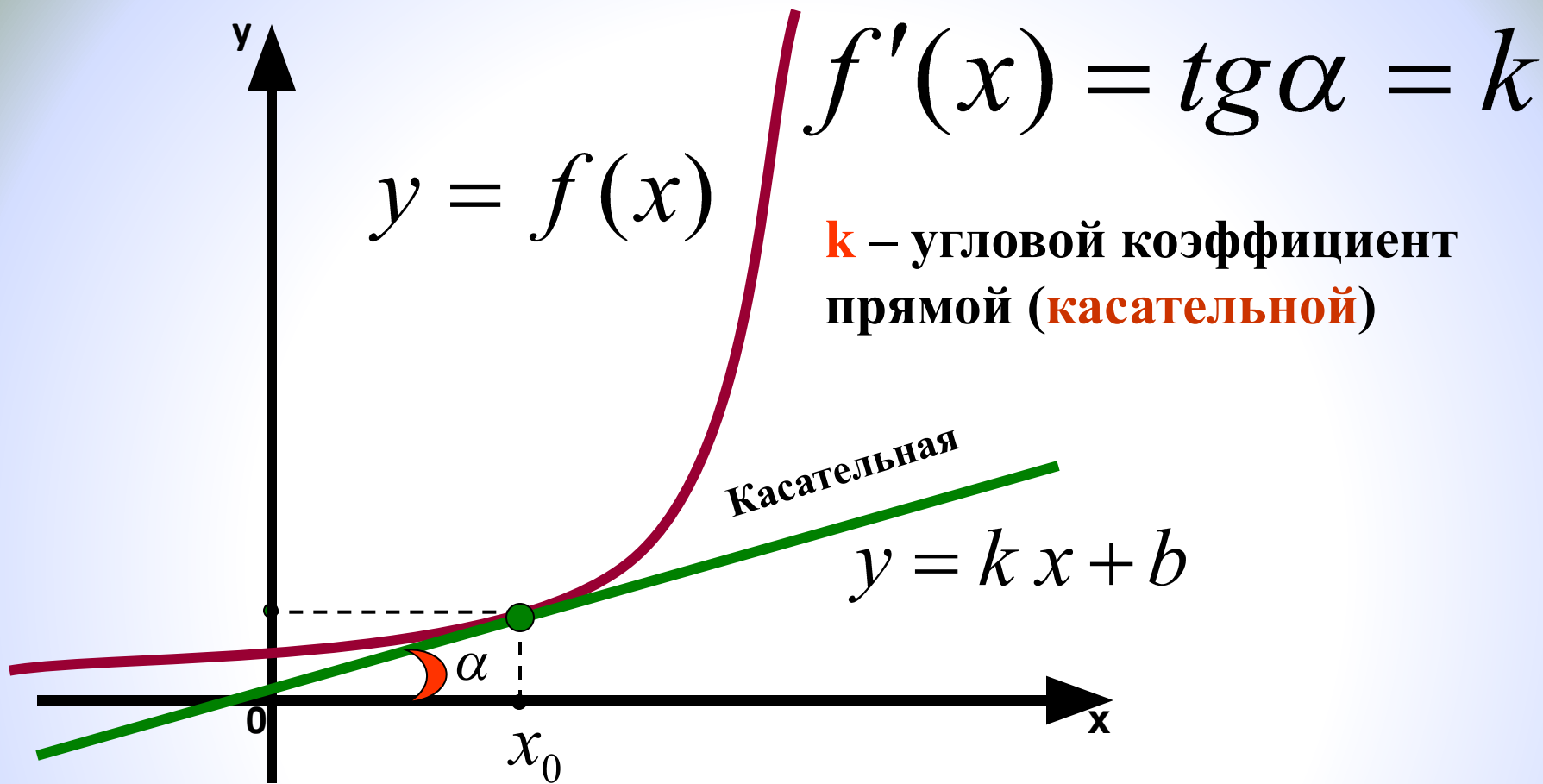
Он в науке называется $y' = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

Производной функции в данной точке

называется предел отношения приращения функции в этой точке к приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$



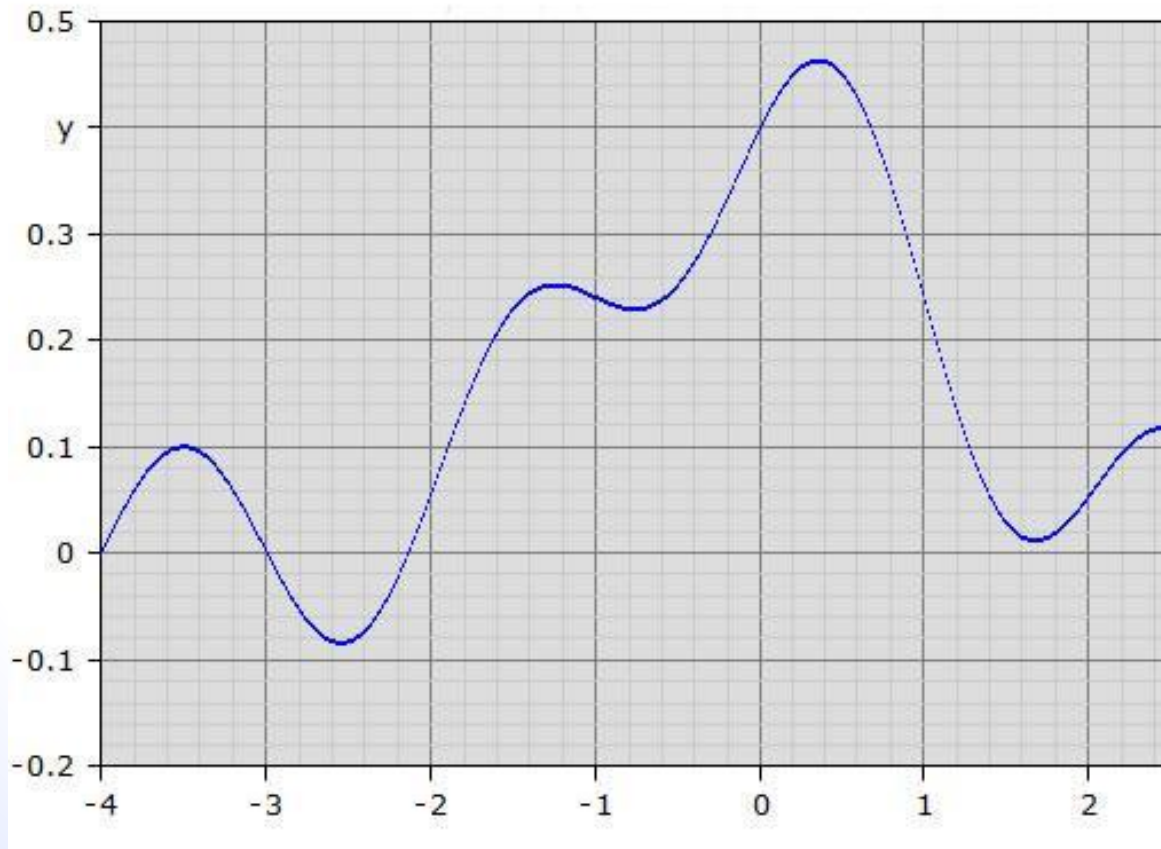


Геометрический смысл производной

Производная от функции в данной точке равна угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции в этой точке.

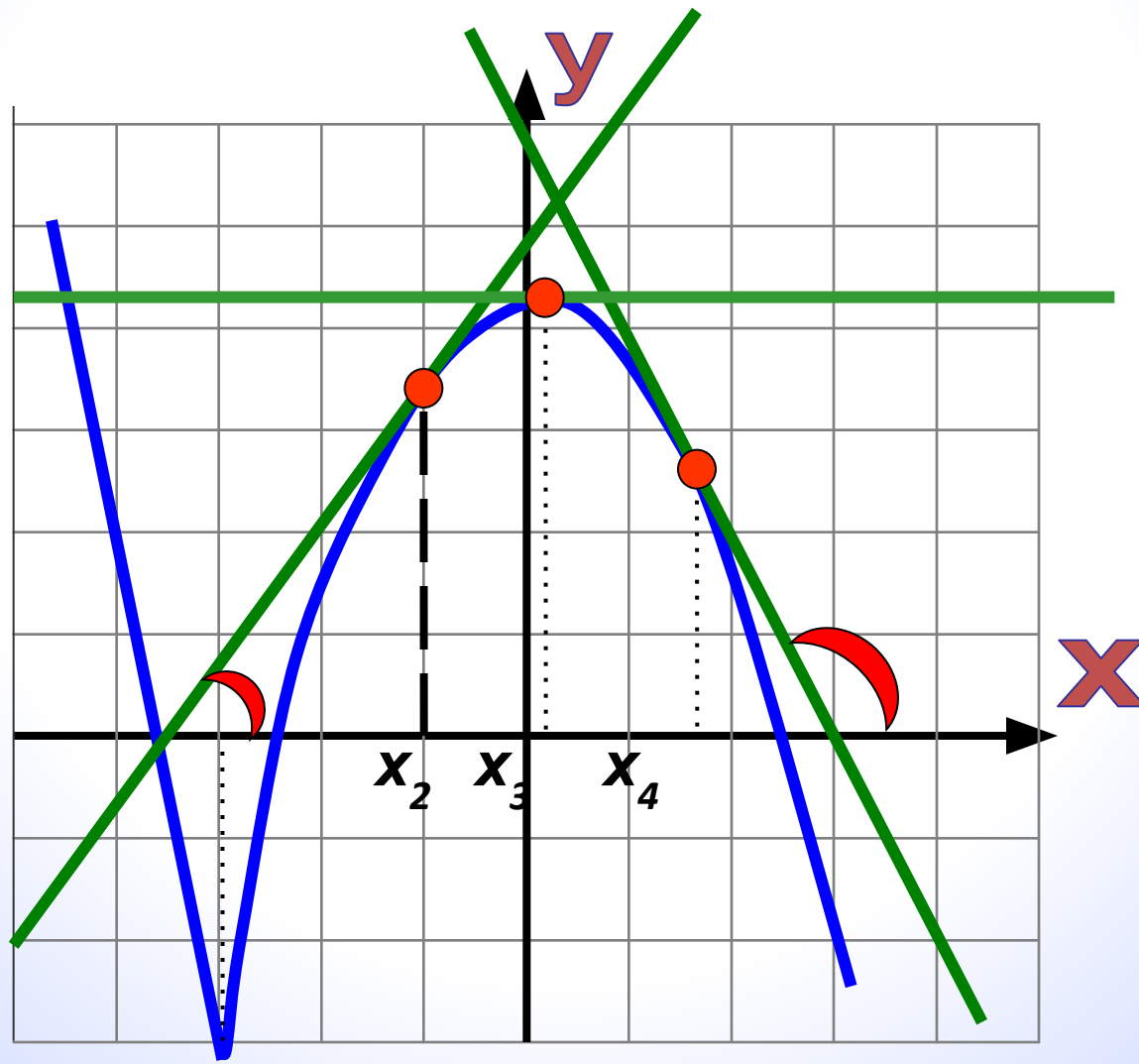
График. Говорящая линия, которая МОЖЕТ О МНОГОМ РАССКАЗАТЬ..

М.Б.Балк



$$\alpha > 90^\circ \Rightarrow k < 0 \quad \alpha < 90^\circ \Rightarrow k > 0$$

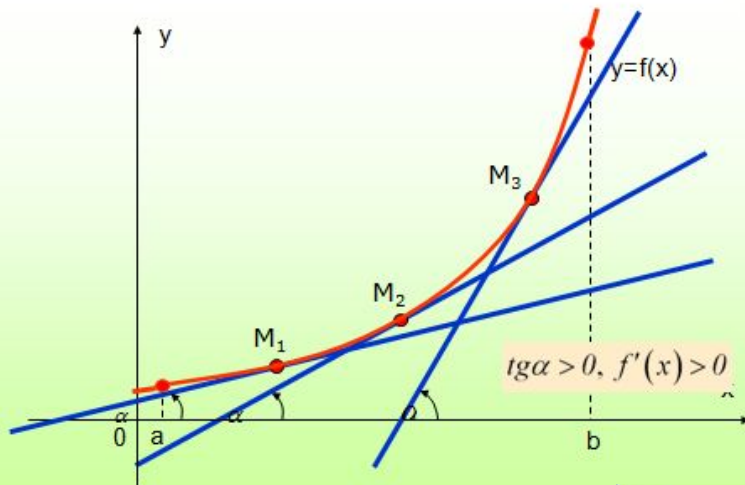
$\alpha = 0^\circ \Rightarrow k = 0$, касательная параллельна Ox



Свойство функции?



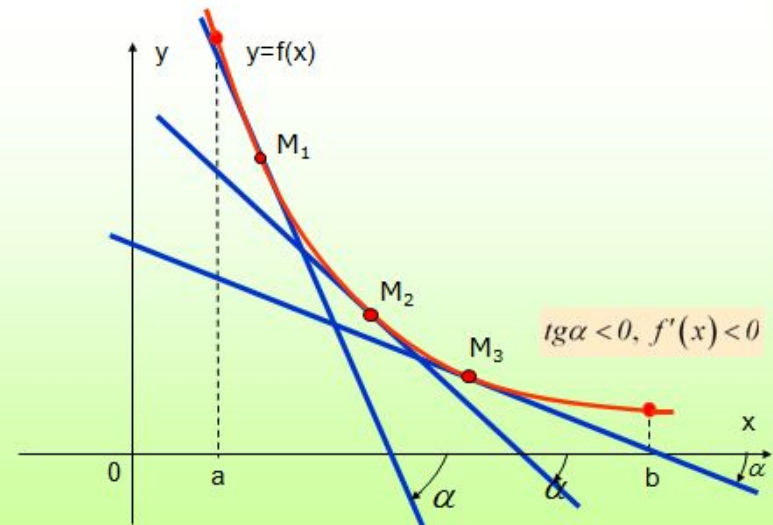
Признак возрастания функции



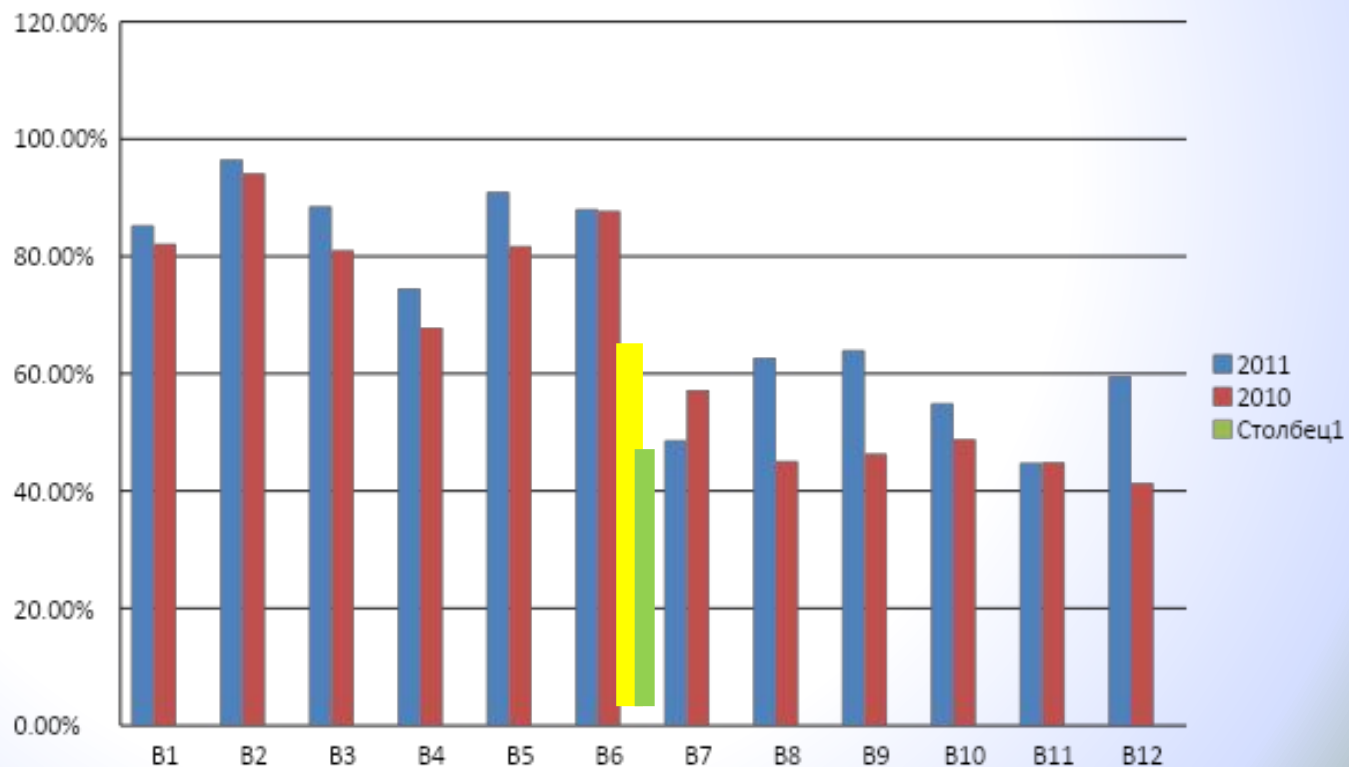
Если $f'(x) < 0$ на некотором промежутке, то функция $f(x)$ убывает на этом промежутке.

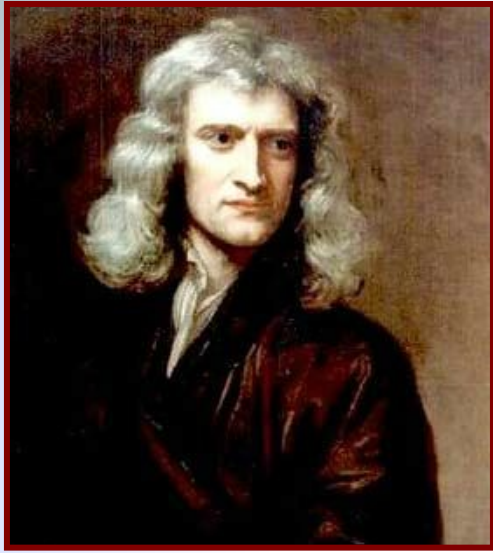
Если $f'(x) > 0$ на некотором промежутке, то функция $f(x)$ возрастает на этом промежутке.

Признак убывания функции



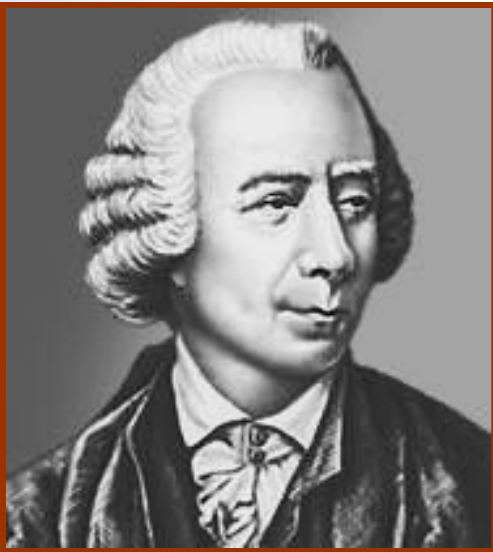
Результаты выполнения заданий части-В за 2010-2011год.





С.И. Ньютон (1642- 1727 г.г.)

Л.Эйлер (1707 —1783 г.г.)



Тема урока:
**«Производная .
Геометрический смысл
производной.
Возрастание и убывание.
Применение производной к
исследованию функций.**

**При решении задач В-8 подготовка к
ЕГЭ».**

Г.В.Лейбниц
(1646- 1716г.г.)



Цель урока:

- **Формировать навыки решения задач по теме «Производная» при решении прототипов В-8.**
- **Подготовка учащихся к сдаче экзамена в формате ЕГЭ.**

1. Запишите формулу, задающую линейную функцию.

$$y = kx + b$$

.....

2. Число k Называется угловым коэффициентом
прямой ,

α - углом между **Положительным направлением**
оси OX и касательной



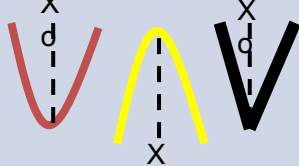
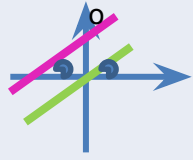
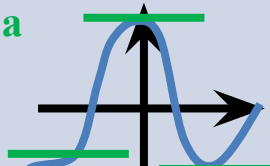
3. Графики двух линейных функций

$$y_1 = k_1 x + b_1$$

$y_2 = k_2 x + b_2$ параллельны , если $k_1 = k_2$
=.....

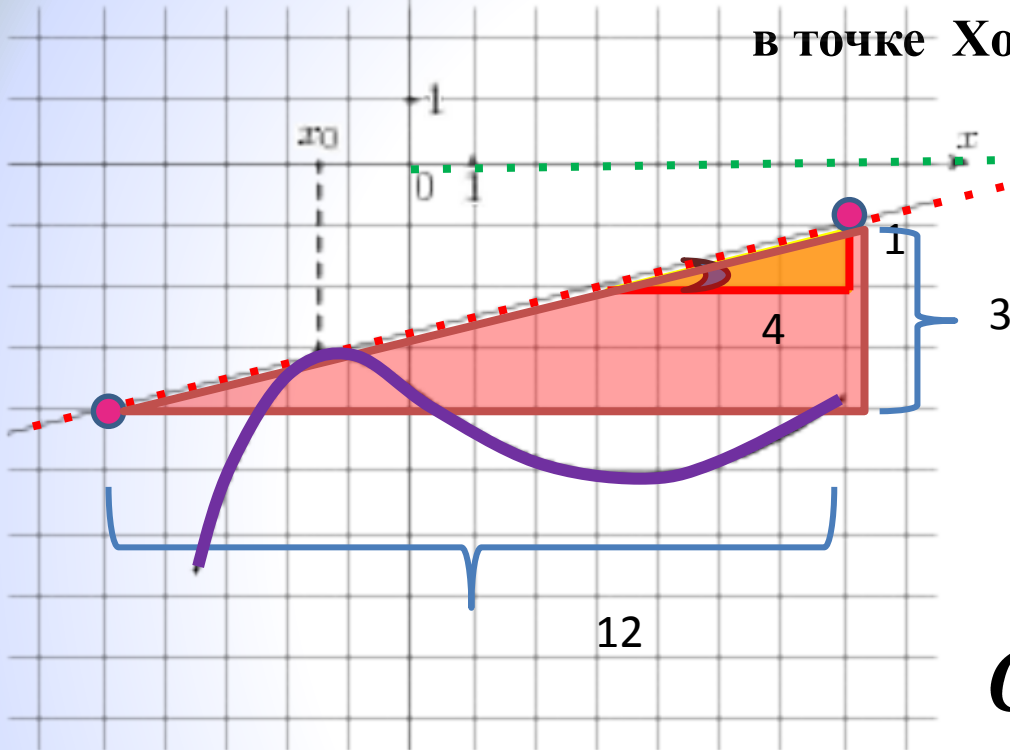
4. Геометрический смысл
производной:

$$f'(x) = \operatorname{tg} \alpha = k$$

Функция $y = f(x)$	Геометрическая иллюстрация	Производная функции $y = f(x)$
1. Функция возрастает		$f'(x) > 0$
2. Функция убывает		$f'(x) < 0$
3. x_0 – точка экстремума		$f'(x) = 0$ или не существует
4. Касательная параллельна прямой $y = kx$		Производная в точке x_0 равна k . $f'(x_0) = k$
5. Касательная параллельна оси абсцисса (т.е. горизонтальна)		Производная в точке x_0 равна 0 . $f'(x_0) = 0$

Задание №1

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Теоретический факт

$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = k$$

Алгоритм

- Определи угол наклона касательной к оси Ox

- Для этого продли Ox и касательную

α - Острый угол, $k > 0$

- Подберем треугольник с катетами целыми числами

- Вычислим отношение катетов

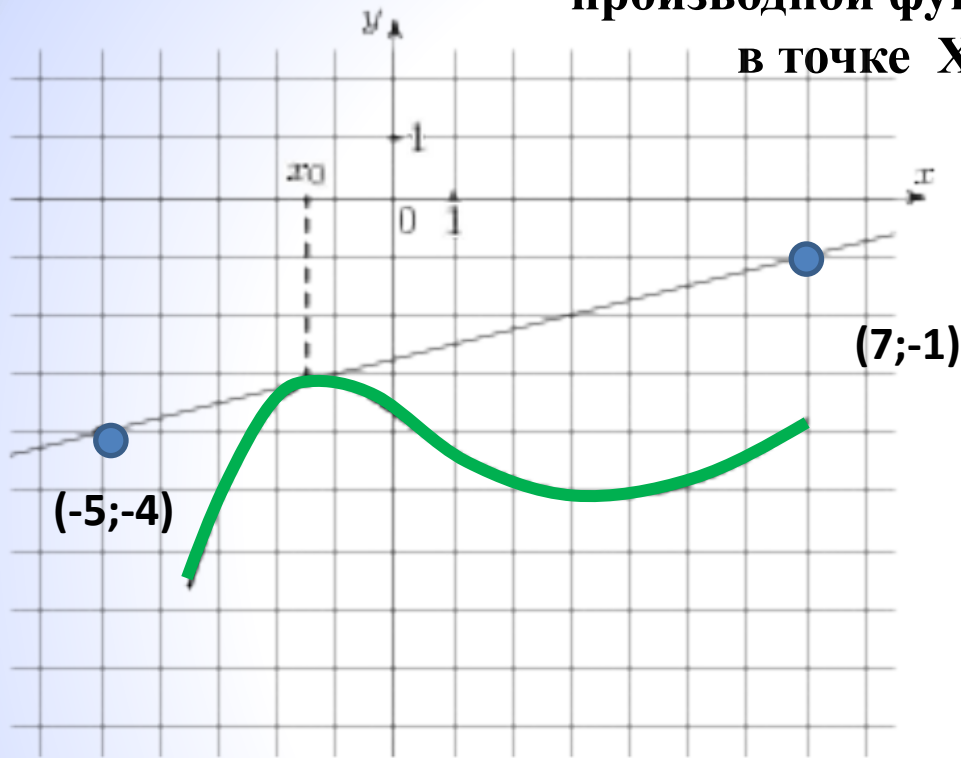
Можно найти другой треугольник, у которого гипотенуза соединяет выделенные точки.

$$\operatorname{Tg} \alpha = \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

В 8	0	,	2	5		
-----	---	---	---	---	--	--

Задание №1 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$

в точке x_0 .



Другой способ

Решение:

Теоретический факт:

Уравнение прямой $y = kx + b$

Ищем k

$$f'(x_0) = k \quad k = \operatorname{tg} \alpha$$

Находим координаты
двух выделенных точек

Подставляем их в уравнение
 $Y = kx + b$ вместо x и y

Получаем систему

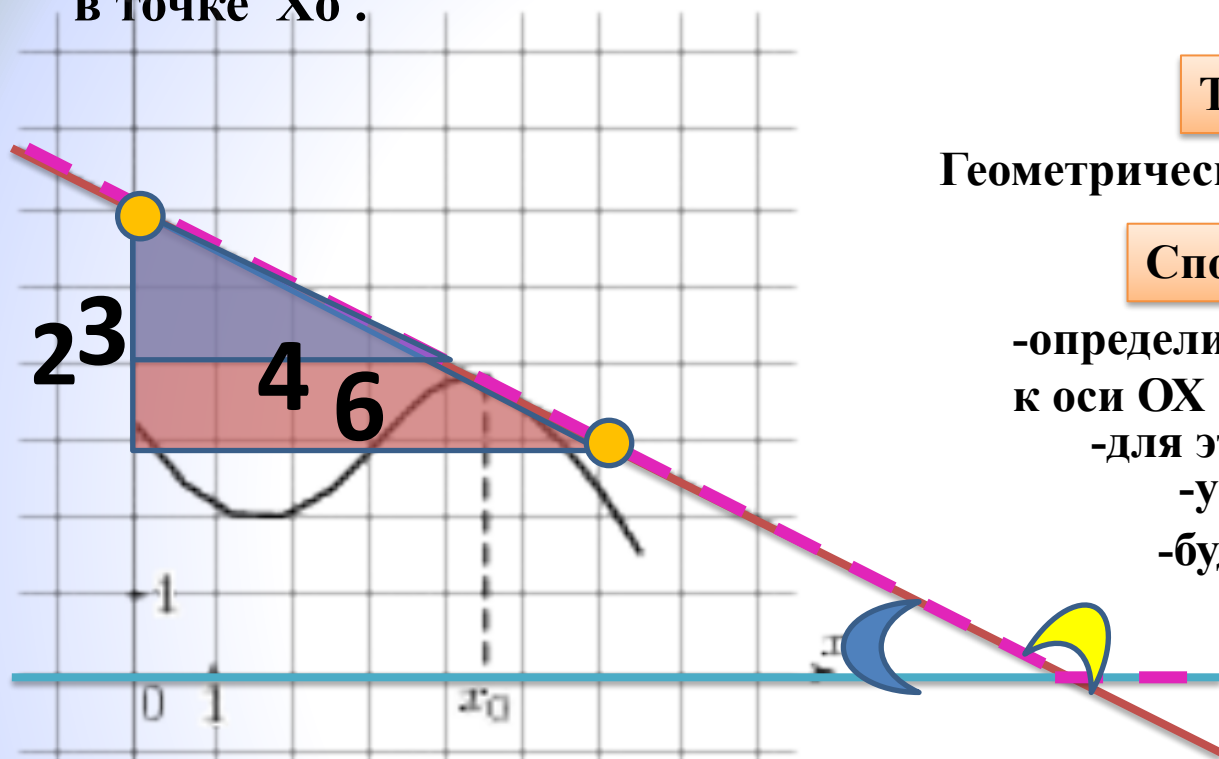
$$\begin{cases} -1 = 7k + b \\ -4 = -5k + b \end{cases}$$

$$3 = 12k \quad k = \frac{3}{12} = 0,25$$

В 8 0 , 2 5

Задание №2

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



$$\frac{y}{x} = - \frac{23}{46} = - \frac{1}{2} = -0,5$$

Теория :

Геометрический смысл производной : $k = \text{tg}$

Способ решения:

-определите угол наклона касательной к оси OX

-для этого продли OX и касательную

-угол тупой , значит $k < 0$

-будем находить tg смежного с

ним угла

-ищем прямоугольный

треугольник с

углом, равным а

-вычислим отношение катетов

(противолежащий к прилежащему)

-можно найти другой треугольник, у

которого гипотенуза

соединяет две точки касательной.

-найдем отношение катетов этого

треугольника

В 8

-

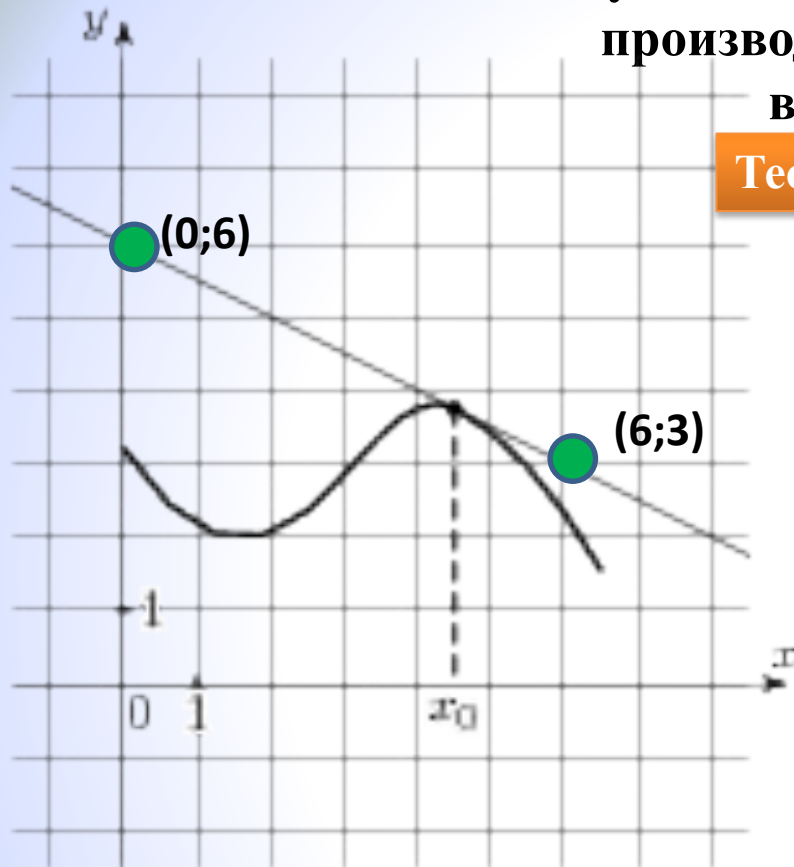
0

,

5

Задание №2 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$

в точке x_0 .



Теория:

$$f'(x_0) = k \quad k = \operatorname{tg} \alpha$$

Другой способ решения

И уравнение касательной $y = kx + b$

Подставим координаты двух точек, лежащих на касательной в уравнение

Получаем систему :

$$6 = 0 \cdot k + b$$

$$3 = 6k + b$$

Решаем систему способом вычитания.

$$6 = 0 \cdot k + b$$

$$3 = 6k + b$$

$$3 = -6k \quad k = -0,5$$

В 8

- 0 , 5

Задание № 3 На рисунке изображен график функции $y=f(x)$, определенный на интервале $(-5;5)$. Найдите количество точек, в которых производная функция $y = f'(x)$ равна 0.

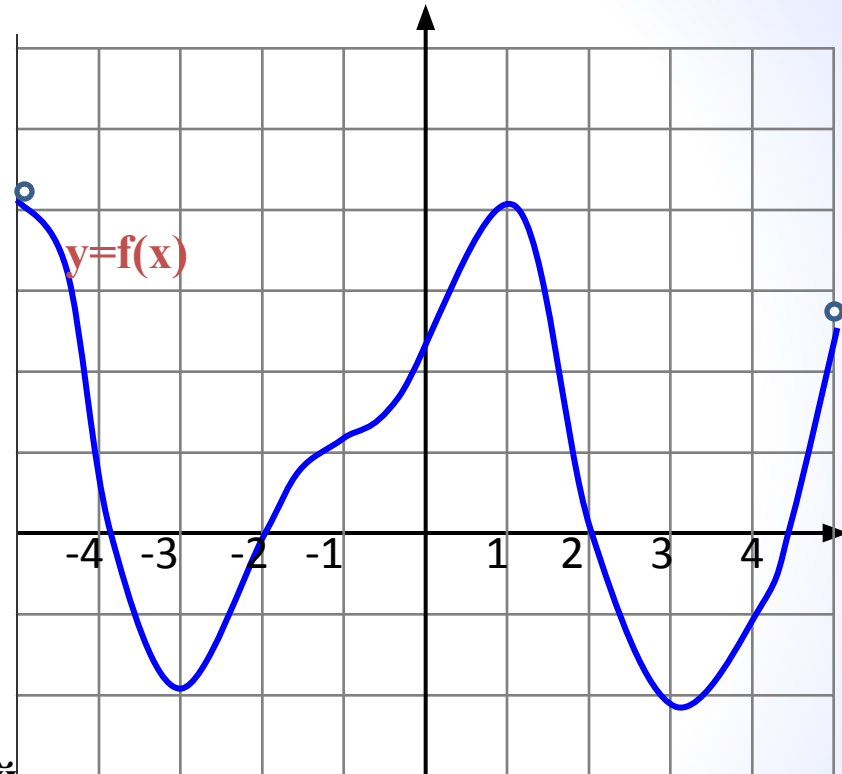
Теория

$F'(x)=0$, т.е. $F'(x)=0 =k= \operatorname{tg}\alpha =0$
Т.е. $\alpha = 0$

Это точки, в которых касательная к графику функции проведенной в точке X_0 , параллельна OX , т.е. горизонтальна

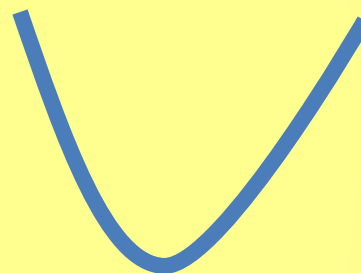
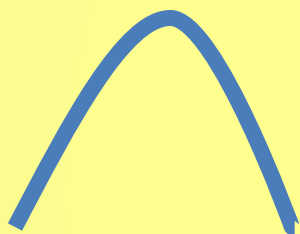
Решение

Считаем количество точек с горизонтальной касательной



подсказка

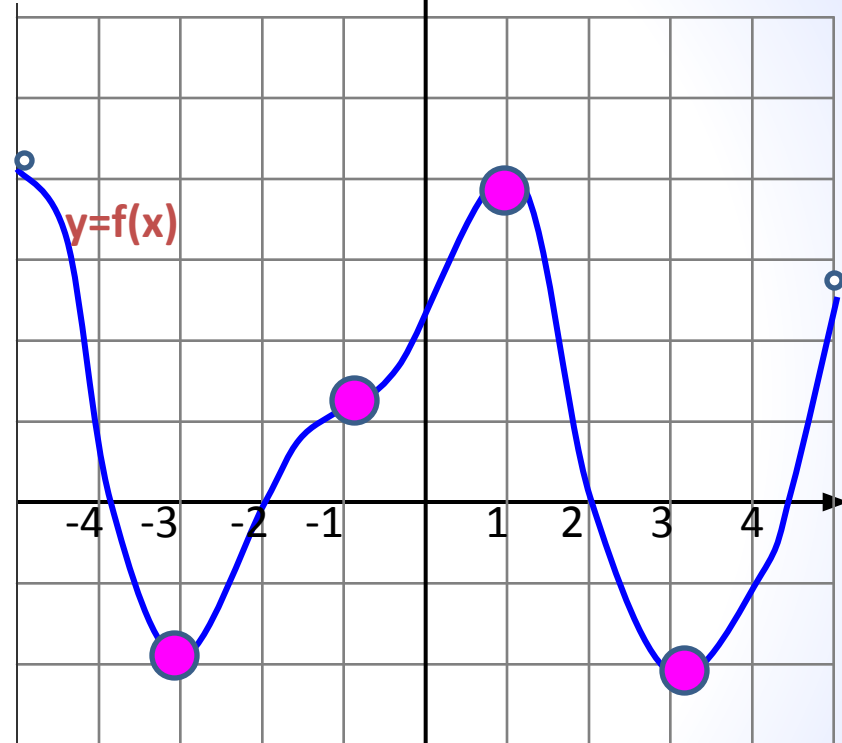
Если $f'(x) = 0$, то возможно 3 картинки



Считаем кол-во
бугорков, перегибов и
ямок.

Задание №3

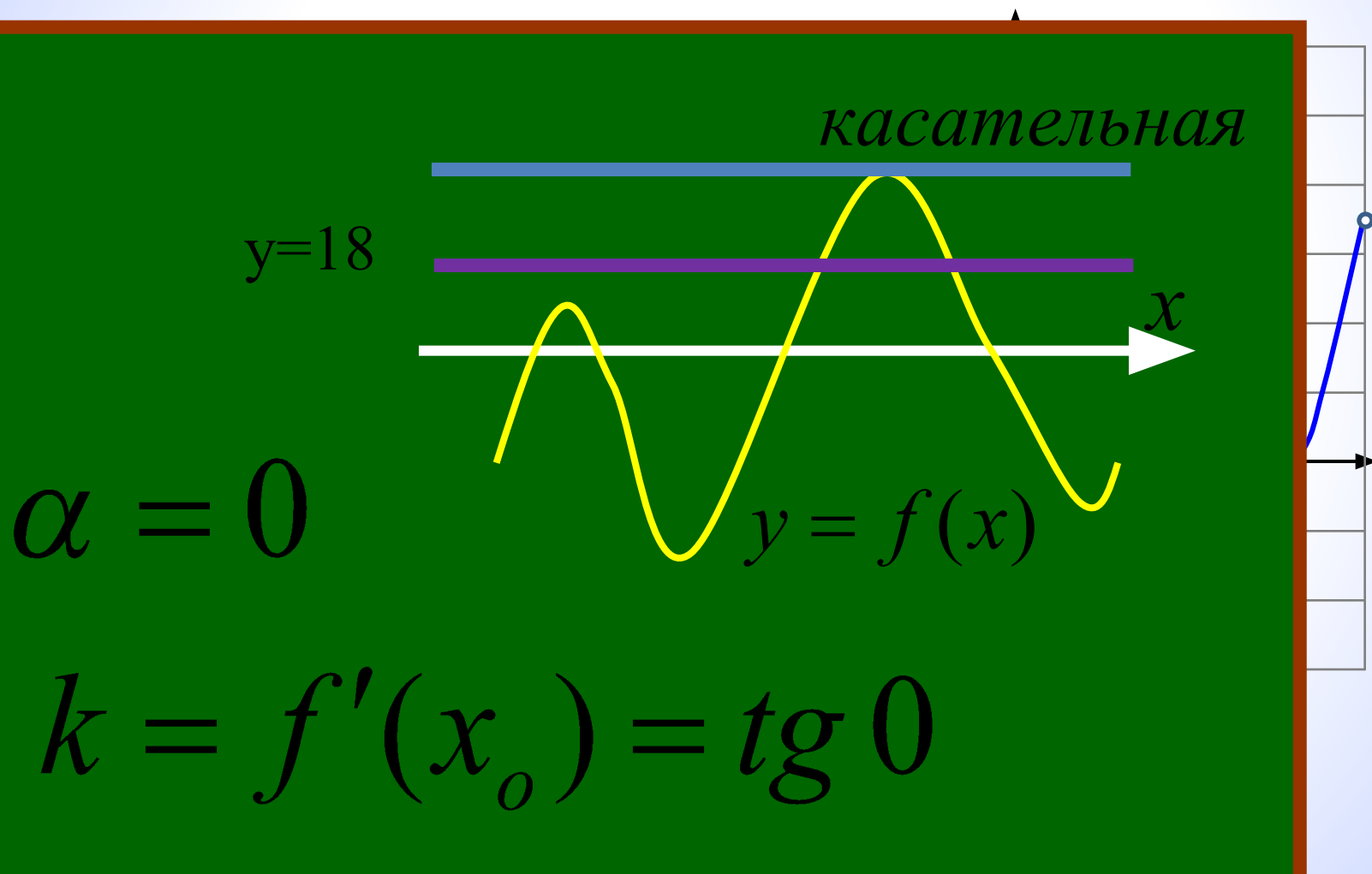
На рисунке изображен график функции $y=f(x)$, определенный на интервале $(-5;5)$. Найдите количество точек, в которых Производная функция $y = f'(x)$ равна 0.



В 8	4					
-----	---	--	--	--	--	--

рассуждение

Задание №4 На рисунке изображен график функции $y=f(x)$, определенный на интервале $(-5;5)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y=18$



Задание №4 На рисунке изображен график функции $y=f(x)$, определенный на интервале $(-5;5)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y=18$

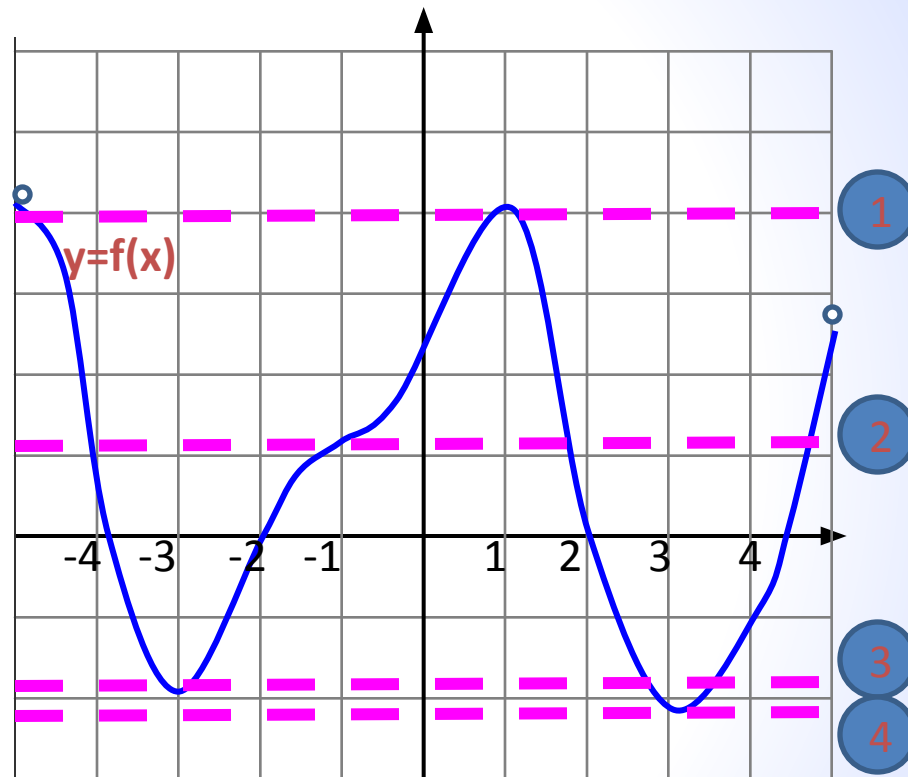
Теория

Прямая $y=18$ параллельна оси Ox (горизонтальна)
Касательная к графику функции параллельна $y=18$ тоже параллельна оси Ox

Решение

Приложить линейку к рисунку сверху горизонтально и, двигаясь вниз, сосчитать количество точек с горизонтальной касательной (учитывая перегиб)

Или считай количество Бугорков, перегибов и ямок



В 8	4						
------------	----------	--	--	--	--	--	--

рассуждение

Задание №5

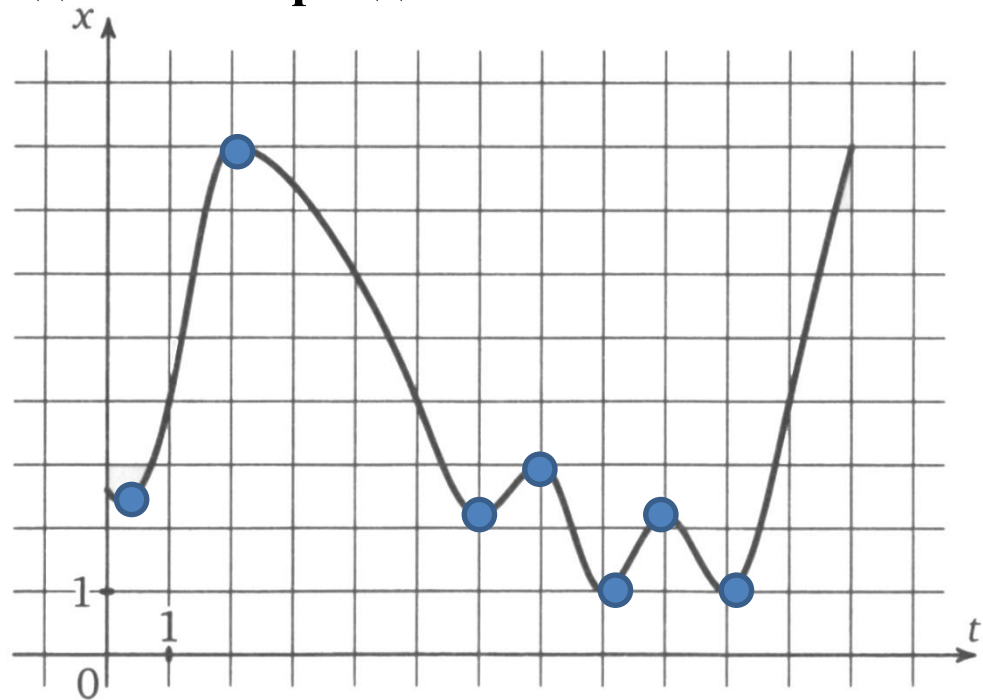
На рисунке изображен график движения точки по прямой. По горизонтали отложено время, по вертикали – расстояние до точки отсчета. Сколько раз за наблюдаемый период точка останавливалась.

Теория

Перед нами график прямолинейного движения.

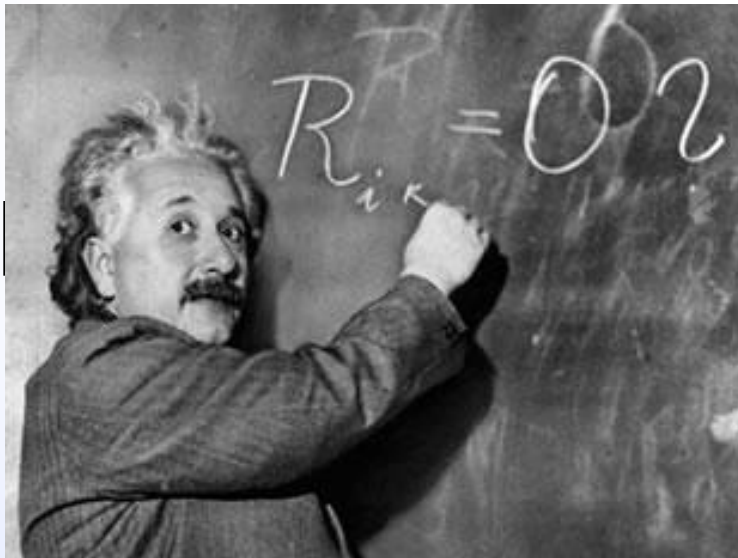
Физический смысл -значение производной в точке есть мгновенная скорость.

Точка, в которой производная равна 0 и есть остановка.



В 8	7					
-----	---	--	--	--	--	--

«Математика – это искусство называть

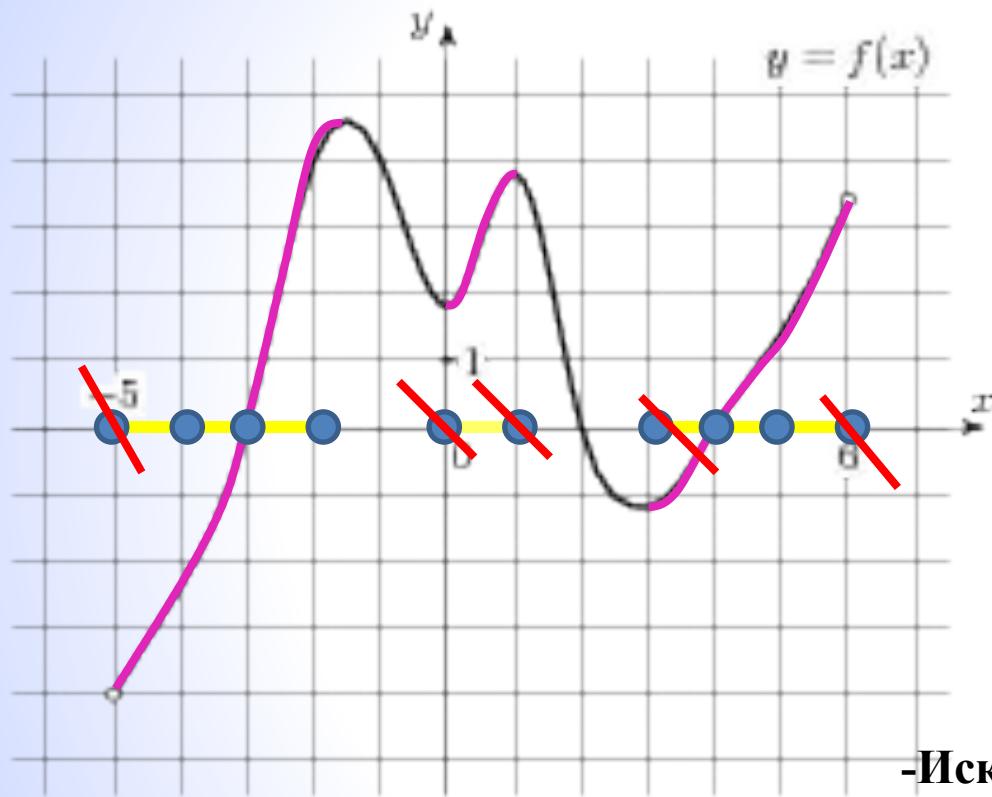


**ещи одним
менем.»**

Эйнштейн

Задание № 6

На рисунке **изображен график функции**, определенной на интервале. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



- Считаем оставшиеся точки

Дан график функции

Теория:

$F'(X) > 0$, Следовательно, функция возрастает

Решение:

- Найдем участки возрастания функции
- (выделяем их последовательно на графике)
- Выделяем соответствующие им участки оси Ox
- Найдем целые точки на этих отрезках

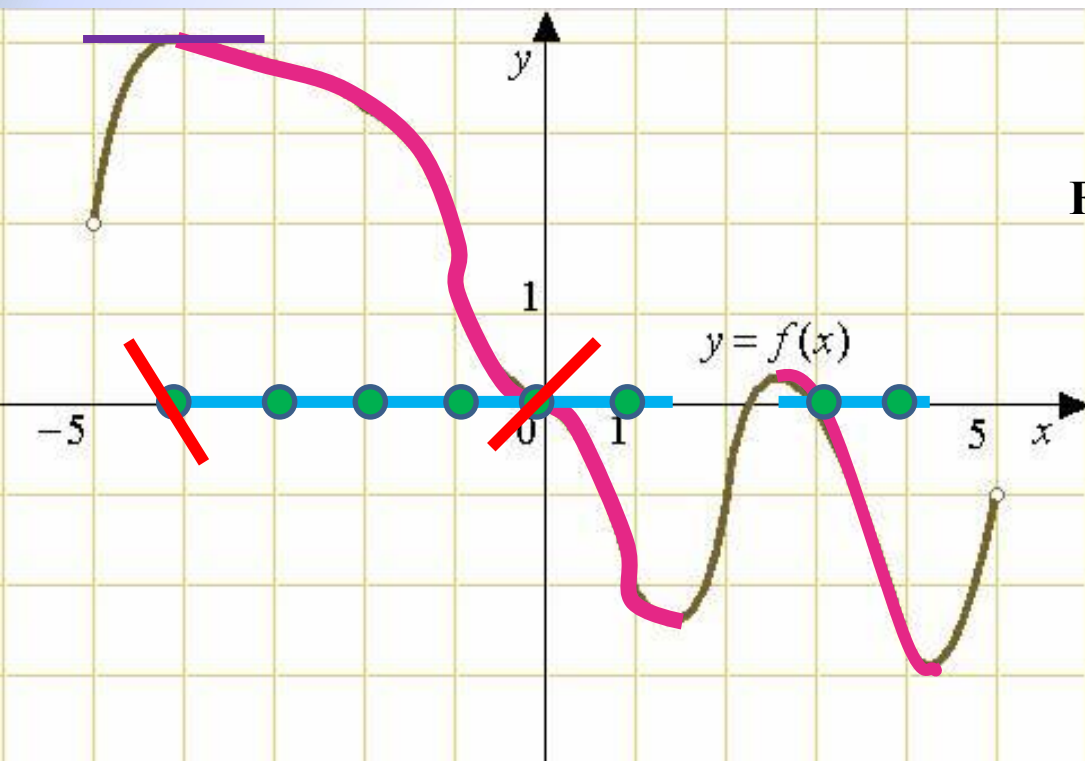
- Исключим точки, в которых производная равна нулю (в этих точках касательная параллельна оси Ox) и еще исключим точки, являющиеся концами выделенных интервалов

В 8

5

Задание №7

На рисунке изображен график функции, определенной на интервале. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.



Дан график функции

Теория:

$f'(x) < 0$, следовательно, функция убывает

Решение:

- Найдем участки убывания функции
-(выделяем их последовательно на графике)

- Выделяем соответствующие им участки оси Ox

- Найдем целые точки на этих отрезках

- Исключим точки, в которых производная равна нулю (в этих точках касательная параллельна оси Ox)

- Считаем оставшиеся точки

В 8

6

Задание №8

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной в точке x_0 .

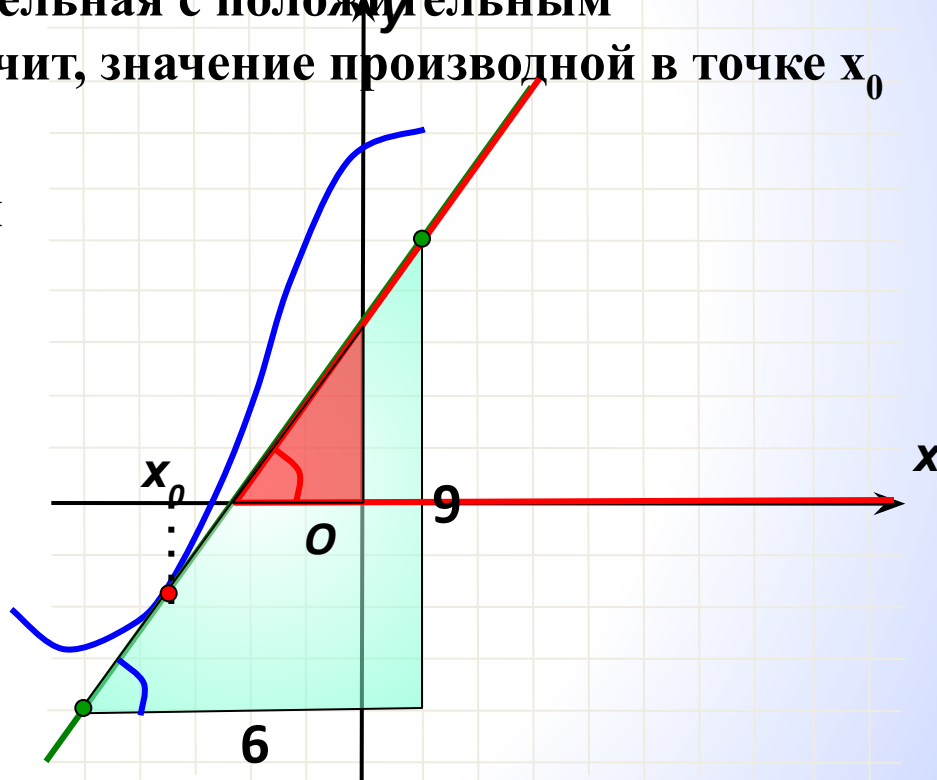
Решение:

1). Угол, который составляет касательная с положительным направлением оси Ox , острый. Значит, значение производной в точке x_0 положительно.

2). Найдем тангенс этого угла. Для этого подберем треугольник с катетами-целыми числами. Этот треугольник не подходит.

Можно найти несколько удобных треугольников, например,....

3). Найдем тангенс угла – это отношение 9:6.

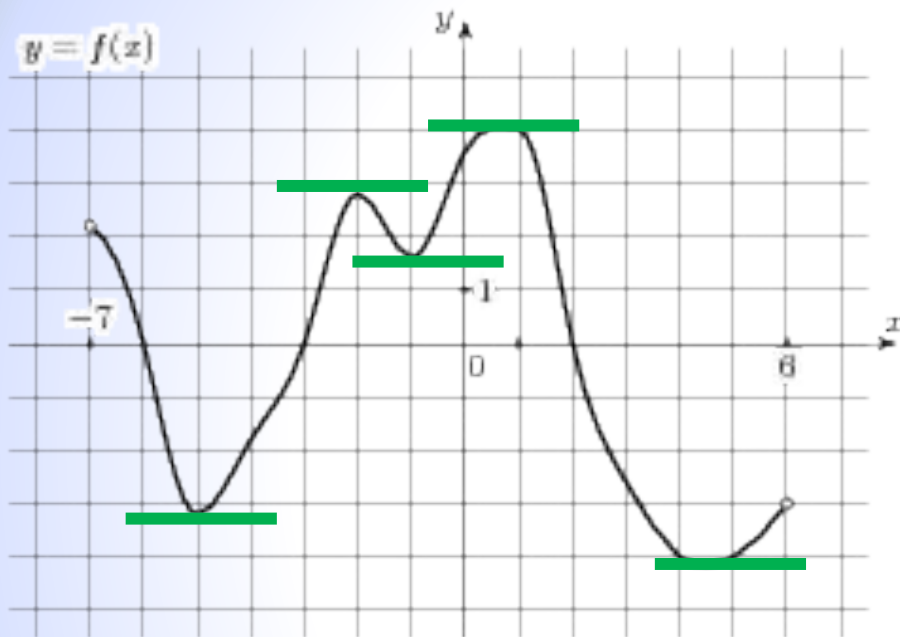


В 8

1, 5

Задание №9 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-7; 6)$.

Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 6$.



Или считай количество
Бугорков, перегибов и ямок

Теория

Прямая $y=6$ параллельна оси Ox
(горизонтальна)

Касательная к графику
функции
параллельна $y=6$ тоже
параллельна оси Ox

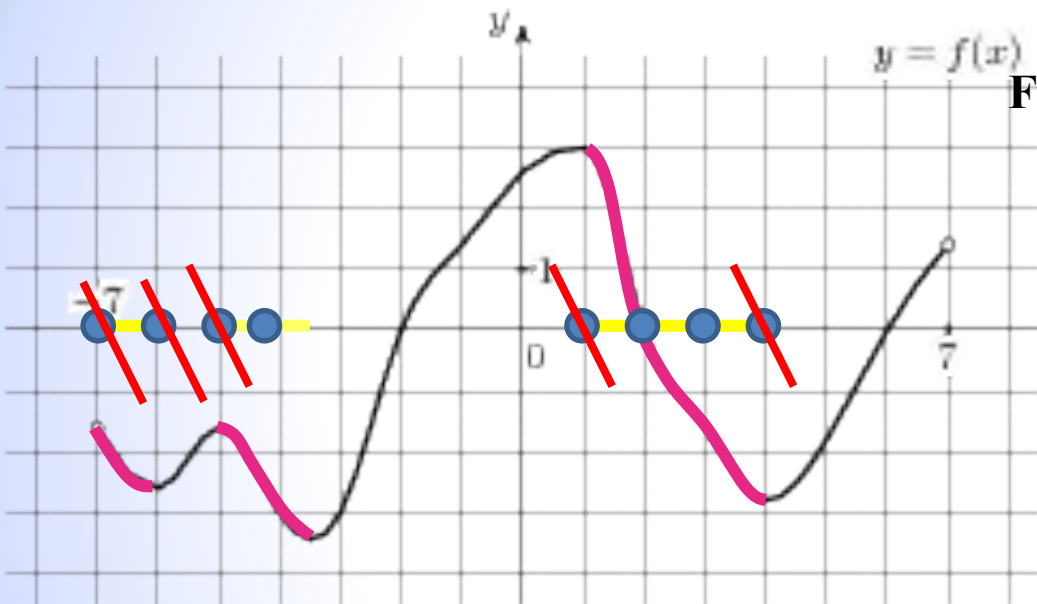
Решение:

Считаем количество точек с
горизонтальной касательной.

В 8	5					
------------	----------	--	--	--	--	--

Задание №10 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-7; 7)$

Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.



- Считаем оставшиеся точки

Дан график функции

Теория:

$f'(x) < 0$, следовательно, функция убывает

Решение:

- Найдем участки убывания функции
 -(выделяем их последовательно на графике)

- Выделяем соответствующие им участки оси OX
 - Найдем целые точки на этих отрезках

- Исключим точки, в которых производная равна нулю (в этих точках касательная параллельна оси OX)

В 8	3					
-----	---	--	--	--	--	--

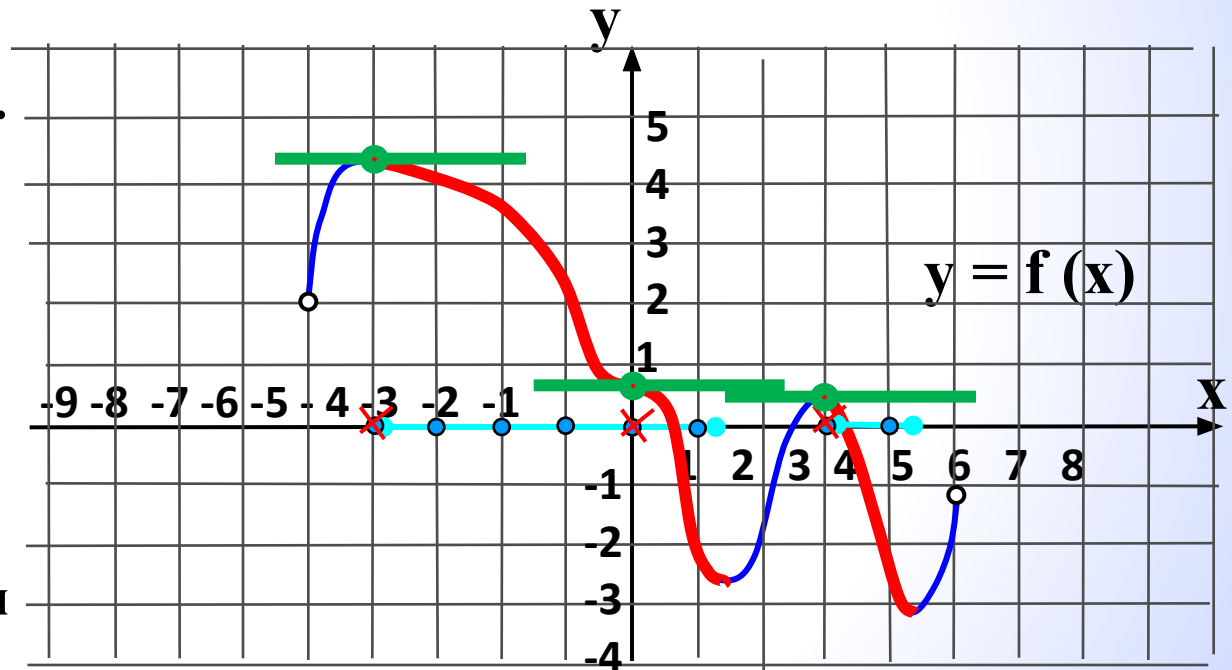
Задание №11 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

Решение:

1). $f'(x) < 0$, значит, функция убывает. Найдем эти участки графика.

2). Найдем все целые точки на этих отрезках.

3). Исключим точки, в которых производная равна 0 (в этих точках касательная параллельна оси Ox)
 $x=0$ точка перегиба, в этой точке производная равна 0!



В 8	5					
-----	---	--	--	--	--	--

Задание №12 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

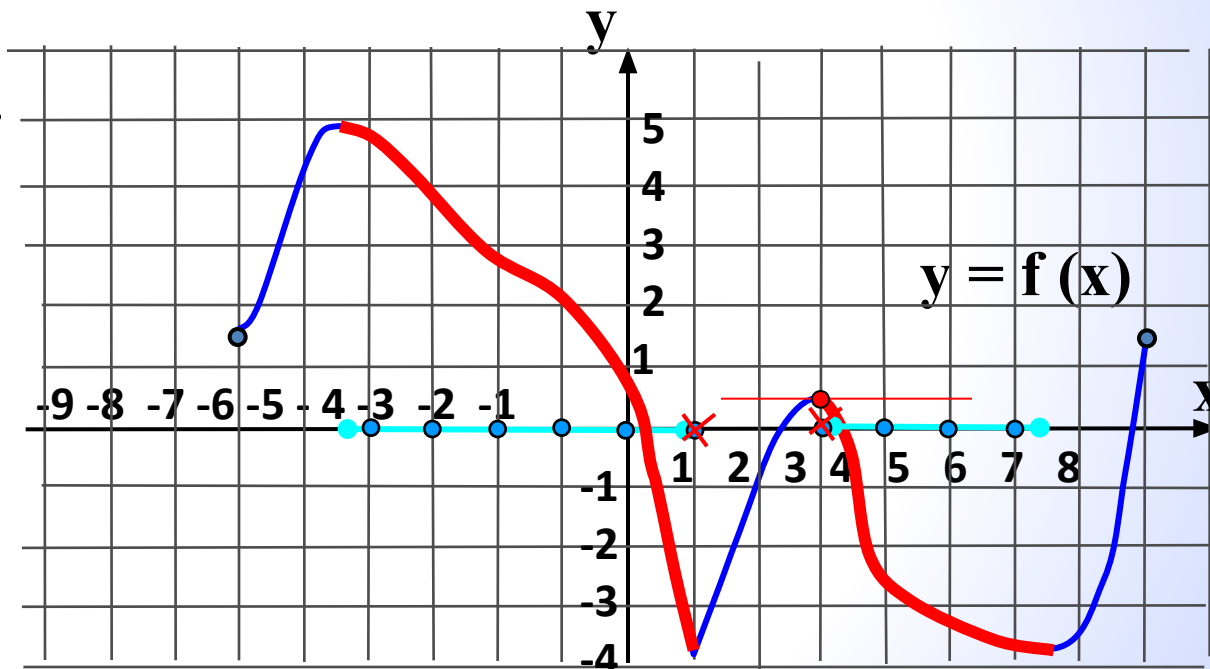
Решение:

1). $f'(x) < 0$, значит, функция убывает. Найдем эти участки графика.

2). Найдем все целые точки на этих отрезках.

3). Исключим точки, в которых производная равна 0 (в этих точках касательная параллельна оси Ox)

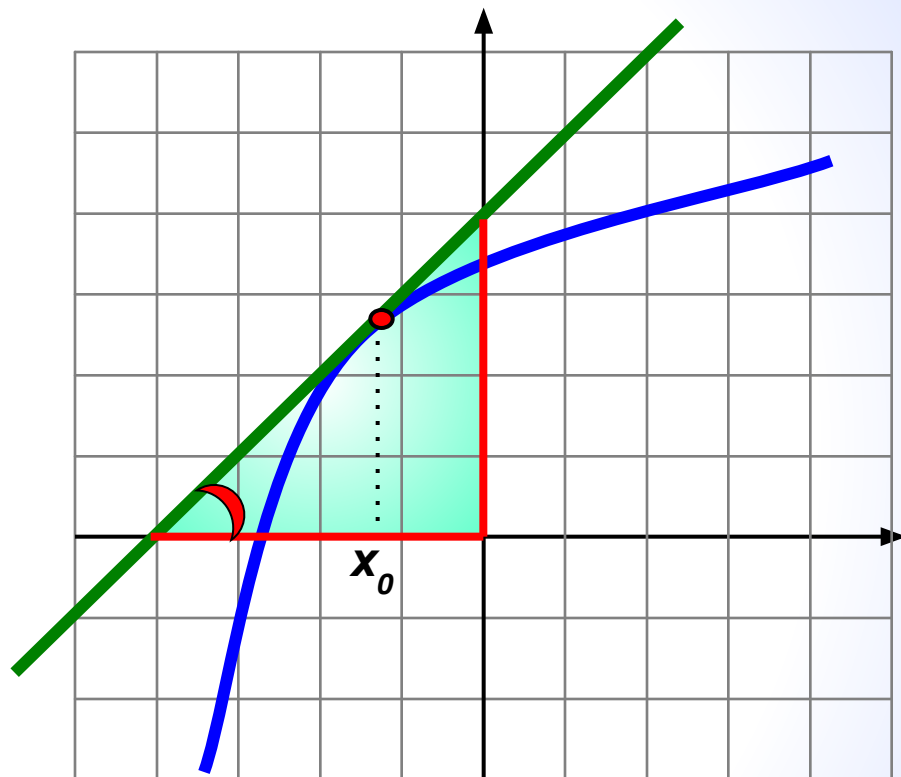
В точке $x=1$ производная не существует.



В 8

8

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной в точке x_0 .



5 р

1 у

5 н

1 к

Проверка

Геометрический смысл производной: $k = \operatorname{tg} \alpha$
Угол наклона касательной с осью Ox острый, значит $k > 0$.

Из прямоугольного треугольника находим $\operatorname{tg} \alpha = 4 : 4 = 1$

Непрерывная функция $y = f(x)$ задана на отрезке $[-7; 7]$

На рисунке изображен ее график. В ответе укажите количество точек графика этой функции, в которых касательная параллельна оси Ox .

3

б

5

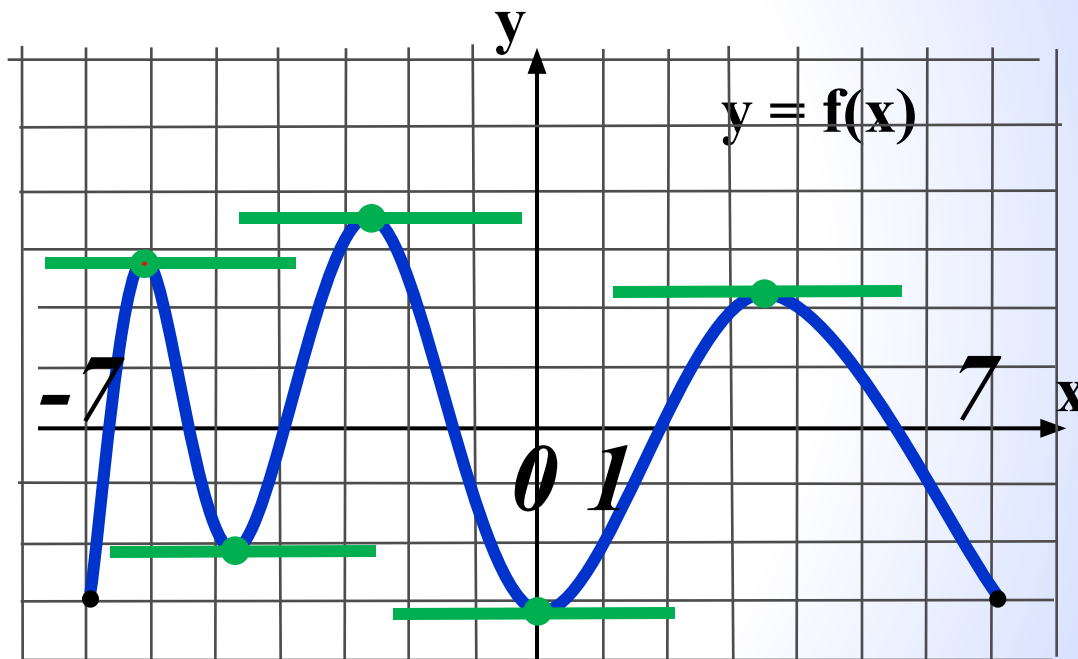
о

6

з

4

м



Проверка

На рисунке изображен график функции $y=f(x)$, определенной на интервале $[-6;6]$.

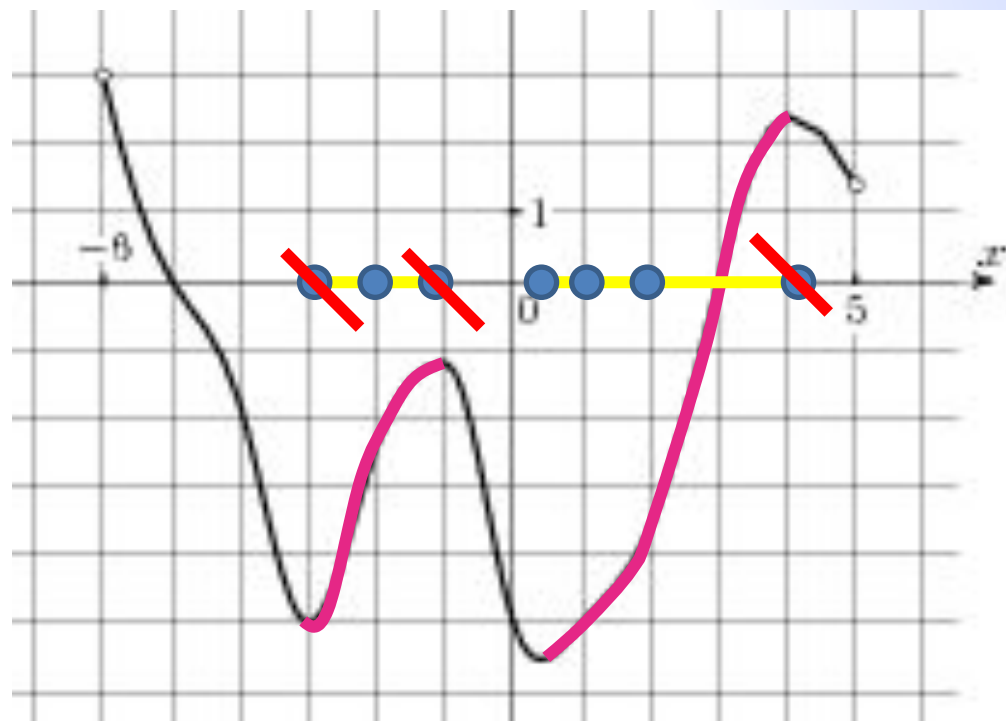
Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

4 Ш

7 В

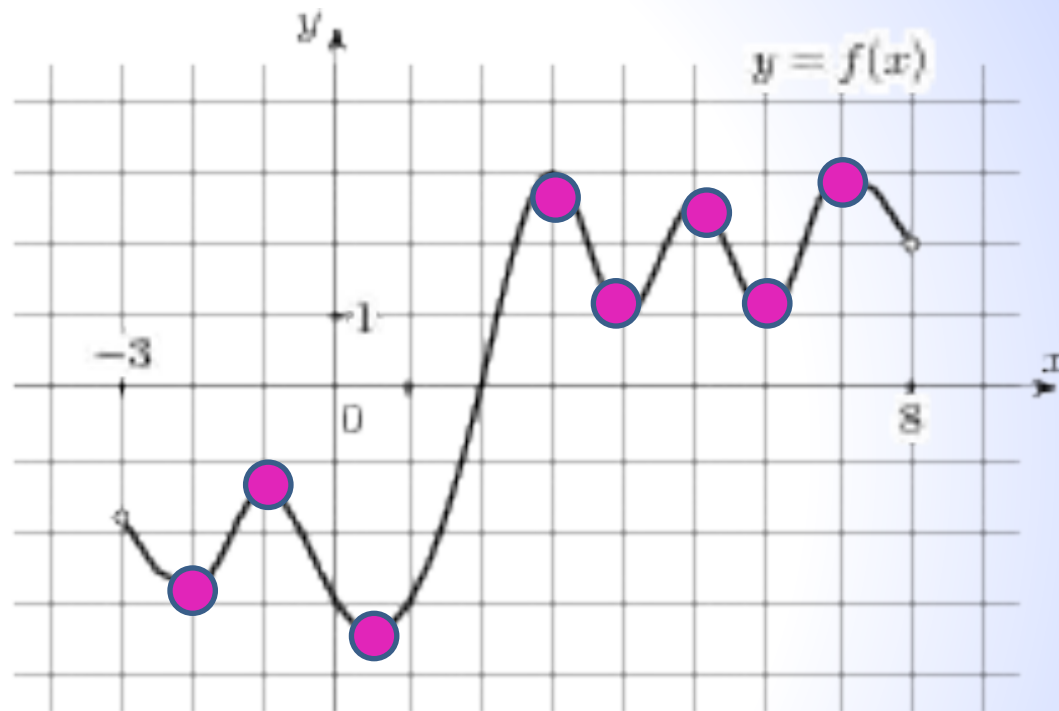
5 а

8 б



На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-3; 8)$.

Найдите количество точек, в которых производная функция $F'(x)=0$.



1
0 К

8 И

1 О

5 У

Проверка



Огюстен Луи Коши (21 августа 1789, Париж — 23 мая 1857, Франция) — великий французский математик.

Разработал фундамент математического анализа, внёс огромный вклад в анализ, алгебру, математическую физику и многие другие области математики. Его имя внесено в список величайших учёных Франции, помещённый на первом этаже Эйфелевой башни.

Коши написал свыше 800 работ, полное собрание его сочинений содержит 27 томов. Его работы относятся к различным областям математики и математической физики.

Коши впервые дал строгое определение основным понятиям математического анализа — пределу, непрерывности, производной, дифференциалу, интегралу, сходимости ряда и т. д. Его определение непрерывности опиралось на понятие бесконечно малого, которому он придал новый смысл: у Коши бесконечно малое — переменная величина, стремящаяся к нулю. Ввёл понятие радиуса сходимости ряда. Курсы анализа Коши, основанные на систематическом использовании понятия предела, послужили образцом для большинства курсов позднейшего времени.

**«Деятельность – единственный путь к знанию». Б.
Шоу**

- По данным исследований, в памяти человека остается:**
- 1/4 часть услышанного материала**
 - 1/2 часть увиденного и услышанного**
 - 3/4 части материала , если ученик привлечен в активные действия в процессе обучения.**



У меня всё
получилось!
!!

Надо
ещё
примеров.
решить
пару

Ну
придумал
математику!
кто
эту

