

# МДК.01.02. Проектирование цифровых устройств

Раздел 3. Проектирование цифровых устройств с  
использованием систем автоматизированного  
проектирования

Тема занятия:  
**Принципы проектирования  
комбинационных логических схем.**

***Теоремы (theorems)*** алгебры переключений представляют собой заведомо верные утверждения, которые позволяют преобразовывать алгебраические выражения, чтобы упростить анализ или более эффективно осуществить синтез соответствующей схемы.

# Теоремы алгебры переключений для функций одной переменной

(T1)  $X + 0 = X$  (T1')  $X \cdot 1 = X$  (Тождества)

(T2)  $X + 1 = 1$  (T2')  $X \cdot 0 = 0$  (Погашающие  
элементы)

(T3)  $X + X = X$  (T3')  $X \cdot X = X$  (Идемпотентность)

(T4)  $X \cdot 0' = X$  (Инволюция)

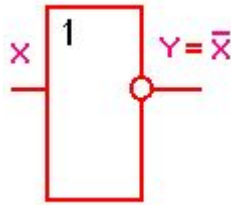
(T5)  $X + X' = 1$  (T5')  $X \cdot X' = 0$  (Дополнения).

# Теоремы алгебры переключений для функций двух и трех переменных

(T6) $X+Y=Y+X$	(T6') $X Y = Y X$	Коммутативность
(T7) $(X + Y) + Z=X + (Y+Z)$	(T7') $(X Y) Z=X (Y Z)$	Ассоциативность
(T8) $X Y + X Z = X (Y + Z)$	(T8') $(X + Y) (X + Z) = X + Y Z$	Дистрибутивность
(T9) $X + X Y=X$	(T9') $X (X + Y) = X$	Поглощение
(T10) $X Y + X Y' = X$	(T10') $(X+Y) (X+Y') = X$	Объединение
(T11) $XY + X'Z + YZ = XY + X'Z$ (T11') $(X + Y) (X' + Z) (Y + Z) = (X + Y) (X'+Z)$		Согласованность

# Логические элементы (базовые)

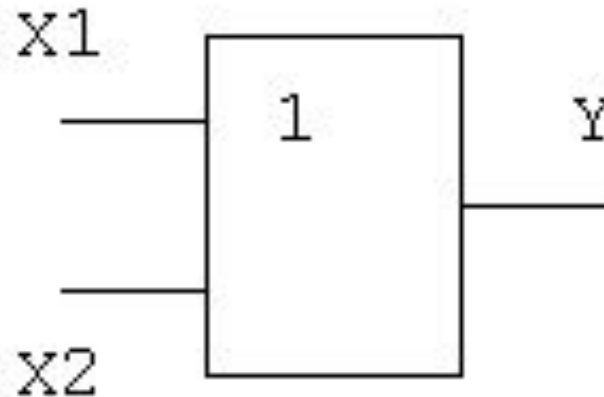
Логический элемент НЕ обозначается на схемах следующим образом:  
(пишется  $X$  с чертой сверху)



**Логическое ИЛИ (логическое сложение, дизъюнкция):**

$$Y = X1 + X2 = X1 \vee X2$$

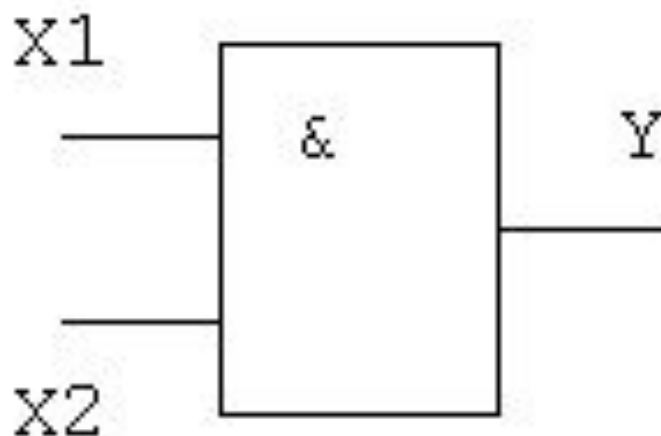
**Логический элемент ИЛИ обозначается на схемах следующим образом:**



**Логическое И (логическое умножение, конъюнкция, схема совпадений):**

$$Y = X1X2 = X1 \& X2 = X1 \wedge X2$$

**Логический элемент И обозначается на схемах следующим образом:**



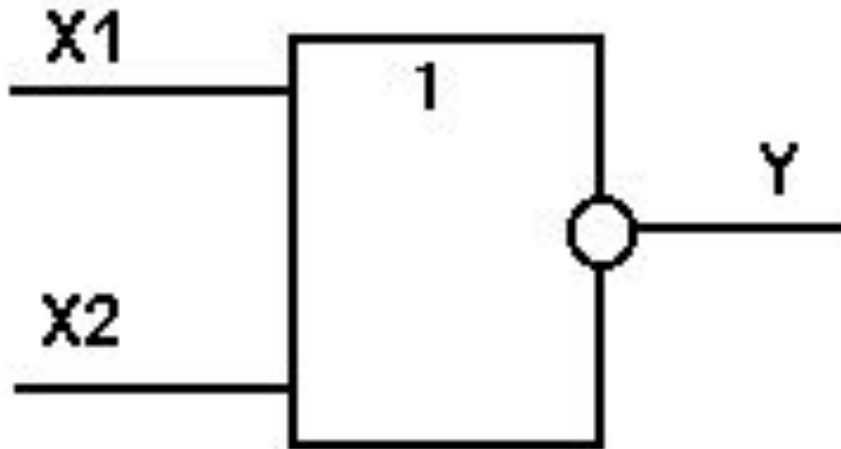
# Логические элементы дополнительные

Функция

стрелка Пирса (ИЛИ-НЕ):  $Y = \text{NOT}(X1+X2)$

Логический элемент ИЛИ-НЕ

обозначается на схемах следующим образом:



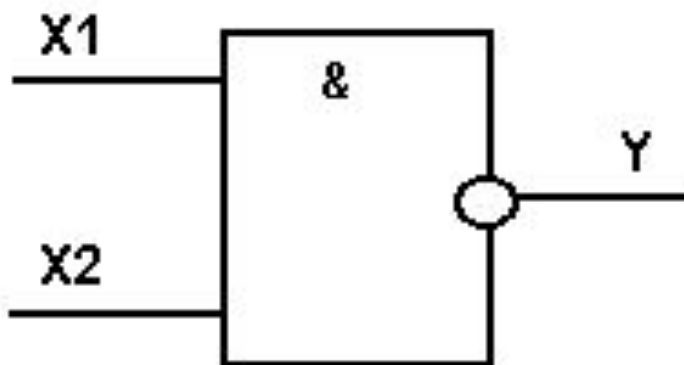


# Функция

штрих Шеффера (И-НЕ):

$$Y = X1 | X2 = \text{NOT}(X1X2)$$

Логический элемент И-НЕ обозначается на схемах следующим образом:



Найти сокращенную ДНФ для функции

$$F(x, y, z) = \overline{x}y + x\overline{y} + \overline{x}z + x\overline{z}$$

Применяя правило обобщенного  
склеивания—

$$F(x, y, z) = \overline{x}y + x\overline{y} + \overline{x}z + x\overline{z} = \overline{x}y + x\overline{y} + \overline{x}z + x\overline{z} + \overline{x}z + x\overline{z}$$

правило поглощения и находим  
сокращенную ДНФ

$$F(x, y, z) = \overline{x}y + x\overline{y} + \overline{x}z + x\overline{z}$$

*Если в произвольной КНФ булевой функции раскрыть все скобки в соответствии с дистрибутивным законом и устранить все элементарные поглощения, то в результате получится сокращенная ДНФ этой функции.*

Найти сокращенную ДНФ для функции

$$F(x, y, z) = (x + y)(x + z)(x + y + z)$$

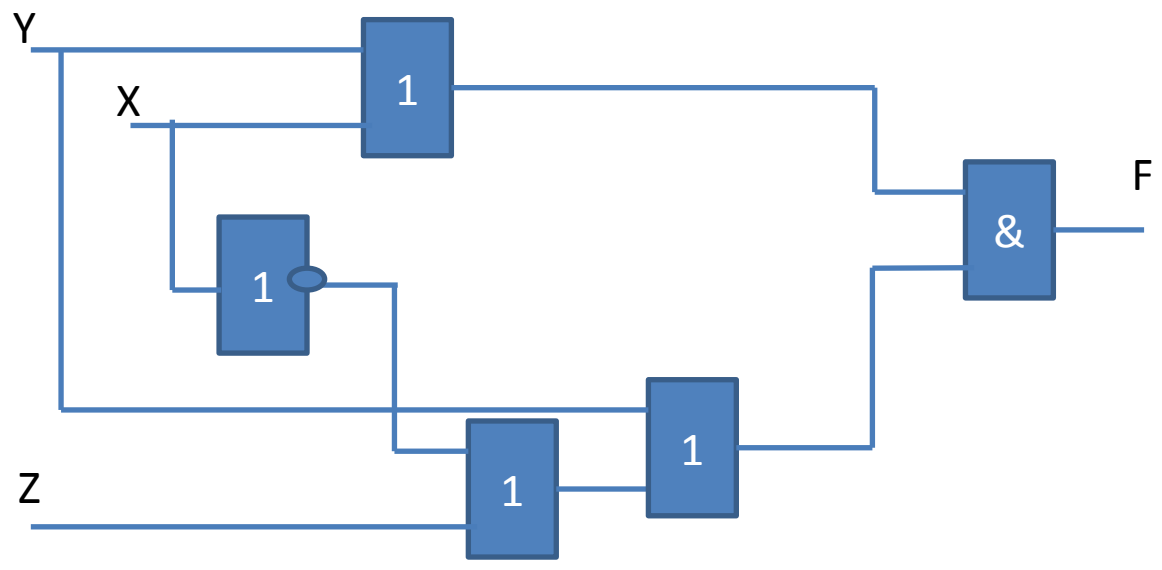
После раскрытия скобок с помощью дистрибутивного закона, получаем:

$$F(x, y, z) = (x + y)(x + z)(x + y + z) =$$

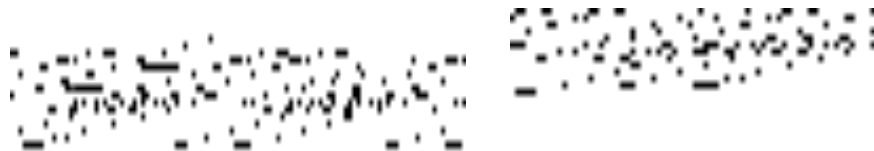
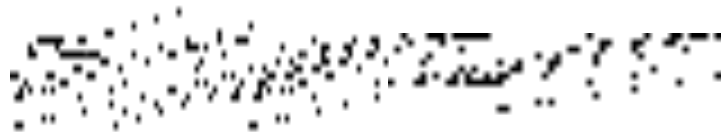
Так как  $(x + y)(x + z) = x + yz$  то имеем:

$$F(x, y, z) = (x + yz)(x + y + z) =$$

Далее, применяя правило поглощения, получаем сокращенную ДНФ:  $F(x, y, z) = x + yz$



Построить схему реализации функций и сравнить результаты



$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} \vee x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \vee \overline{x_1} \cdot x_3 \cdot \overline{x_4}$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} \vee x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \vee \overline{x_1} \cdot x_3 \cdot \overline{x_4}$$

