Показательная функция, ее свойства и применение.

Организация итогового повторения
по алгебре и началам анализа
в 11 классе

Лысенко Л.М.

Основная цель:

Актуализация базовых знаний и способов действий по теме.

Ноябрь 2007г.

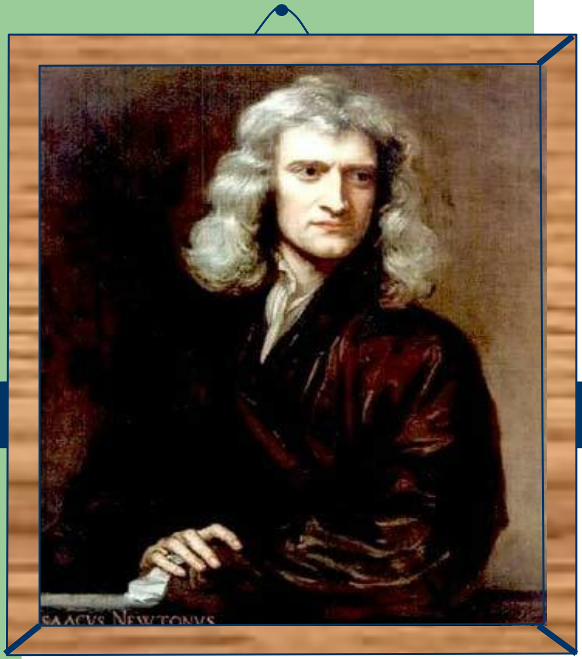
Тамбовцева А.А. Колиниченко Т.В. Лысенко Л.М.

Показательная функция, ее свойства и применение.

- Степень с рациональным показателем.
- Показательная функция.
- Показательные уравнения.
- Показательные неравенства.
- Дополнительный справочный материал.

Ноябрь 2007г.

Тамбовцева А.А. Колиниченко Т.В. Лысенко Л.М.



Как алгебраисты вместо АА, ААА, … пишут А^2, А^3, …

так я вместо $\frac{1}{a}, \frac{1}{a^2}, \frac{1}{a^3}$ **пишу** a^{-1}, a^{-2}, a^{-3}, **…**

Ньютон И.

Ноябрь 2007г.

Тамбовцева А.А. Колиниченко Т.В. Лысенко Л.М.

Свойства степени с рациональным показателем

Если а>0, то:

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n};$
2. $a^n : a^m = a^{n-m};$
3. $(aв)^n = a^n в^n;$
4. $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n;$
5. $\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n, где\ b \neq 0$
6. $a^{-n} = \left(\dfrac{1}{a}\right)^n;$
7. $a^1 = a;$
8. $a^0 = 1;$
9. $1^n = 1;$
10. $0^n = 0, где \quad n \neq 0;$
11. Если $r \in Q, 0 < a < b, то \quad a^r < b^r$

    при r>0 и $a^r > b^r$ при r<0;
12. Если $r, s \in Q, r > s,$ то $a^r > a^s$

    При а>1 и $a^r < a^s$ при 0<a<1.

Л. Эйлер
математик, механик, физик и астроном

Некоторые наиболее часто встречающиеся виды трансцендентных функций, прежде всего показательные, открывают доступ ко многим исследованиям.

Ноябрь 2007г.

Тамбовцева А.А. Колиниченко Т.В. Лысенко Л.М.

«Деятельность учителя неотделима от деятельности учащихся… Она должна состоять из трех основных этапов: *мотивационного, операционно-познавательного и рефлексивно-оценочного*».

Фридман Л.М.

ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ

СВОЙСТВА И ГРАФИК

Ноябрь 2007г.

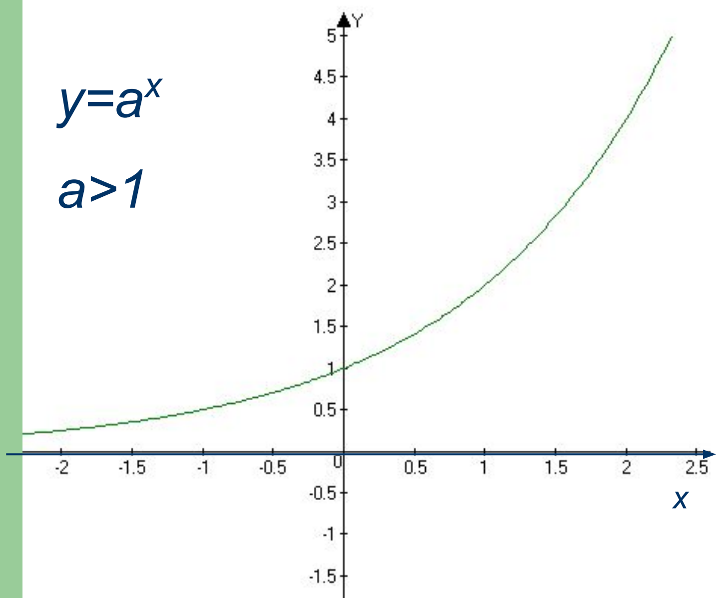
Тамбовцева А.А. Колиниченко Т.В. Лысенко Л.М.

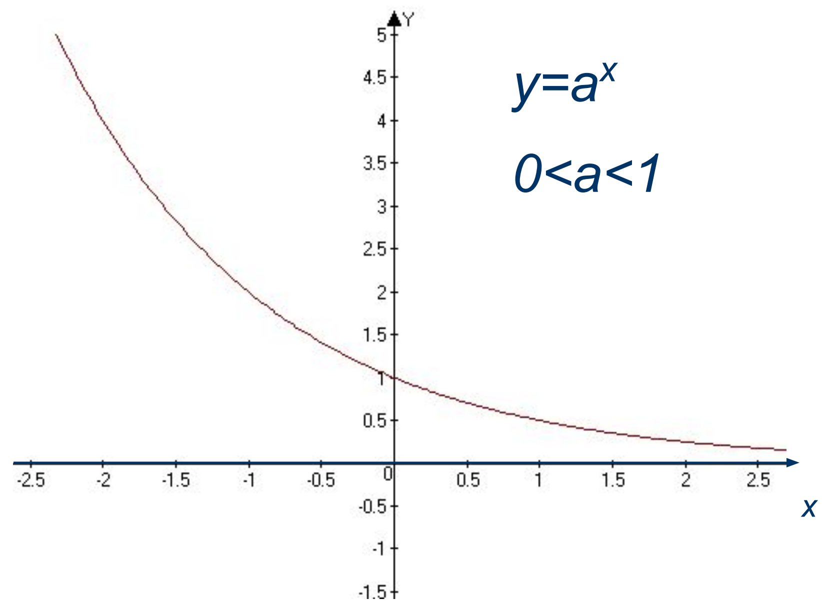
Определение

- Функция, заданная формулой $y=a^x$ (где $a>0$, $a\neq1$), называется <u>показательной функцией с основанием *a*</u>

$y=a^x$

$a>1$





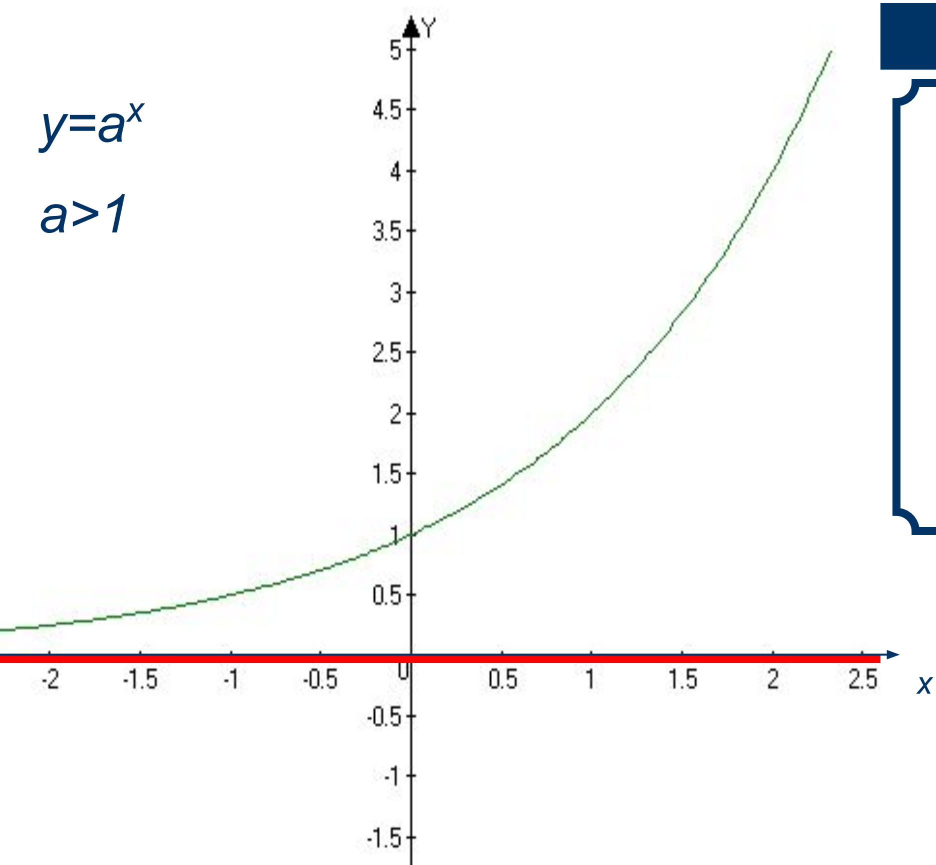
$y=a^x$

$0<a<1$

Свойства показательной функции $y=a^x$ при $a>1$

$y=a^x$

$a>1$

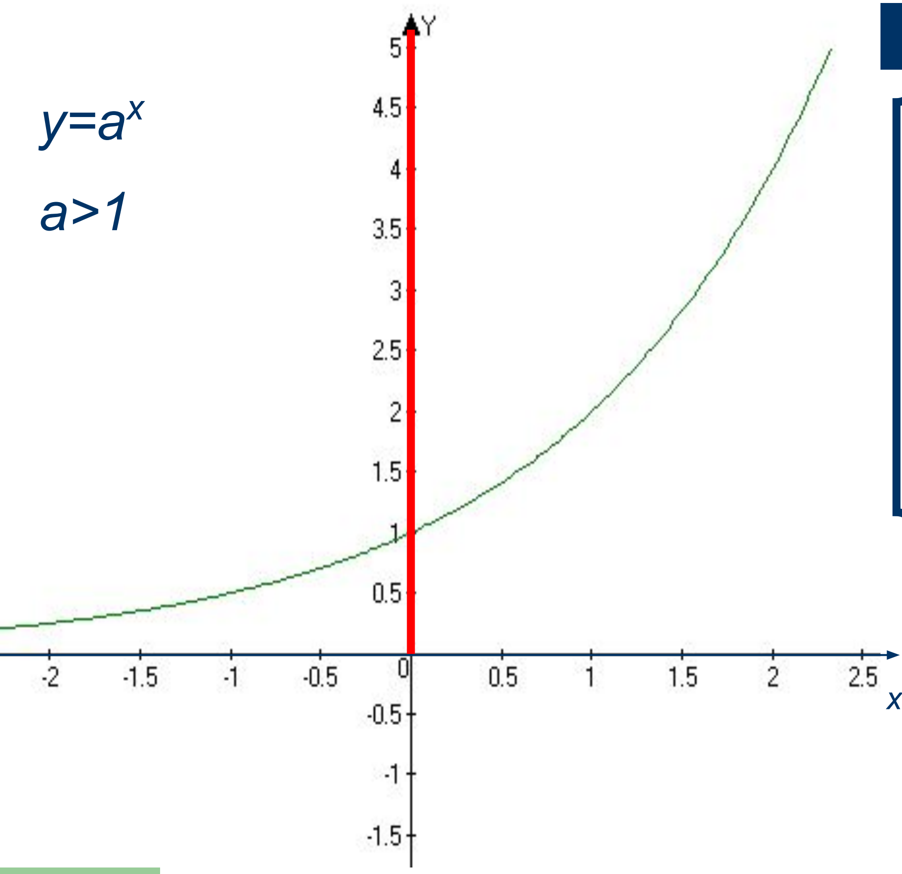


- Область определения – множество всех действительных чисел $D(a^x) = \mathbf{R}$

Свойства показательной функции
$y=a^x$ при $a>1$

$y=a^x$

$a>1$



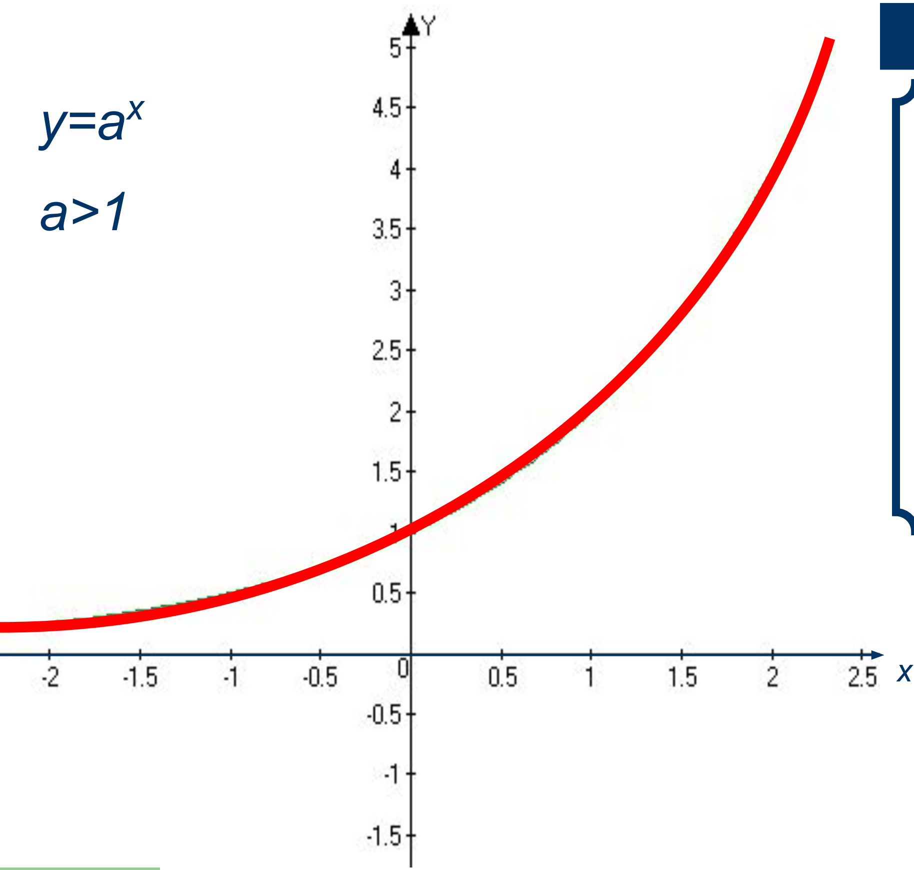
- Область значений – множество всех положительных чисел $E(a^x)=\mathbf{R}_+$

Тамбовцева А.А. Колиниченко Т.В. Лысенко Л.М.

Свойства показательной функции
$y=a^x$ при $a>1$

$y=a^x$

$a>1$



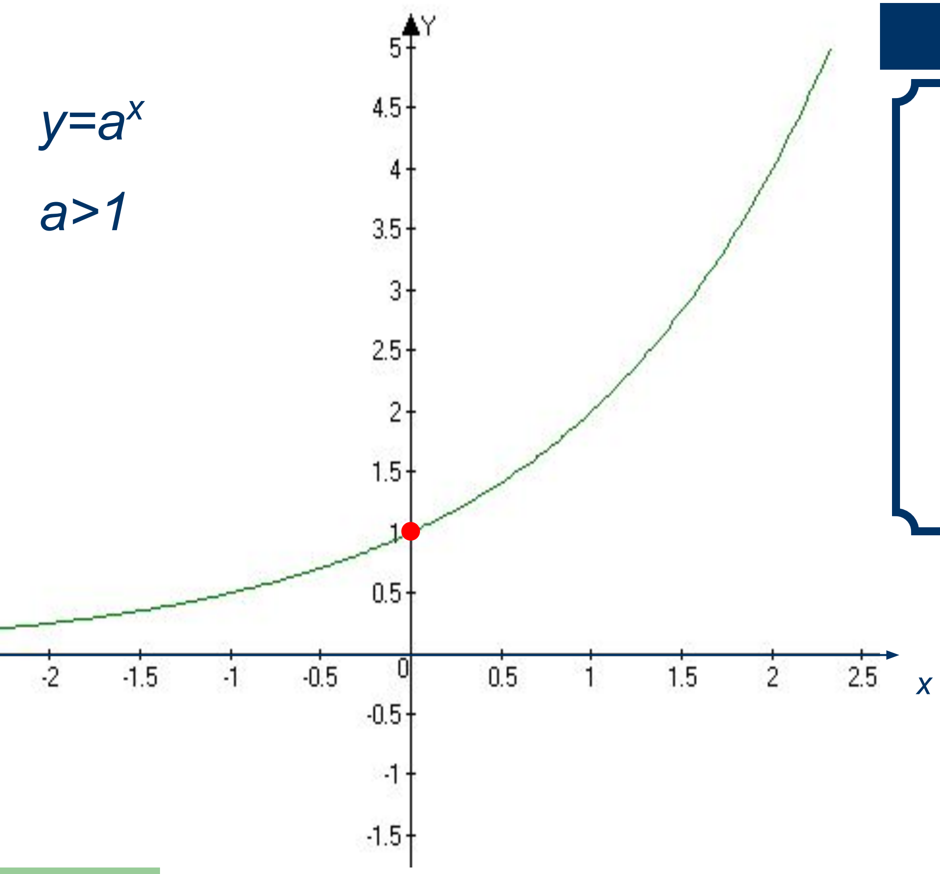
- Функция возрастает на всей области определения

Тамбовцева А.А. Колиниченко Т.В. Лысенко Л.М.

Свойства показательной функции
$y=a^x$ при *$a>1$*

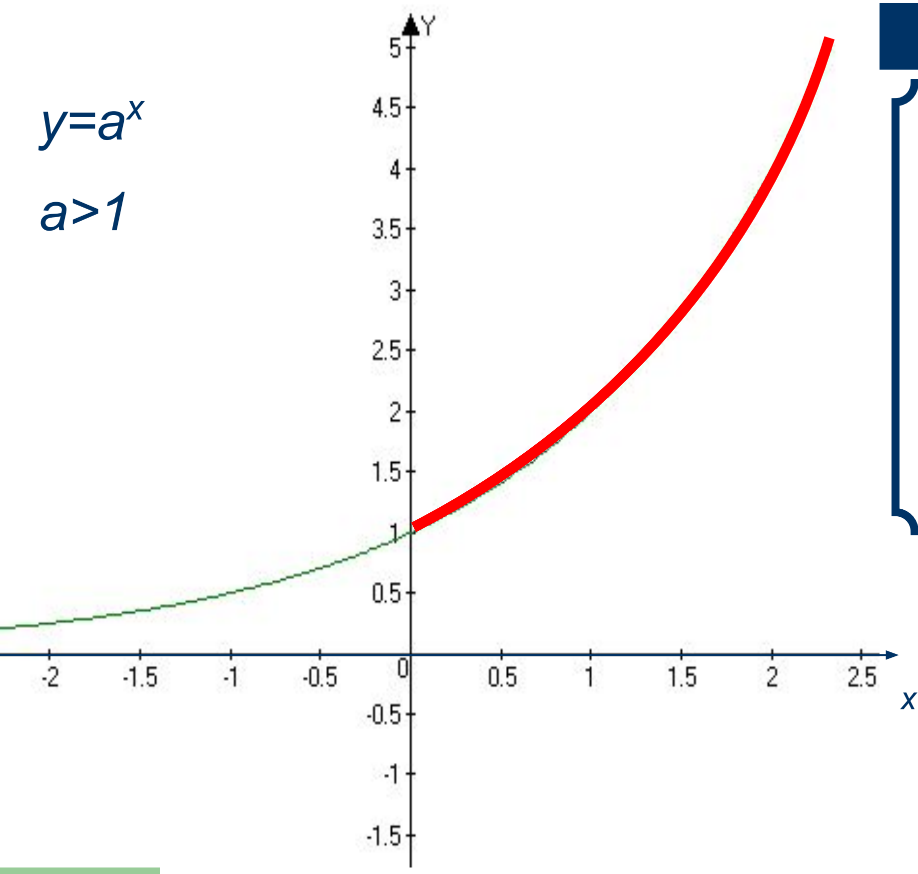
$y=a^x$

$a>1$



- При $x=0$ значение функции равно 1

Свойства показательной функции
$y=a^x$ при $a>1$



$y=a^x$

$a>1$

- Если $x>0$, то $a^x>1$

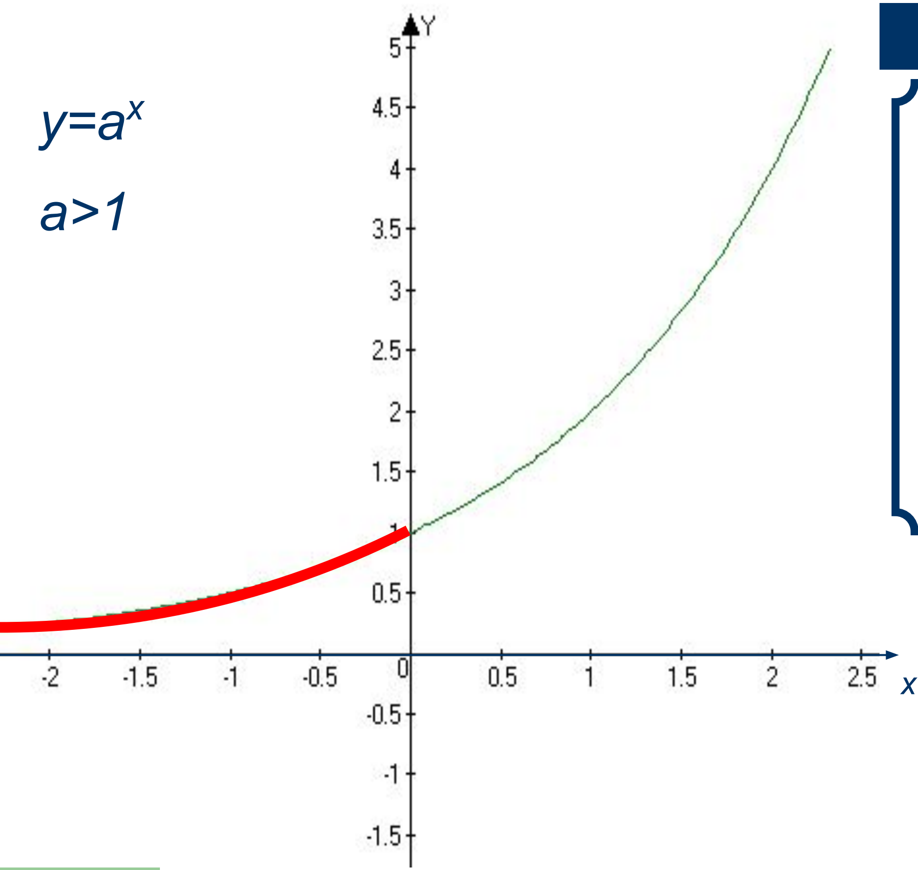
Ноябрь 2007г.

Тамбовцева А.А. Колиниченко Т.В. Лысенко Л.М.

Свойства показательной функции
$y=a^x$ при *$a>1$*

$y=a^x$

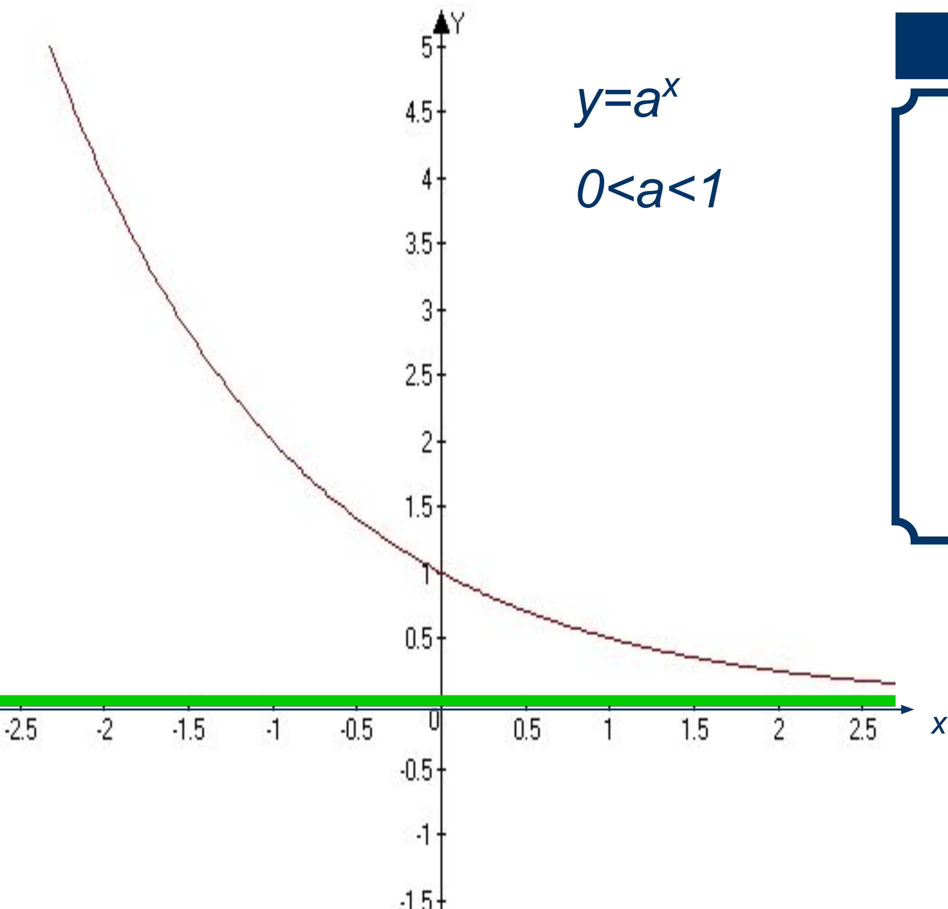
$a>1$



- Если $x<0$, то $0<a^x<1$

Тамбовцева А.А. Колиниченко Т.В. Лысенко Л.М.

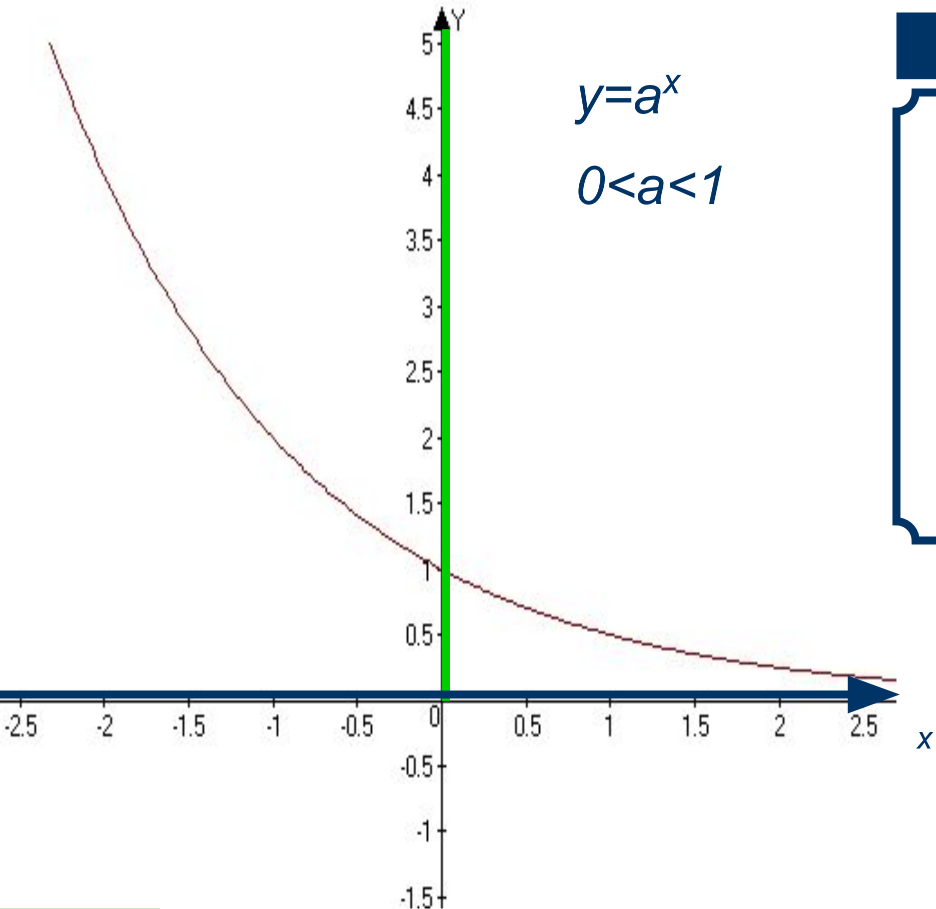
Свойства показательной функции $y=a^x$ при $0<a<1$



- Область определения – множество всех действительных чисел $D(a^x) = \mathbf{R}$

Тамбовцева А.А. Колиниченко Т.В. Лысенко Л.М.

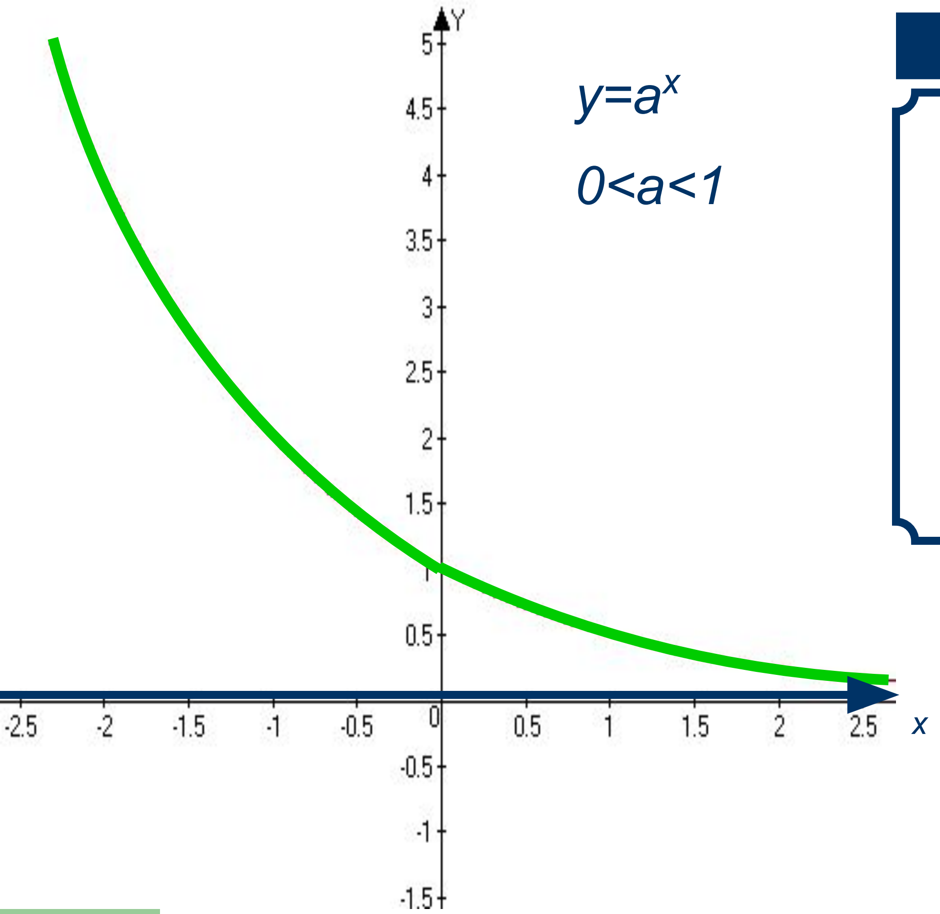
Свойства показательной функции
$y=a^x$ при $0<a<1$



- Область значений – множество всех положительных чисел $E(a^x) = \mathbf{R}_+$

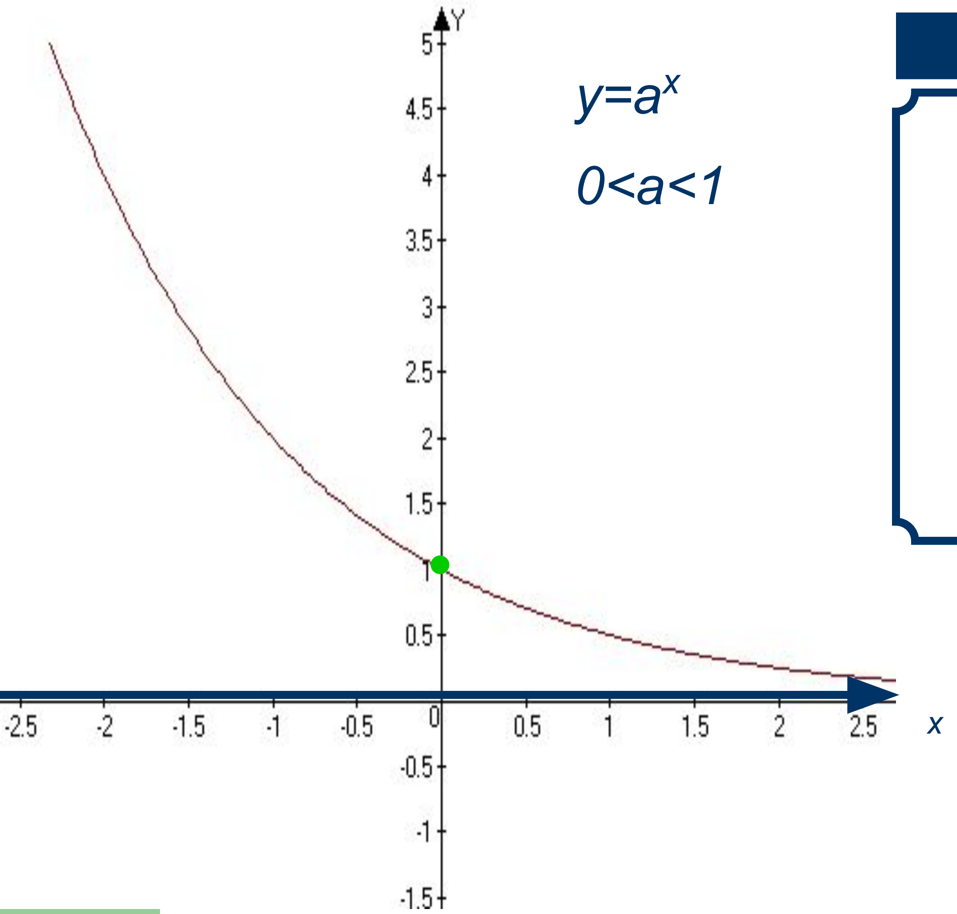
Тамбовцева А.А. Колиниченко Т.В. Лысенко Л.М.

Свойства показательной функции $y=a^x$ при $0<a<1$



- Функция убывает на всей области определения

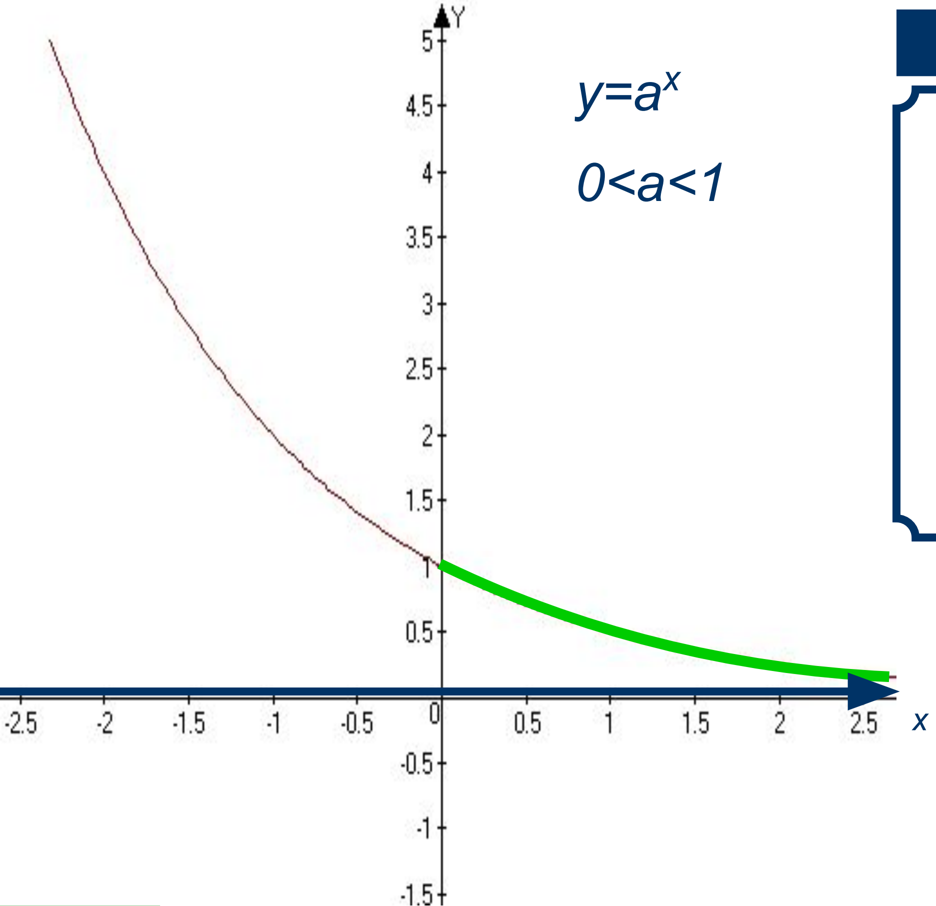
Свойства показательной функции $y=a^x$ при $0<a<1$



- При x=0 значение функции равно 1

Тамбовцева А.А. Колиниченко Т.В. Лысенко Л.М.

Свойства показательной функции
$y=a^x$ при *$0<a<1$*



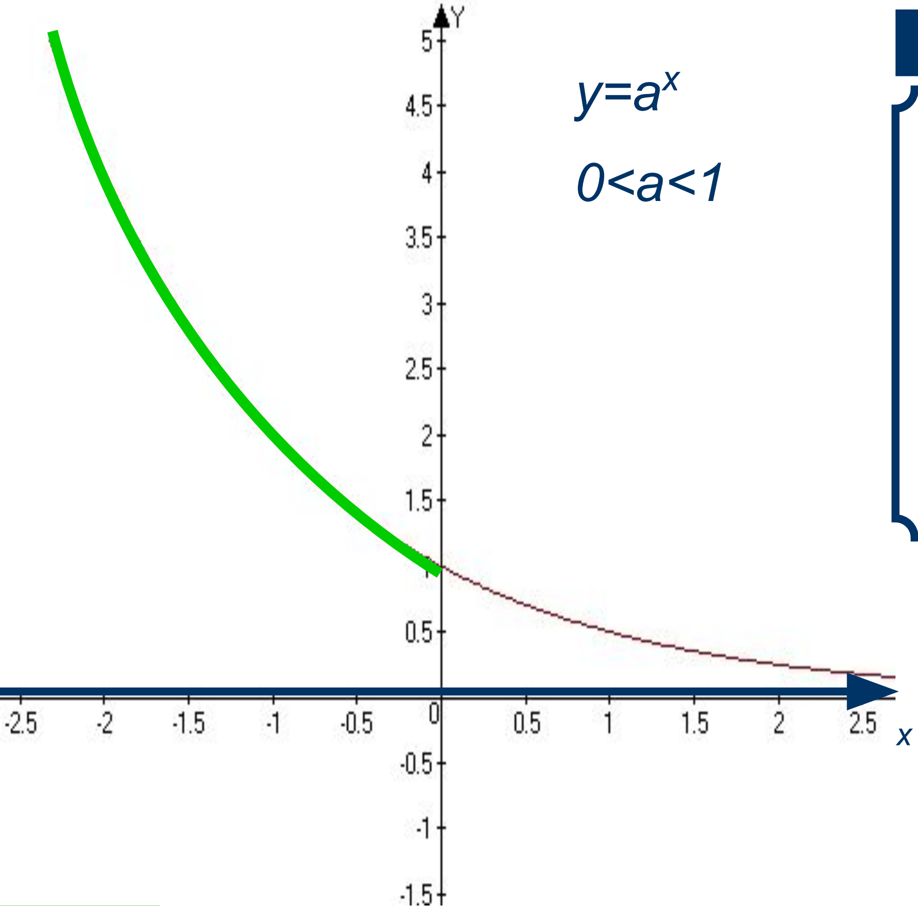
$y=a^x$

$0<a<1$

- Если $x>0$, то $0<a^x<1$

Тамбовцева А.А. Колиниченко Т.В. Лысенко Л.М.

Свойства показательной функции
$y=a^x$ при $0<a<1$



- Если $x<0$, то $a^x>1$

Ноябрь 2007г.

Тамбовцева А.А. Колиниченко Т.В. Лысенко Л.М.

Показательные уравнения

$$a^x = b$$

Если

$$b = a^m,$$

то

$$a^x = a^m$$

и

$$x = m$$

Если

$$b > 0,$$

то

$$a^x = b \Leftrightarrow$$

$$x = \log_a b$$

Если

$$b < 0,$$

то

$$a^x = b$$

не имеет корней

Ноябрь 2007г.

Тамбовцева А.А. Колиниченко Т.В. Лысенко Л.М.

Показательные неравенства

$$a^x > b; \quad a^x \geq b; \quad a^x < b; \quad a^x \leq b.$$

Если $0 < a < 1$

1. $a^x > b$, где $b = a^m \Leftrightarrow a^x > a^m \Leftrightarrow x < m$
2. $a^x \leq b$, $b \neq a^m, b > 0 \Leftrightarrow x \geq \log_a b$
3. $a^x \leq b$, если $b < 0$, то не имеет решения
4. $a^x > b$, если $b < 0$, то $x \in R$

Если $a > 1$

1. $a^x > b$, где $b = a^m \Leftrightarrow x > m$
2. $a^x \leq b$, где $b \neq a^m$, $b > 0 \Leftrightarrow x \leq \log_a b$

Производная и первообразная

$$\left(a^x\right)' = a^x \ln a$$

$$F(x) = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

Тест 1

- Кликните по ссылке для открытия теста 1

Тест 2
Проверь себя !

1. «-»
2. «-»
3. «+»
4. «-»
5. «+»
6. «-»
7. «+»
8. «-»
9. «+»
10. «-»
11. «+»
12. «+»
13. «+»
14. «+»
15. «+»
16. «-»
17. «+»
18. «-»
19. «-»
20. «-»
21. «+»

18-21 правильных ответов – «5», 14-17 – «4», 11-13 – «3»,

меньше 11 – не владеете материалом

Тамбовцева А.А. Колиниченко Т.В. Лысенко Л.М.

Основные опорные сигналы

1. $A \cdot B = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} A = 0 \\ B = 0 \end{array}\right. \\ \exists \text{ A, B} \end{cases}$

2. $\dfrac{A}{B} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B \neq 0 \end{cases}$

3. $A \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A > 0 \\ A = 0 \end{array}\right.$ $\quad A \leq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A < 0 \\ A = 0 \end{array}\right.$

4. $A^2 + B^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$

5. $\sqrt{A^2} = B \Leftrightarrow |A| = B$

6. $|A| = |B| \Leftrightarrow A = \pm B$

7. $\sqrt{A} > B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases} \\ \begin{cases} A \geq 0 \\ B < 0 \end{cases} \end{array}\right.$ и

$\sqrt{A} \leq B \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \\ A \leq B^2 \end{cases}$

8. $\dfrac{A}{B} \leq \dfrac{A}{C} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq C \\ B \neq 0, C \neq 0 \end{cases}$ или $\left[\begin{array}{l} A < 0 \\ B \leq C < 0 \end{array}\right.$

9. $A^B = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A > 0 \\ B = 0 \end{array}\right.$ или $\begin{cases} A = 1 \\ \exists \text{ B} \end{cases}$

Тамбовцева А.А. Колиниченко Т.В. Лысенко Л.М.

Способы решения уравнений

- Разложение левой части на множители.
- Замена переменной.
- Функциональный (с помощью свойств функции).
- Однородные (делением обеих частей на выражение не равное нулю)
- Графический.
- Логарифмирование.

Проверь себя! Тест 3, часть 1

1. Опора 9 , функциональный способ
2. Опора 1 , функциональный способ
3. Опора 8 , замена переменной, функциональный способ
4. Опора 3 , функциональный способ, метод интервалов
5. Опора 6 , однородные уравнения
6. Опора 2 , замена переменной, разложение на множители
7. - замена переменной, метод интервалов
8. Опора 7 , функциональный способ
9. Опора 2 , замена переменной, функциональный способ
10. Опора 5 , $|a| = \begin{cases} a, если & a \geq 0 \\ -a, если & a < 0 \end{cases}$
11. Опора 1 , функциональный способ
12. - , графический способ
13. Опора 5 , геометрическая прогрессия
14. Опора 4 , функциональный способ
15. - , замена переменной, метод интервалов1

Ноябрь 2007г.

Тамбовцева А.А. Колиниченко Т.В. Лысенко Л.М.

Указания к заданиям 16 - 19

16. Используйте основное свойство дроби и исследование решений линейного уравнения.
17. $2-\sqrt{3}=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}$
18. Базовые знания – производная и первообразная показательной функции.
19. Записать данную функцию в виде степени с основанием 2. опереться на свойства показательной и квадратичной функций.

Решите. Тест 3 (часть2)

Вариант 1.

Решите уравнение, в ответ запишите наименьший корень $|x|^{\frac{\sin x}{\sqrt{5-x^2-4x}}}=1$

Вариант 2.

Решите уравнение, в ответ запишите корень или сумму корней

$$\left(3^x+81\right)\cdot\sqrt{3^{|x|}-9}\cdot\lg\left(4-3^x\right)=0$$

Вариант 3.

Решите уравнение

$$\left(2^{x^2-3x+2}-4\right)^2+\left(5^{x^2-x-6}-1\right)^2=0$$

Ноябрь 2007г.

Тамбовцева А.А. Колиниченко Т.В. Лысенко Л.М.

Проверь себя!

Вариант 1

Решите уравнение. В ответ запишите наименьший корень $|x|^{\frac{\sin x}{\sqrt{5-x^2-4x}}}=1.$

Решение.

$$|x|^{\frac{\sin x}{\sqrt{5-x^2-4x}}}=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} |x|=1 \\ -x^2-4x+5>0 \end{cases} \\ \begin{cases} |x|\neq 0 \\ |x|\neq 1 \\ \dfrac{\sin x}{\sqrt{5-x^2-4x}} \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\neq \pm 1 \\ x^2+4x-5<0 \end{cases} \\ \begin{cases} x\neq 0 \\ x\neq \pm 1 \\ \sin x=0 \\ x^2+4x-5<0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=\pm 1 \\ -5<x<1 \end{cases} \\ \begin{cases} x\neq 0 \\ x\neq \pm 1 \\ x=\pi n, n\in Z \\ -5<x<1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-\pi \end{array}\right.$$

Ответ: - π

Ноябрь 2007г.

Тамбовцева А.А. Колиниченко Т.В. Лысенко Л.М.

Проверь себя!

Вариант 2

Решите уравнение. $\left(3^x+81\right)\cdot\sqrt{3^{|x|}-9}\cdot\lg\left(4-3^x\right)=0.$

Решение. Так как $3^x+81>0$ при любых x, то

$$\left(3^x+81\right)\cdot\sqrt{3^{|x|}-9}\cdot\lg\left(4-3^x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}3^{|x|}-9=0\\4-3^x>0\end{cases}\\ \begin{cases}4-3^x=1\\3^{|x|}-9\ge 0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=2\\x=-2\\3^x<4\end{cases}\\ \begin{cases}3^x=3\\3^{|x|}\ge 3^2\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-2\\ \varnothing\end{array}\right. \Leftrightarrow x=-2$$

Ответ: -2

Проверь себя!

Решите

Вариант 3

Решите уравнение. $\left(2^{x^2-3x+2}-4\right)^2+\left(5^{x^2-x-6}-1\right)^2=0.$

Решение.

$$\left(2^{x^2-3x+2}-4\right)^2+\left(5^{x^2-x-6}-1\right)^2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2-3x+2}-4=0 \\ 5^{x^2-x-6}-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2-3x+2}=2^2 \\ 5^{x^2-x-6}=5^0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x=0 \\ x^2-x-6 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=3$$

Ответ: 3

Тамбовцева А.А. Колиниченко Т.В. Лысенко Л.М.