

ЕГЭ 2014

Задача В14. Задания на проценты

Учитель математики МБОУ СОШ № 143

г. Красноярска

Князькина Татьяна Викторовна

апрель 2014 года

Задание В14 — это не только задачи на движение и работу. Есть еще задания на проценты, на растворы, сплавы и смеси, на движение по окружности и нахождение средней скорости.

Начнем с задач на проценты. Важное правило: за 100% мы принимаем ту величину, с которой сравниваем.

Полезные формулы:

- если величину x увеличить на p процентов, получим $x(1+p/100)$.
- если величину x уменьшить на p процентов, получим $x(1-p/100)$.
- если величину x увеличить на p процентов, а затем уменьшить на $q\%$, получим $x(1+p/100)(1-q/100)$.

1. В 2008 году в городском квартале проживало 40000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 8%, а в 2010 году — на 9% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

По условию, в 2009 году число жителей выросло на 9%, то есть стало равно $40000 \cdot 1,08 = 43200$ человек.

А в 2010 году число жителей выросло на 9%, теперь уже по сравнению с 2009 годом. Получаем, что в 2010 году в квартале стало проживать $40000 \cdot 1,08 \cdot 1,09 = 47088$ жителей.

2. В понедельник акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а во вторник подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

На первый взгляд кажется, что в условии ошибка и цена акций вообще не должна измениться. Ведь они подорожали и подешевели на одно и то же число процентов! Но не будем спешить. Пусть при открытии торгов в понедельник акции стоили x рублей.

К вечеру понедельника они подорожали на $p\%$ и стали стоить $x(1+p/100)$. Теперь уже эта величина принимается за 100% , и к вечеру вторника акции подешевели на $p\%$ по сравнению этой величиной.

Соберем данные в таблицу:

| | В понедельник утром | В понедельник вечером | Во вторник вечером |
|-----------------|---------------------|-----------------------|-------------------------|
| Стоимость акций | x | $x(1+p/100)$ | $x(1+p/100)(1-p/100)$. |

По условию, акции в итоге подешевели на 4%.

Получаем, что $x(1+p/100)(1-p/100) = x(1-4/100)$.

Поделим обе части уравнения на x (ведь он не равен нулю) и применим в левой части формулу сокращенного умножения.

$$1-p^2/100^2=1-4/100$$

$$p^2/100^2=4/100$$

По смыслу задачи, величина p положительна.

Получаем, что $p=20$.

3. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20000 рублей, через два года был продан за 15842 рублей.

Эта задача тоже решается по одной из формул, приведенных в начале.

Холодильник стоил 20000 рублей. Его цена два раза уменьшилась на $p\%$, и теперь она равна $20000 \cdot (1-p/100)^2 = 15842$

$$(1-p/100)^2=15842/20000$$

$$(1-p/100)^2=7921/10000$$

$$(1-p/100)=89/100$$

$$P=11$$

4. Четыре рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять рубашек дороже куртки?

Пусть стоимость рубашки равна x , стоимость куртки y . Как всегда, принимаем за сто процентов ту величину, с которой сравниваем, то есть

цену куртки. Тогда стоимость четырех рубашек составляет 92% от цены куртки, то есть $4x=0,92y$

$$X=0,23y$$

$$5x=1,15y=115\%y$$

Получили, что пять рубашек на 15% дороже куртки.

Ответ: 15.

5. Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата

мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Нарисуем таблицу. Ситуации, о которых говорится в задаче («если бы зарплата мужа увеличилась, если бы стипендия дочки уменьшилась...») назовем «ситуация А» и «ситуация В».

| | муж | жена | дочь | Общий доход |
|--------------|------|------|--------|---------------|
| В реальности | x | y | z | $x+y+z$ |
| ситуация А» | $2x$ | y | z | $1,67(x+y+z)$ |
| ситуация В | x | y | $1/3z$ | $0,96(x+y+z)$ |

Осталось записать систему уравнений.

$$2x+y+z=1,67(x+y+z)$$

$$x+y+1/3z=0,96(x+y+z)$$

Но что же мы видим? Два уравнения и три неизвестных! Мы не сможем найти x , y и z по отдельности. Правда, нам это и не нужно. Лучше возьмем первое уравнение и из обеих его частей вычтем сумму $x+y+z$.

$$\text{Получим: } x=0,67(x+y+z)$$

Это значит, что зарплата мужа составляет 67% от общего дохода семьи.

Во втором уравнении мы тоже вычтем из обеих частей выражение $x+y+z$, упростим и получим, что $x=0,06(x+y+z)$.

Значит, стипендия дочки составляет 6% от общего дохода семьи. Тогда зарплата жены составляет 27% общего дохода.

Ответ: 27.