

Здравствуйтесь!

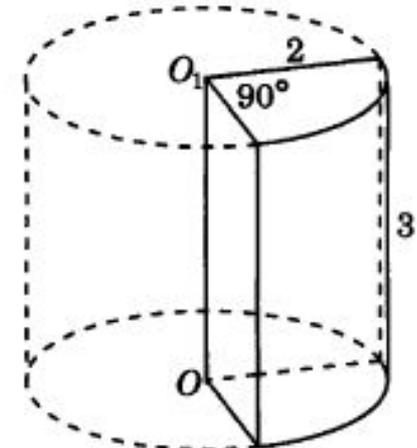
Мы продолжаем курс лекций по подготовке к ЕГЭ по математике. Сегодня мы вновь обратимся к **Заданию В11**, направленному на проверку уровня развития пространственных представлений, умение находить объемы и площади поверхностей многогранников и круглых тел и их комбинаций. В открытом банке ЕГЭ представлено 194 прототипа в данном разделе - то есть 194 задания, по которым составлено более 6000 задач, отличающихся от соответствующих прототипов только числовыми значениями. Сегодня мы остановимся на задачах, связанных с круглыми телами и комбинациями многогранников и тел вращения 194.

# ЦИЛИНДР

$$S_{\text{пов}} = 2\pi R(R + H)$$
$$V = \pi R^2 H$$

**№1.** Найти объем части цилиндра ( см. рисунок).  
В ответе укажите  $V/\pi$

$$V = \frac{1}{4} \cdot V_{\text{цил}} = \frac{1}{4} \cdot \pi R^2 H = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 3 = 3\pi$$



**ОТВЕ**

**3**

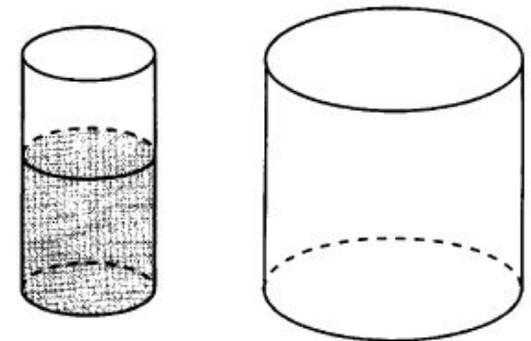
**№2.** Воду, находящуюся в цилиндрическом сосуде на уровне 12 см, перелили в цилиндрический сосуд в 2 раза большего диаметра. На какой высоте будет находиться уровень воды во втором сосуде?

Ответ выразите в сантиметрах

$$\left. \begin{array}{l} V_1 = V_2 \\ S_2 = 4S_1 \end{array} \right\} \Rightarrow H_2 = \frac{H_1}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

**ОТВЕ**

**Т.**



**3**

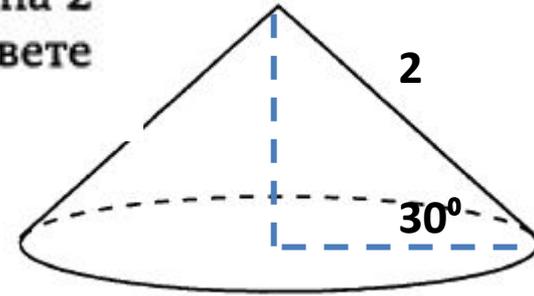
# КОНУС

$$S_{\text{пов}} = \pi R(R + L)$$

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

**№1.** Найдите объем  $V$  конуса, образующая которого равна 2 и наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . В ответе укажите  $V/\pi$ .

$$V_{\text{кон}} = \frac{1}{3} \cdot \pi R^2 H = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \sqrt{3}^2 \cdot 1 = \pi$$



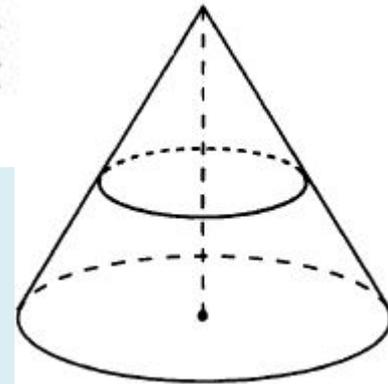
**ОТВЕ**

**1**

**№2.** Объем конуса равен 12. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту пополам. Найдите объем отсеченного конуса.

$$V_{\text{кон1}} = \frac{1}{3} \cdot \pi R_1^2 H_1 = 12$$

$$V_{\text{кон2}} = \frac{1}{3} \cdot \pi R_2^2 H_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi \left(\frac{R_1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{H_1}{2}\right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi R_1^2 H_1}{8} = \frac{12}{8} = 1,5$$



**ОТВЕ**

**1**

**,**

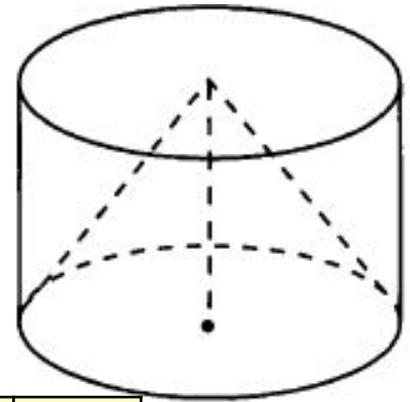
**5**

# ЦИЛИНДР И КОНУС

**№1.** Найти объем цилиндра, если объем конуса равен 50

$$V_{\text{кон}} = \frac{1}{3} \cdot \pi R^2 H$$

$$V_{\text{цил}} = \pi R^2 H$$

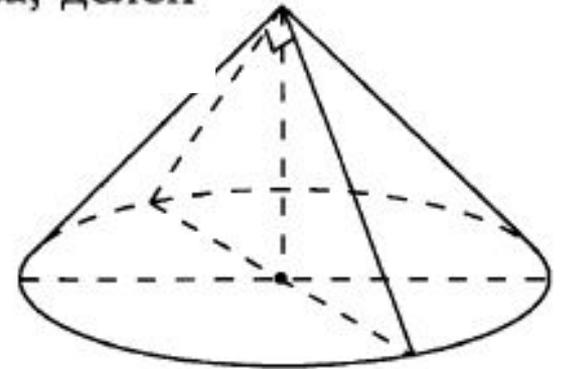


**ОТВЕ**

**1 5 0**

**№2.** Диаметр основания конуса равен 6, а угол при вершине осевого сечения равен  $90^\circ$ . Вычислите объем конуса, деленный на  $\pi$ .

$$V_{\text{кон}} = \frac{1}{3} \cdot \pi R^2 H = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 6 = 72\pi$$



**ОТВЕ**

**7 2**

# шар

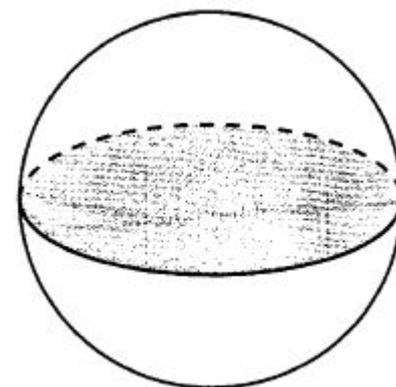
$$S_{сф} = 4\pi R^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

**№1.** Площадь большого круга шара равна 1. Найдите площадь поверхности шара.

$$S_{сф} = 4\pi R^2$$

$$S_{кр} = \pi R^2$$



**ОТВЕ**

**4**

**№2.** Во сколько раз увеличится **Т.** площадь поверхности шара, если его радиус увеличится в 5 раз?

**ОТВЕ**

**2**

**5**

**№3.** Во сколько раз увеличится **Т.** объем шара, если его радиус увеличится в 5 раз?

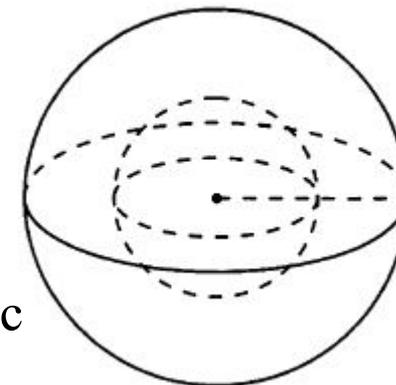
**ОТВЕ**

**1**

**2**

**5**

**Т.**

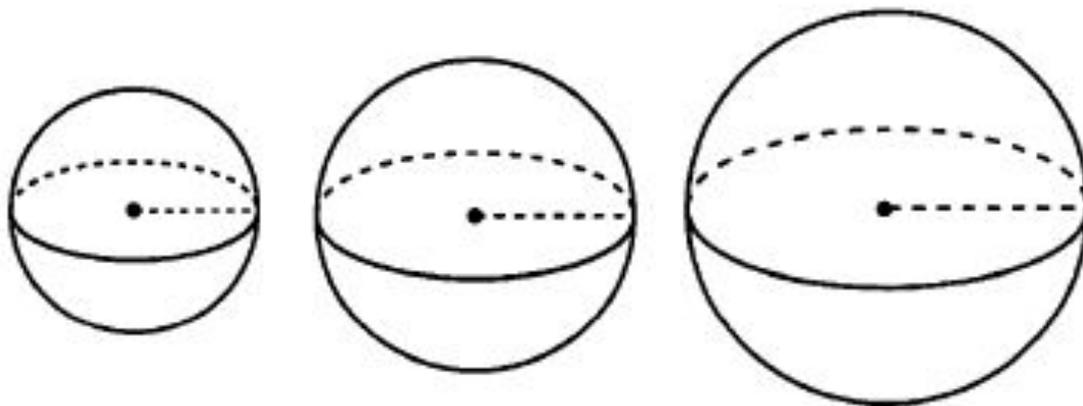


# шар

$$S_{\text{сф}} = 4\pi R^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

**№4.** Радиусы трех шаров равны 3, 4 и 5. Найдите радиус шара, объем которого равен сумме их объемов.



$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 + \frac{4}{3}\pi \cdot 4^3 + \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3$$

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot (3^3 + 4^3 + 5^3)$$

$$R^3 = 27 + 64 + 125$$

$$R^3 = 216 \Rightarrow R = 6$$

**ОТВЕ  
Т.**

1	2	5		
---	---	---	--	--

# Комбинации многогранников и тел вращения

**№1.** Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 3. Найдите его объем.

**ОТВЕ**

2	1	6		
---	---	---	--	--

**№2.** Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда, описанного около сферы, равна 96. Найти радиус сферы.

**ОТВЕ**

2				
---	--	--	--	--

**Т.**

**№3.** Куб вписан в шар радиуса  $\sqrt{3}$ .  
Найдите площадь поверхности куба

**ОТВЕ**

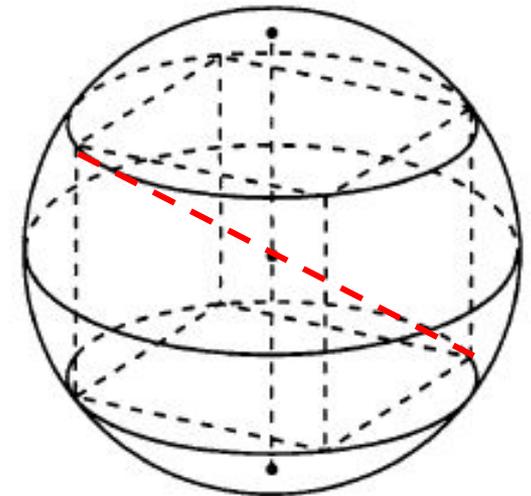
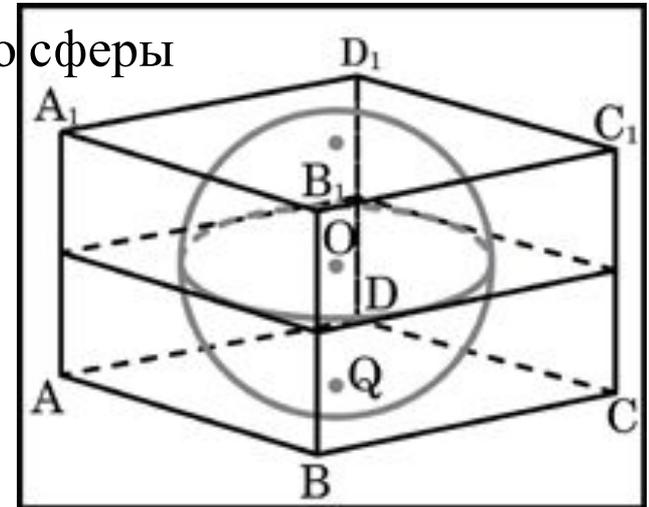
2	4	
---	---	--

**Т.**

$$R = \sqrt{3} \Rightarrow d = 2\sqrt{3}$$

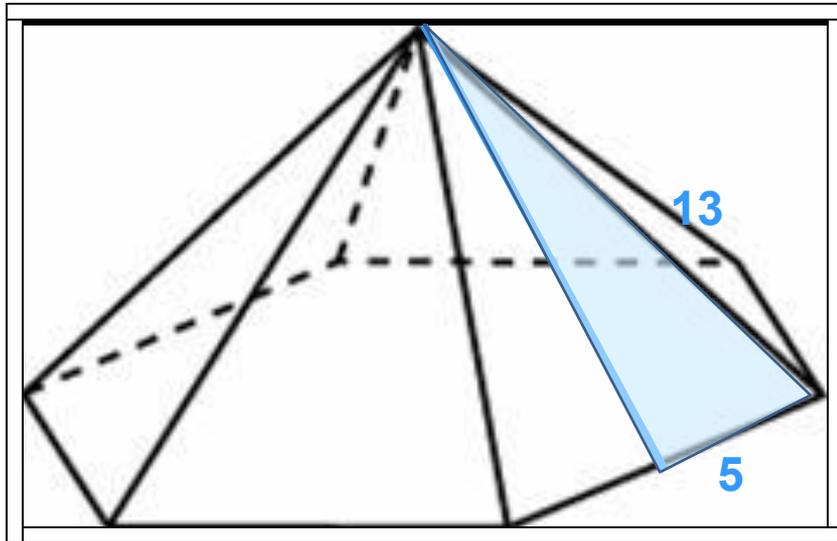
$$a = \frac{d}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2$$

$$S_{\text{куба}} = 6a^2 = 6 \cdot 4 = 24$$



- На этом мы заканчиваем рассмотрение заданий В11, - стереометрических задач базового уровня сложности. Напомню, что на предыдущих уроках мы уже рассмотрели задания геометрического блока В3 и В6 – по планиметрии и В9 – расстояния и углы в пространстве.
- На следующем занятии мы рассмотрим задание С2 – стереометрическая задача повышенного уровня сложности. Кроме того, что ее решение более сложное, чем задачи части В, надо помнить, что это задание проверяет эксперт. Специфику решения и оформления задания мы рассмотрим на следующем уроке
- До новых встреч

Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.



- Боковая поверхность правильной шестиугольной пирамиды состоит из шести треугольников

$$S_{\text{бок.п}} = 6 \cdot S_{\Delta}$$

В любом из треугольников проведём высоту найдём её по теореме Пифагора

$$h = \sqrt{169 - 25} = 12$$

Площадь одной грани пирамиды

$$S = 1/2 \cdot a \cdot h = 5 \cdot 12 = 60$$

Площадь боковой поверхности

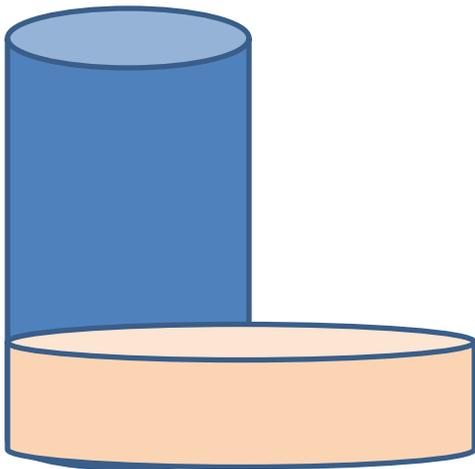
$$S = 6 \cdot 60 = 360$$

Ответ: 360



## № 5037

Объем первого цилиндра равен  $12 \text{ м}^3$ . У второго цилиндра высота в три раза больше, а радиус основания — в два раза меньше, чем у первого. Найдите объем второго цилиндра. Ответ дайте в кубических метрах.



$$V = \pi R^2 h$$

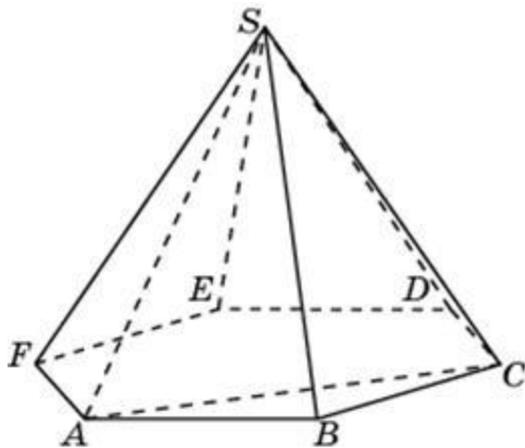
$$V_2 = \pi (R/2)^2 3h$$

$$V_2 < V_1 \text{ в } \frac{3}{4} \text{ раз}$$

$$12 * \frac{3}{4} = 9$$



Объем треугольной пирамиды  $SABC$ , являющейся частью правильной шестиугольной пирамиды  $SABCDEF$ , равен 1. Найдите объем шестиугольной пирамиды.



$$V_6 = \frac{1}{3} S_6 * H$$

$$V_3 = \frac{1}{3} S_{\Delta} * H$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{6} S_6$$

$$S_6 = 6S_{\Delta}$$

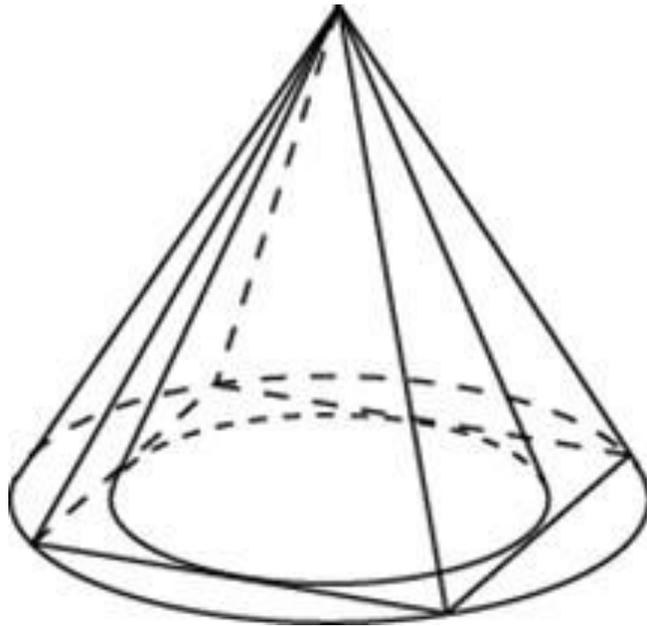
$$S_6 = 6S_{\Delta} \rightarrow V_6 = 6V_3 = 6 * 1 = 6$$



92. Во сколько раз объем конуса, описанного около правильной четырехугольной пирамиды, больше объема конуса, вписанного в эту пирамиду?

**Объемы** конусов **равной высоты** относятся как **квадраты их диаметров**.

Если диаметр основания вписанного конуса равен  $a$ ,  
То диаметр основания описанного конуса равен  $a\sqrt{2}$

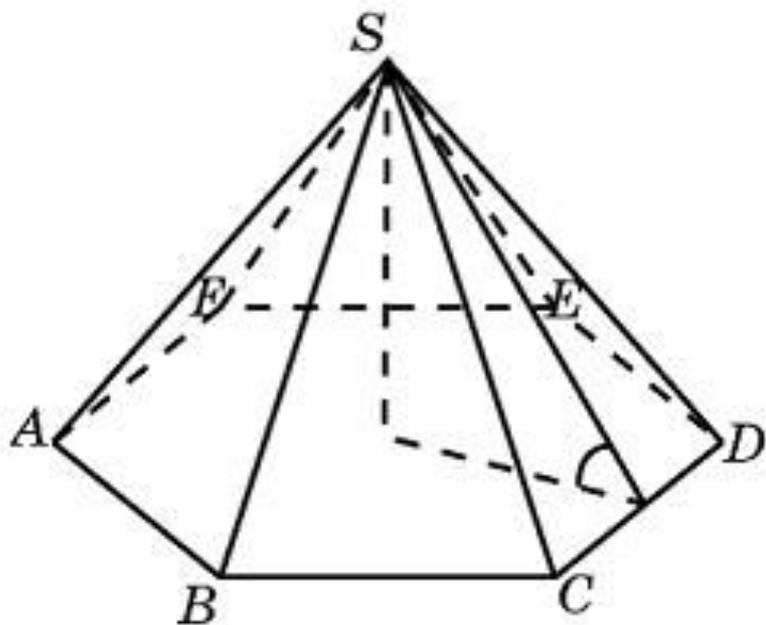


Значит,  $V$  описанного конуса в 2 раза больше объема вписанного.

Ответ: 2



132. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 4, а угол между боковой гранью и основанием равен  $45^\circ$ . Найдите объем пирамиды.



$$r = \frac{\sqrt{3}}{2} a = 2\sqrt{3}$$

$$h_{\text{пир}} = 2\sqrt{3}$$

Верно, но  
почему?

$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3} S h_{\text{пир}}$$

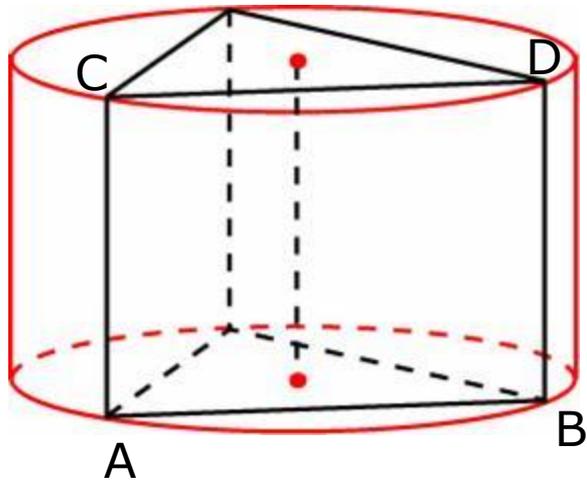
$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \left( \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \right) \cdot h$$

$$V_{\text{пир}} = 2 \cdot \left( \frac{4^2 \sqrt{3}}{4} \right) \cdot 2\sqrt{3}$$

$$V_{\text{пир}} = 3 \cdot 16 = 48$$



Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, вписанной в цилиндр, радиус основания которого равен  $2\sqrt{3}$ , а высота равна 2.



$$AC=H=2$$

$$S_{\text{б.п}} = 3 * S_{ABCD} = 3 * AB * AC$$

$$R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$AB = a = \frac{3R}{\sqrt{3}} = \frac{3 * 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 6$$

$$S_{\text{б.п}} = 3 * 6 * 2 = 36$$

