

РЕШЕНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

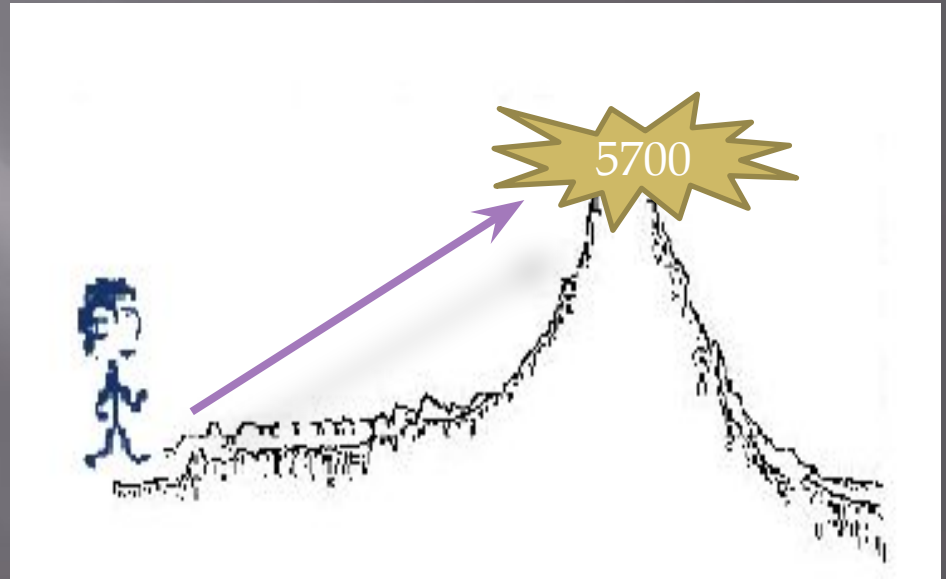
Цель проекта группы

Цель: Изучить алгебраические и геометрические прогрессии на примере решения практических задач.

Задача 1

Турист, поднимаясь в гору, в первый час достиг высоты 800 метров, а в каждый следующий час поднимался на высоту, на 25 метров меньшую, чем в предыдущий.

За сколько часов он достигнет высоты в 5700 метров ?



Решение

Дано :

$$a_1 = 800$$

$$d = -25$$

$$S_n = 5700$$

Найти :

$$n = ?$$

$$(1600 - (n-1) \cdot 25) \cdot n / 2 = 5700$$

$$n^2 - 65n + 456 = 0$$

$$D = 2401$$

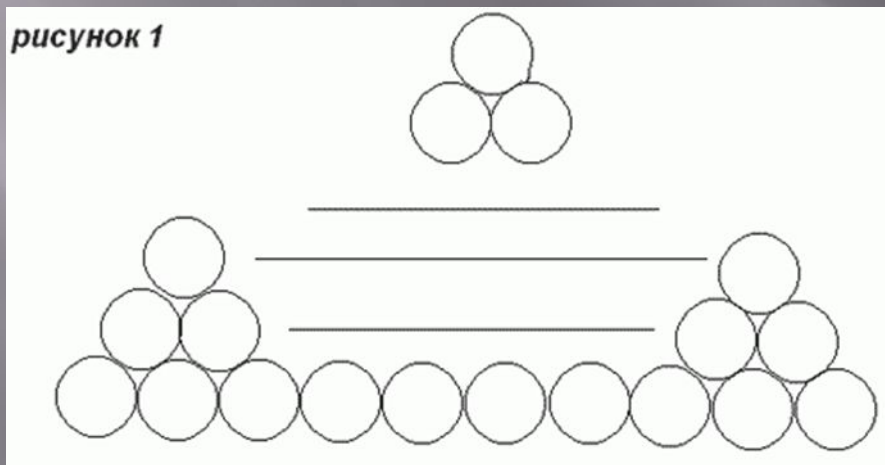
$$n = 8$$



Ответ : 8 часов

Задача 2

При хранении бревен строевого леса их укладывают, как показано на рисунке. Сколько брёвен находится в одной кладке, если в ее основании положено 12 бревен?



Решение

Составим математическую модель задачи:

1, 2, 3, 4, ..., 12. Это арифметическая прогрессия,
 $a_1=1$, $d=1$, $a_n=12$. Надо найти n .

$$a_n = a_1 + d(n-1); 12 = 1 + 1(n-1); n = 12.$$

$$S_n = (a_1 + a_n) \cdot n : 2; S_{12} = (1 + 12) \cdot 12 : 2; S_n = 72.$$

Ответ: в одной кладке находится 72 бревен.

Задача 3

Улитка ползет по дереву.

За первую минуту она проползла 30 см, а за каждую следующую минуту - на 5 см больше, чем за предыдущую.

За какое время достигнет улитка вершины дерева длиной 5,25 м, если считать, что движение начато от его основания?

Решение

$$a_1=30, d=5, S_n=525, n>0$$

$$S_n=(2a_1+d*(n-1))*n/2$$

$$525=(2*30+5*(n-1))*n/2$$

$$1050=(60+5*(n-1))*n$$

$$1050=55*n+5n^2$$

$$n^2+11n-210=0$$

$$n_2=10$$


$$(n>0)$$

Ответ: Улитка достигнет вершины за 10 дней.

Задача 4

Индийский царь Шерам позвал к себе изобретателя шахматной игры, своего подданного Сету, чтобы наградить его за остроумную выдумку. Сета, издеваясь над царем, потребовал за первую клетку шахматной доски 1 зерно, за вторую — 2 зерна, за третью — 4 зерна и т. д. Обрадованный царь посмеялся над Сетой и приказал выдать ему такую «скромную» награду. Стоит ли царю смеяться (сколько зерна должен царь)?

Дано и решение

Дано: \ddots ; 1, 2, 4, 8, 16...

$$q=2, n = 64 \quad b_1=1$$

Найти: S_{64} -?

Решение:

$$S_n = q^{n-1} b_1$$

$$S_{64} = 2^{64} - 1 = 18\ 446\ 744\ 073\ 709\ 551\ 615$$

Ответ: 18 446 744 073 709 551 615

Задача 5

Бактерия, попав в живой организм, к концу 20-й минуты делится на две бактерии, каждая из них к концу следующих 20 минут делится опять на две и т.д. Найдите число бактерий, образующихся из одной бактерии к концу суток.

Решение

В сутках 1440 минут, каждые двадцать минут появляется новое поколение - за сутки 72 поколения. По формуле суммы n первых членов геометрической прогрессии, у которой $b_1=1$, $q=2$, $n=72$, находим, что

$$S_{72} = 2^{72} - 1 = 4\ 722\ 366\ 482\ 869\ 645\ 213\ 696 - 1 = \\ = \underline{4\ 722\ 366\ 482\ 869\ 645\ 213\ 695}.$$

Задача 6

Больной принимает лекарство по схеме: в первый день он принимает **5 капель**, а в каждый следующий день — **на 5 капель больше**, чем в предыдущий. Приняв 40 капель, он 3 дня пьет по 40 капель лекарства, а потом ежедневно уменьшает прием на 5 капель, доведя его до 5 капель. Сколько пузырьков лекарства нужно купить больному, если в каждом содержится 20 мл лекарства (что составляет 250 капель)?

Решение. Составим математическую модель задачи:

5, 10, 15, ..., 40, 40, 40, 35, 30, ..., 5

$$a_n = a_1 + d(n-1),$$

$$40 = 5 + 5(n-1),$$

$$n = 8,$$

$$S_n = ((a_1 + a_n)n)/2, S_8 = (5 + 40) \cdot 8 : 2 = 180,$$

180 капель больной принимал по схеме в первый период и столько же по второй период. Всего он принял $180 + 40 + 180 = 400$ (капель), всего больной выпьет $400 : 250 = 1,6$ (пузырька). Ответ: **надо купить 2 пузырька лекарства.**



Задача 7

□ Одно растение одуванчика занимает на земле площадь 1 м^2 и даёт в год около 100 летучих семян.

Сколько кв. км площади покроет всё потомство одной особи одуванчика через 10 лет при условии, если он размножается беспрепятственно по геометрической прогрессии?

Хватит ли этим растениям на 11-й год жизни места на поверхности суши земного шара ($148\,939\,063\,133\,000 \text{ м}^2$)?



Дано:

$$b_1 = 10^2$$

$$q = 10^2$$

Найти: b_{10} и b_n

Решение:

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1} = 10^2 \cdot 10^{2(n-1)} = 10^{2n}$$

$$b_{10} = 10^2 \cdot 11 = 10^{20}$$

$$b_{11} = 10^2 \cdot 11 = 10^{22}$$

Т.к. $10^{22} > 148\,939\,063\,133\,000$, то растениям одуванчика не хватит места на земле.





СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ