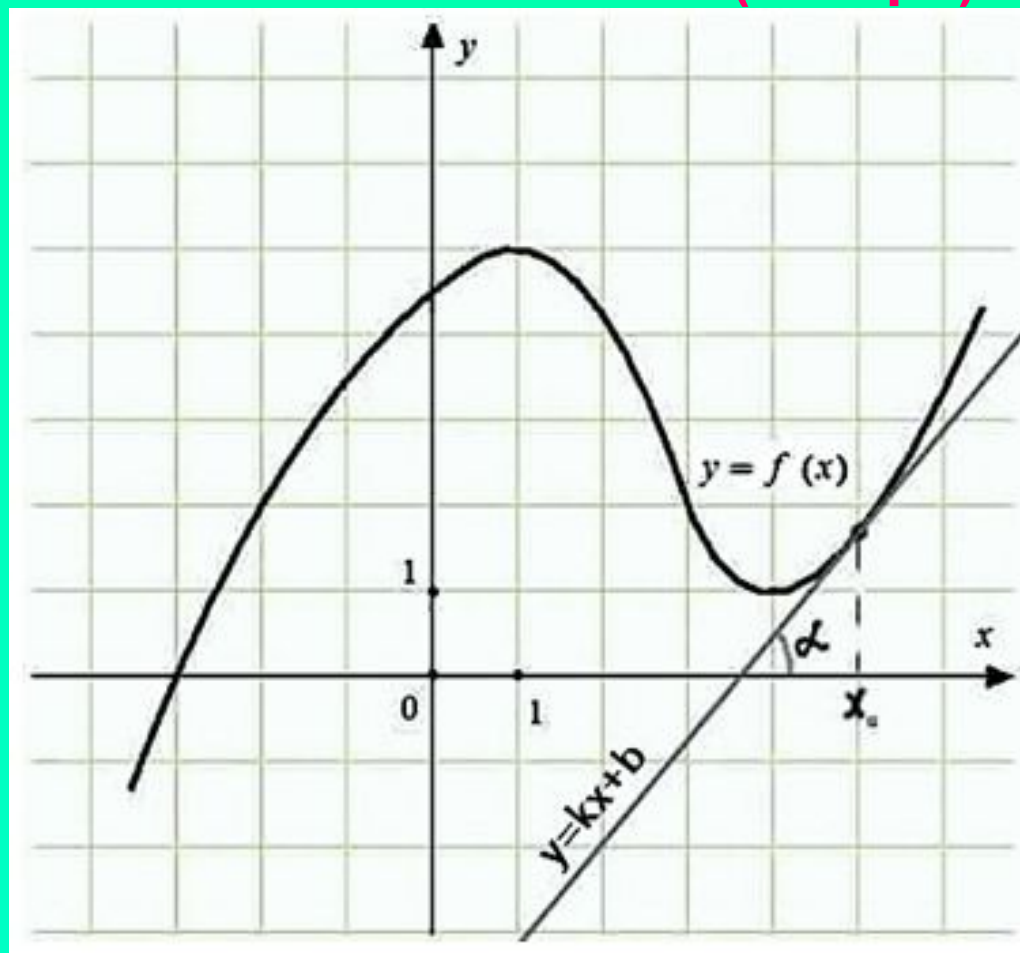


Презентация учителя математики  
МБОУ СОШ № 14 пгт Ильского МО Северский район  
Барабаш Ирины Викторовны

# Геометрический смысл производной.

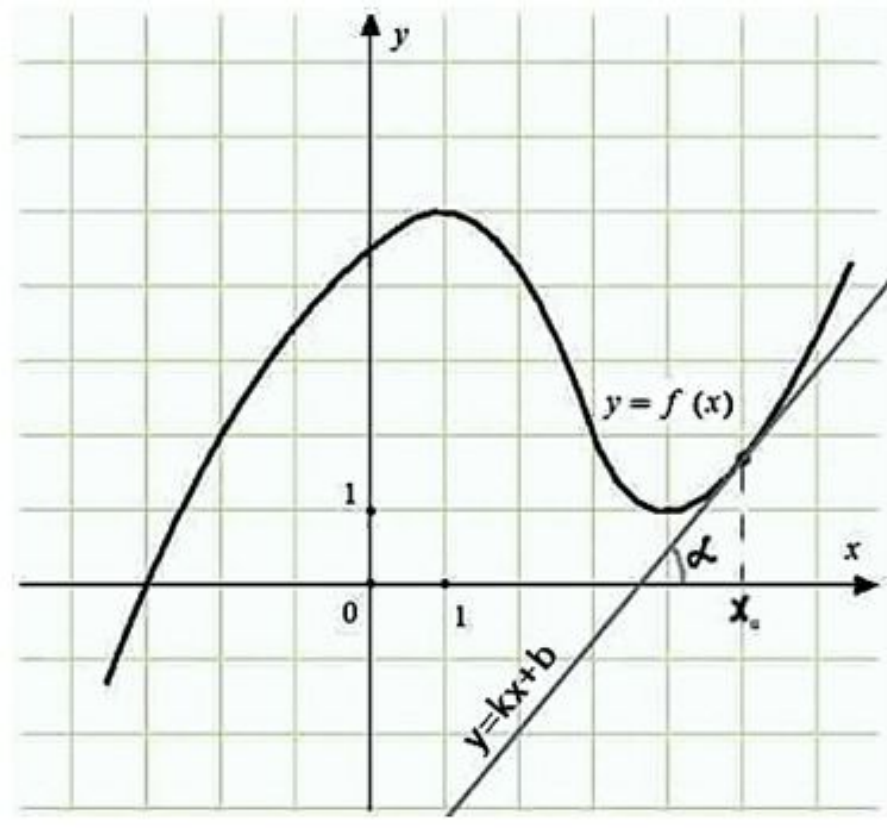
Построим произвольный график некой функции  $y = f(x)$  на координатной плоскости, построим касательную в точке  $x_0$ , обозначим угол между прямой о осью  $ox$  как  $\alpha$  (альфа):

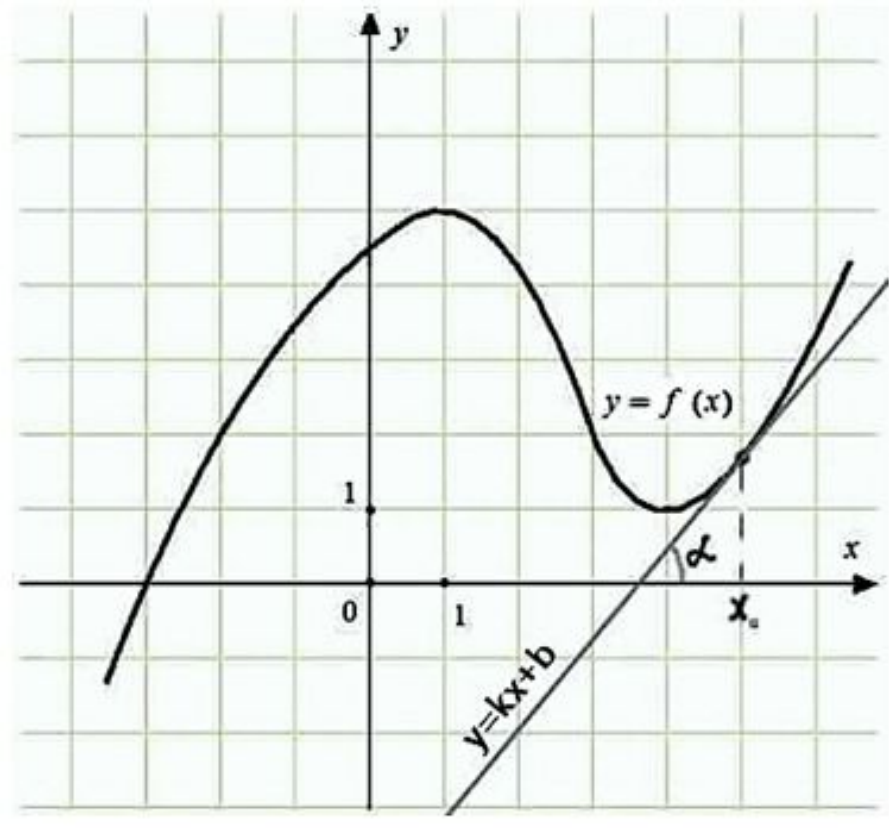


- Из курса алгебры известно, что уравнение прямой имеет вид:

$$y = kx + b$$

Производная функции в точке есть угловой коэффициент касательной к графику этой функции в этой точке. В этом и состоит **геометрический смысл** производной.





- То есть производная функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$  равна угловому коэффициенту касательной:

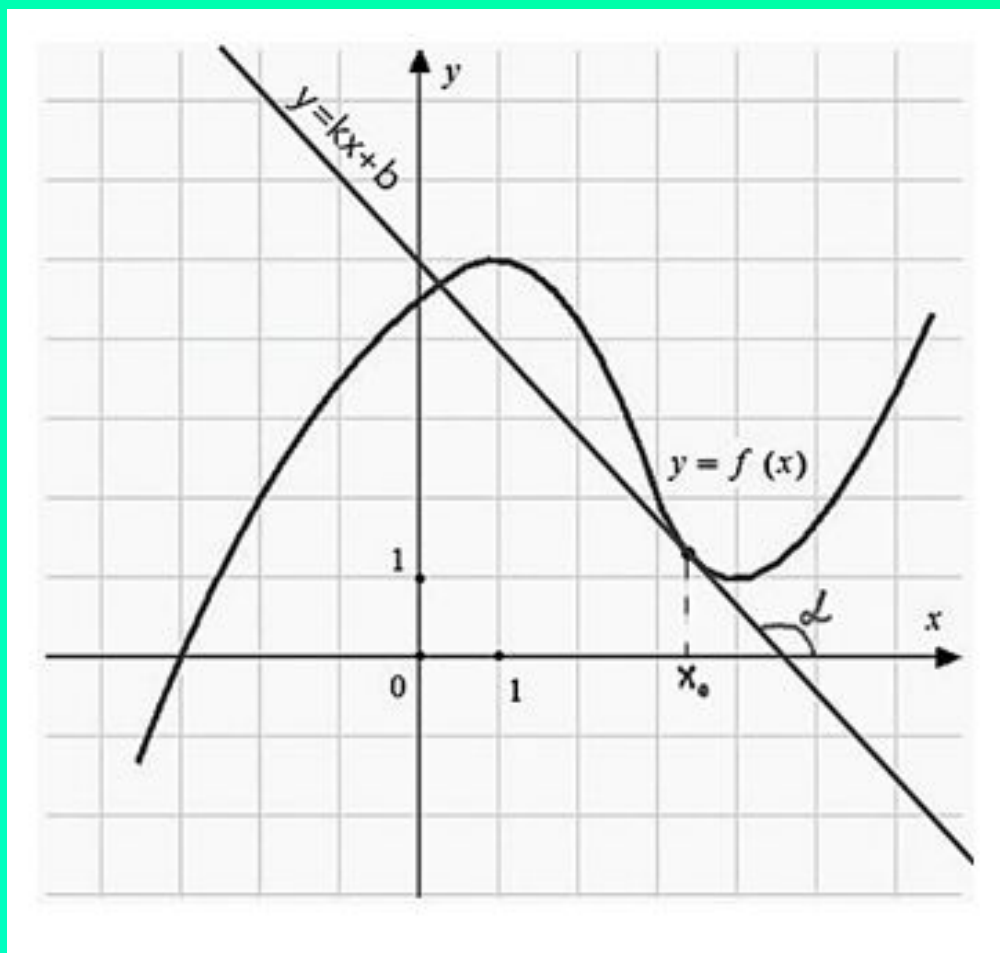
$$y' = f'(x) = k$$

- А угловой коэффициент в свою очередь равен тангенсу угла  $\alpha$  (альфа), то есть:

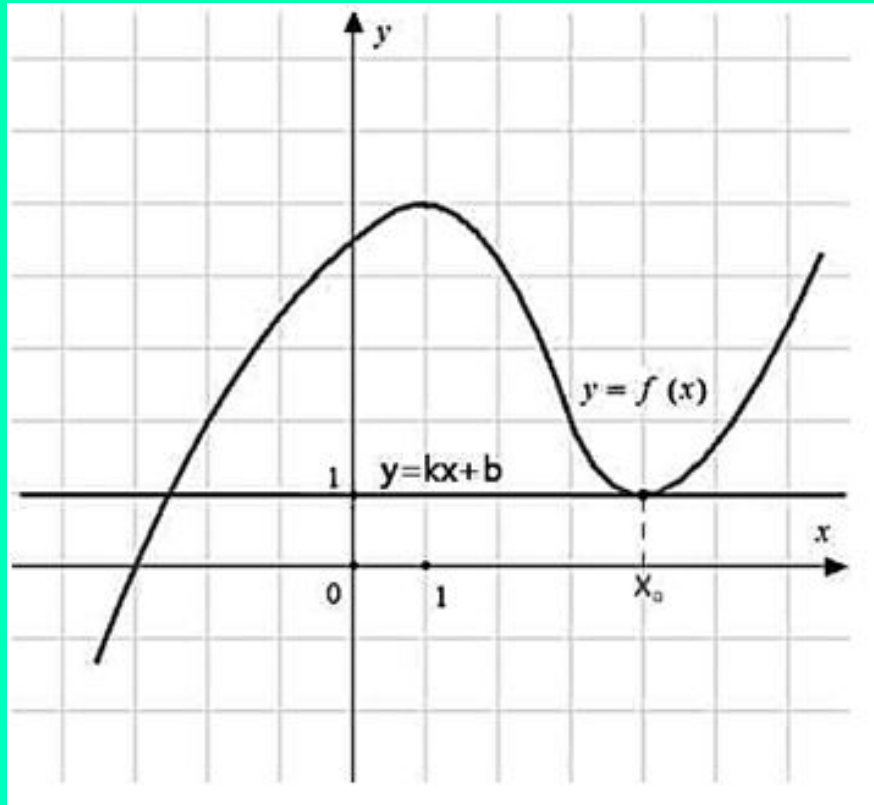
$$y' = f'(x) = k = \operatorname{tg} \alpha$$

- Угол  $\alpha$  может быть меньше, больше 90 градусов или равен нулю. Проиллюстрируем, два случая (один уже есть выше):

# 1. Когда угол больше 90 градусов.

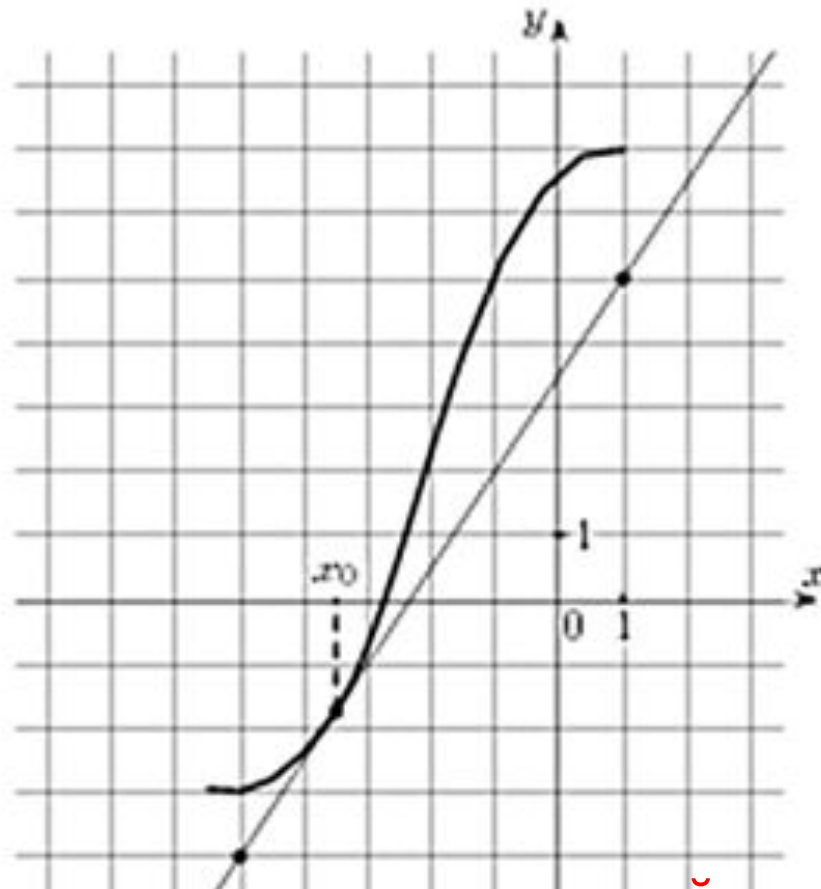


2. Когда угол равен нулю градусов (касательная параллельна оси  $ox$ ).



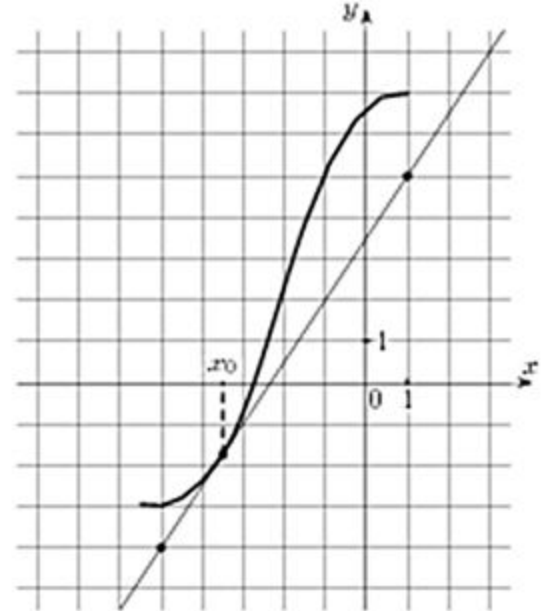
То есть задачи, в которых дан график функции, касательная к этому графику в определённой точке, и требуется найти производную в точке касания, сводятся к нахождению углового коэффициента касательной (либо тангенса угла наклона касательной, что одно и то же).

На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ .

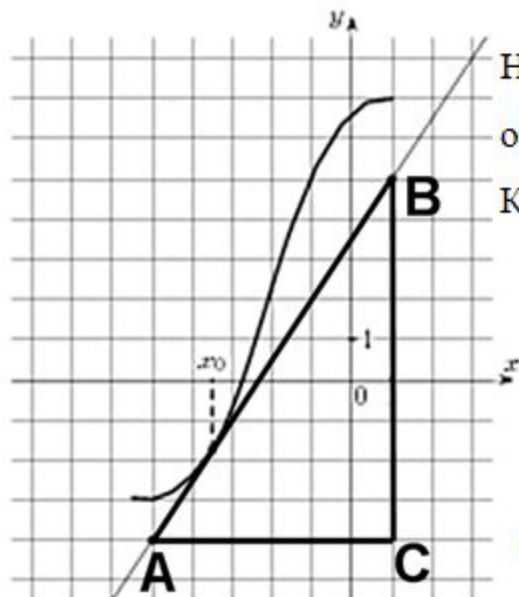


Обратите внимание, что на координатной плоскости обозначены две точки через которые проходит касательная – это очень важный момент (можно сказать ключевой в этих задачах).





Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, который в свою очередь равен тангенсу угла наклона данной касательной к оси абсцисс. Для того, чтобы найти тангенс этого угла, построим прямоугольный треугольник, где отрезок ограниченный двумя точками на графике, будет являться гипотенузой, а катеты параллельны осям. В данной задаче это точки  $(-5; -4), (1; 5)$ .



Напомним: тангенсом острого угла в прямоугольном треугольнике называется отношение противолежащего катета к прилежащему.

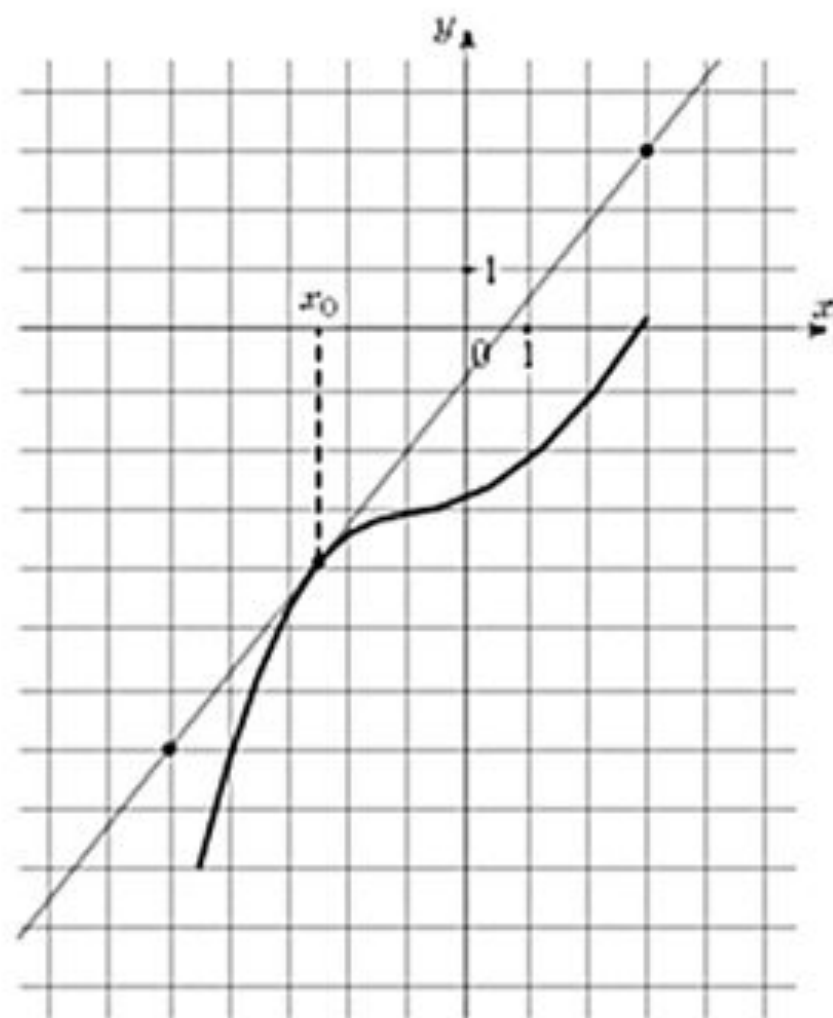
Катеты определяем по числу клеток.

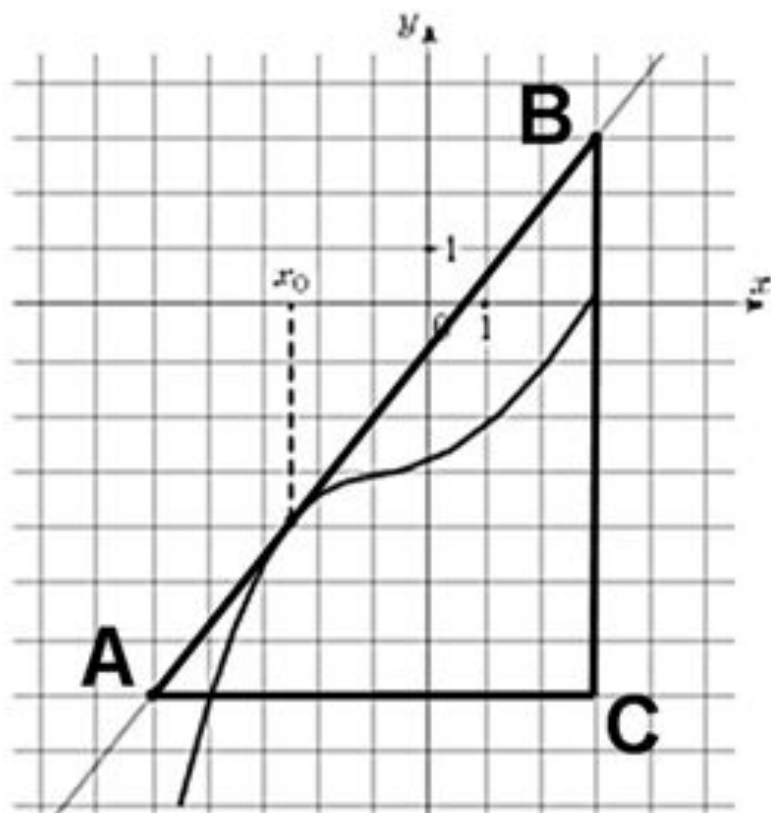
Угол наклона касательной к оси абсцисс равен углу ВАС, так как катет АС параллелен оси  $ox$ . Значит,

$$y'(x_0) = \operatorname{tg} \angle A = \frac{BC}{AC} = \frac{9}{6} = 1,5$$

Ответ: 1,5

На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ .



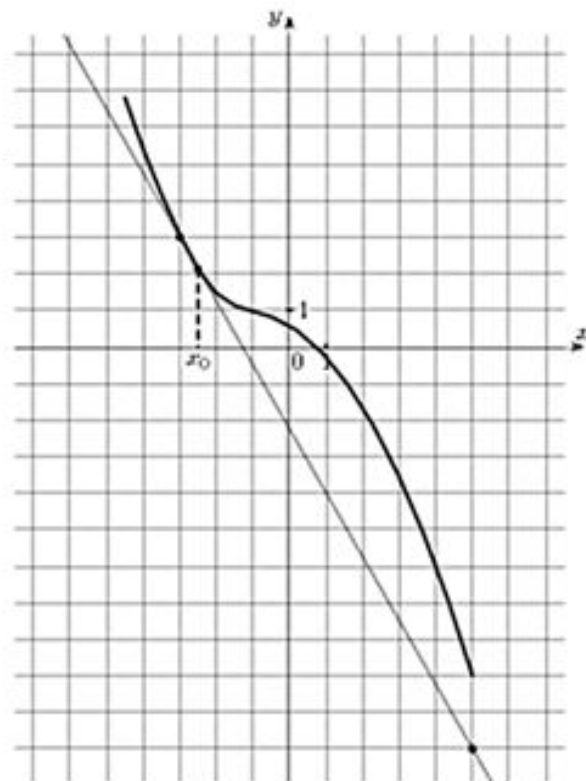


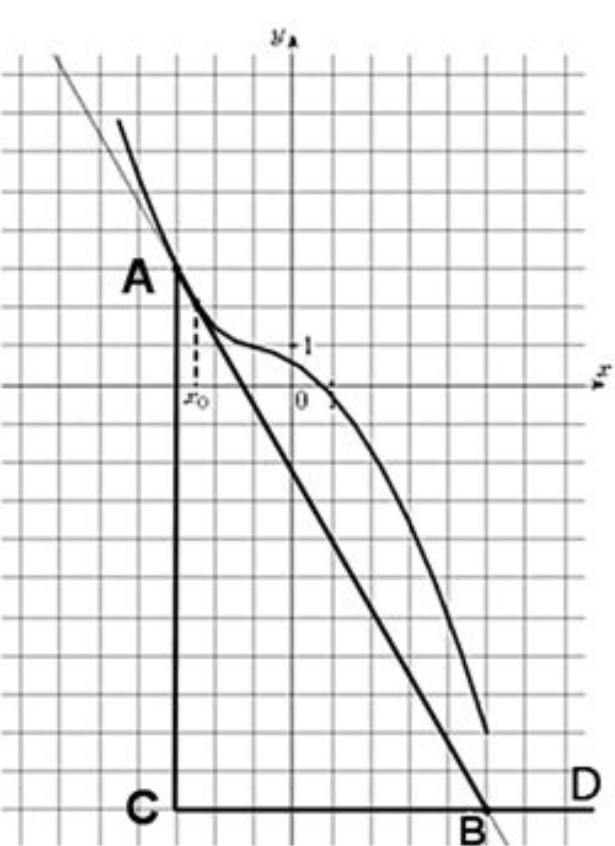
Угол наклона касательной к оси абсцисс равен углу ВАС, так как катет АС параллелен оси  $ox$ . Значит,

$$y'(x_0) = \operatorname{tg}\angle A = \frac{BC}{AC} = \frac{10}{8} = 1,25$$

Ответ: 1,25

На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ .





Так как  $CD$  параллельна оси  $ox$ , то угол  $ABD$  равен углу наклона касательной к оси  $ox$ . Таким образом, мы будем вычислять тангенс угла  $ABD$ . Отметим, что он больше  $90$  градусов, поэтому здесь необходимо воспользоваться формулой приведения для тангенса:

$$\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

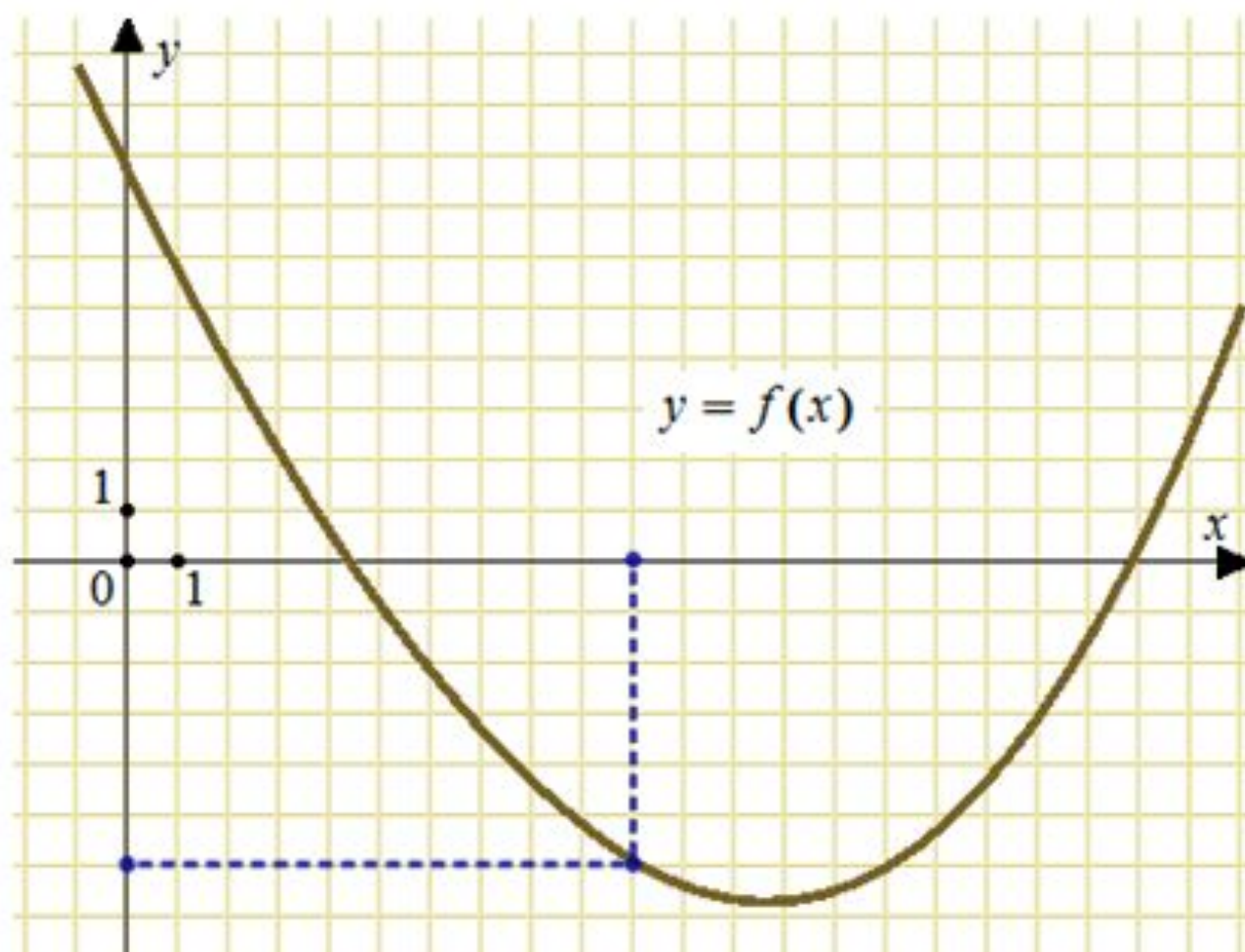
Значит,

$$y'(x_0) = \operatorname{tg} \angle ABD = \operatorname{tg}(180^\circ - \angle ABC) = -\operatorname{tg} \angle ABC = -\frac{AC}{BC} = -\frac{14}{8} = -1,75$$

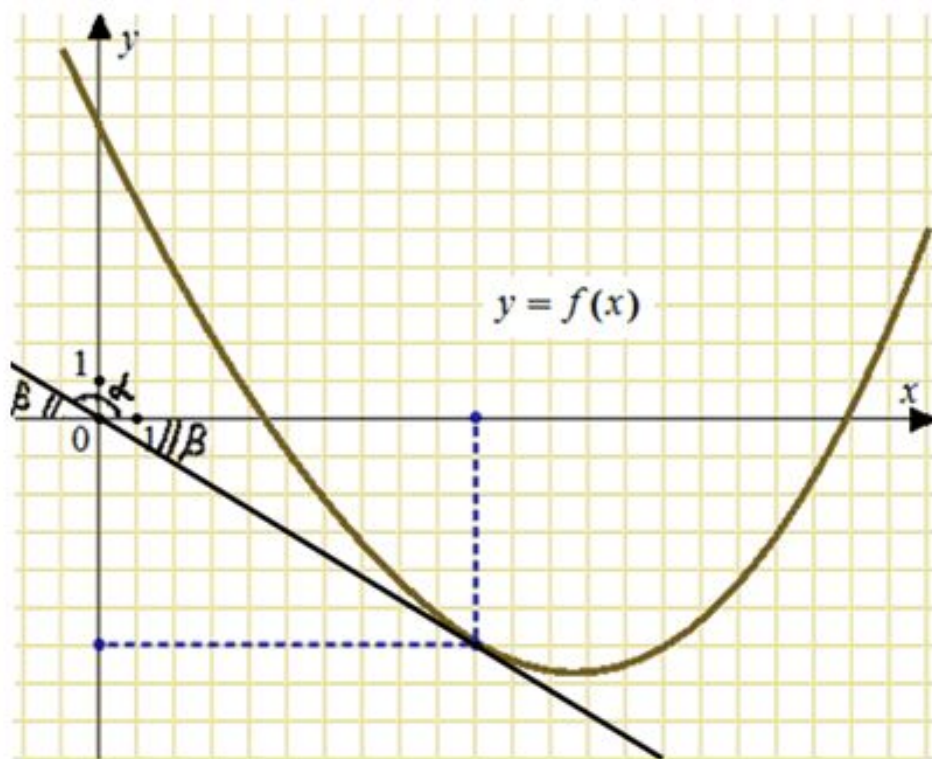
\*Длины катетов считаем по количеству клеток.

Ответ:  $-1,75$

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Прямая, проходящая через начало координат, касается графика этой функции в точке с абсциссой 10. Найдите значение производной функции в точке  $x_0 = 10$ .



Построим касательную, проходящую через начало координат и точку графика с абсциссой равной 10. Обозначим угол наклона касательной как  $\alpha$  (альфа), а смежный с ним угол как  $\beta$  (бета).



Значение производной в точке  $x_0 = 10$  равно тангенсу угла наклона касательной к оси абсцисс. То есть, для нахождения производной достаточно вычислить тангенс угла альфа. Воспользуемся формулой приведения:

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg}(180^\circ - \beta) = -\operatorname{tg} \beta$$

Тангенс угла бета можем найти из прямоугольного треугольника, катеты которого равны 6 и 10:

$$f'(10) = \operatorname{tg} \alpha = -\operatorname{tg} \beta = -\frac{6}{10} = -0,6$$

Ответ:  $-0,6$