

Вписанные и центральные углы

В6

2012г.

**Работа
учителя математики
Зениной Алевтины Дмитриевны**

Прототип задания В6 (№ 27884)

- Угол ACO равен 24° . Его сторона CA касается окружности. Найдите градусную величину большей дуги AD окружности, заключенной внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.

$\triangle ACO$ –прямоугольный. $\sphericalangle C = 24^\circ \Rightarrow \sphericalangle AOC = 66^\circ$

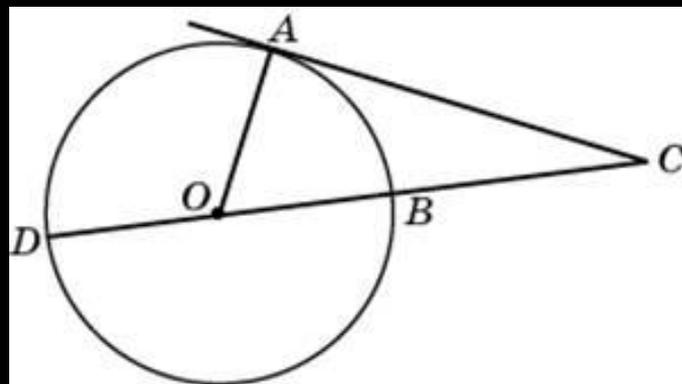
Центральный угол измеряется дугой, на которую опирается. Следовательно меньшая дуга $AB = \sphericalangle AOC = 66^\circ$

Развернутый угол $DOB = 180^\circ$

$\sphericalangle DOA = \sphericalangle DOB - \sphericalangle AOB = 180^\circ - 66^\circ$

$\sphericalangle DOA = 114^\circ$

$\sphericalangle DOA$ измеряется дугой AD , на которую опирается



Большая дуга AD окружности, заключенная внутри $\sphericalangle ACO$ равна 114°

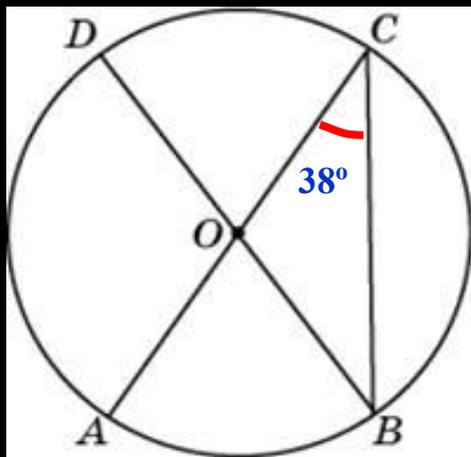
■ Ответ 114

Прототип задания В6 (№ 27869)

- AC и BD — диаметры окружности с центром O . Угол ACB равен 38° . Найдите угол AOD . Ответ дайте в градусах.

$\triangle BOC$ равнобедренный. $OC = OB = R$, следовательно...

$$\angle BCO = \angle CBO = 38^\circ$$



$$\triangle OCB : \angle COB + \angle OCB + \angle CBO = 180^\circ$$

$$\angle COB = 180^\circ - 38^\circ - 38^\circ$$

$$\angle COB = 104^\circ$$

$$\angle AOD = \angle COB \text{ - как вертикальные}$$

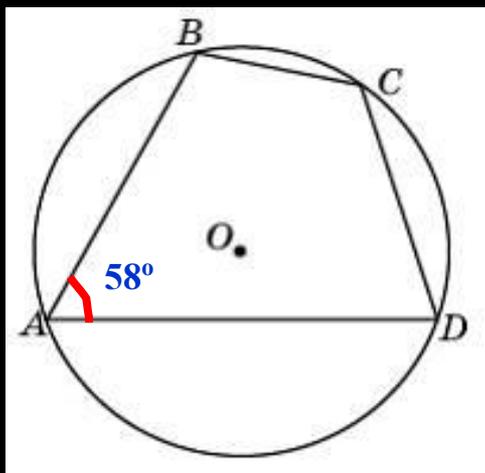
$$\angle AOD = 104^\circ$$

Ответ: 104

Прототип задания В6 (№ 27871)

- Угол A четырехугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 58° . Найдите угол C этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.

Около четырехугольника окружность можно описать лишь в том случае, если сумма противоположных углов равна 180°



$$\text{Следовательно } \sphericalangle A + \sphericalangle C = 180^\circ$$

$$\sphericalangle C = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$$

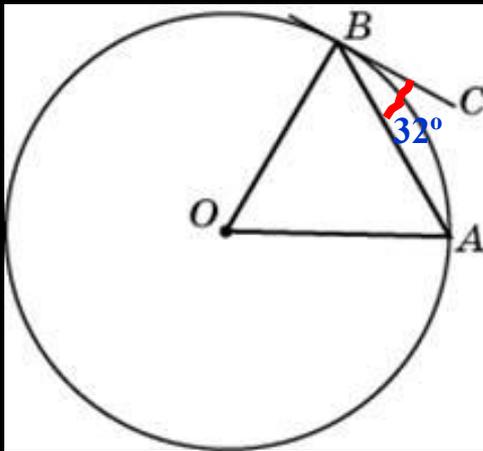
Ответ: 122

Прототип задания В6 (№ 27878)

Угол между хордой AB и касательной BC к окружности равен 32° .
Найдите величину меньшей дуги, стягиваемой хордой AB . Ответ
дайте в градусах.

Угол, составленный касательной и хордой, измеряется
половиной дуги заключенной внутри него

Следовательно: Искомая меньшая дуга,
стягиваемой хордой AB равна $32^\circ \cdot 2 = 64^\circ$



Ответ 64

Дополнительное задание

- Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны 82° и 58° . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

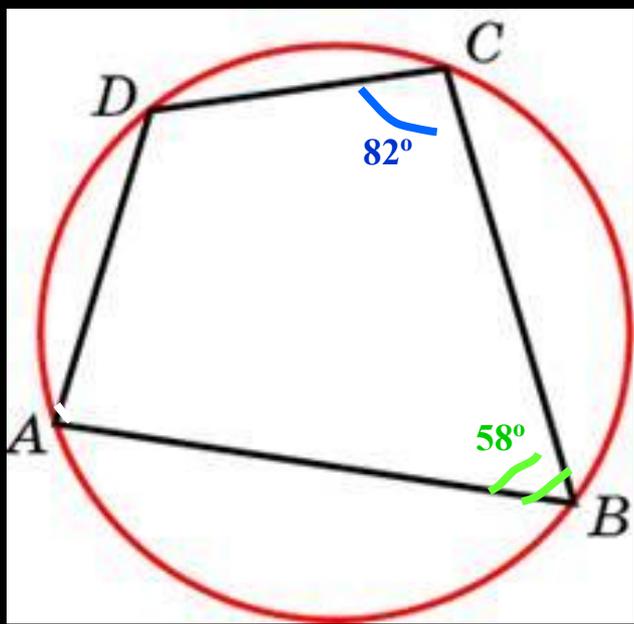
$$\angle A + \angle C = \angle D + \angle B = 180^\circ$$

Следовательно 82° и 58° могут быть равны только соседние углы

$$\text{Пусть } \angle C = 82^\circ \text{ и } \angle B = 58^\circ$$

Так как $\angle A + \angle C = 180^\circ$, то $\angle A = 98^\circ$ и

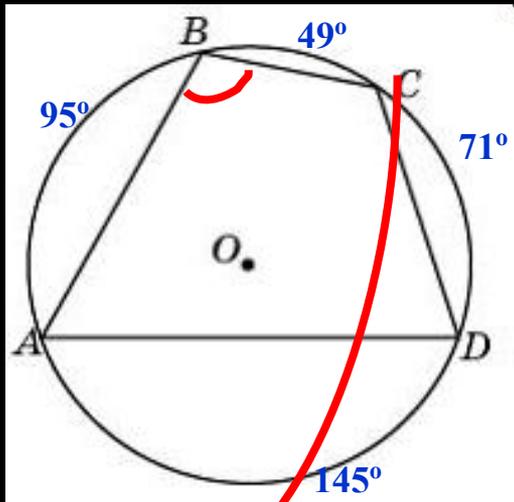
$$\angle D + \angle B = 180^\circ, \text{ то } \angle D = 122^\circ$$



Прототип задания В6 (№ 27872)

- Стороны четырехугольника $ABCD$ AB , BC , CD и AD стягивают дуги описанной окружности, градусные величины которых равны соответственно 95° , 49° , 71° , 145° . Найдите угол B этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.

Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую опирается



$\sphericalangle ABC$ опирается на дугу ADC

Дуга ADC равна $145^\circ + 71^\circ = 216^\circ$

$$\sphericalangle ABC = 216^\circ : 2 = 108^\circ$$

$$\sphericalangle ABC = 108^\circ$$

Прототип задания В6 (№ 27863)

Центральный угол на 36° больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Найдите вписанный угол. Ответ дайте в градусах.

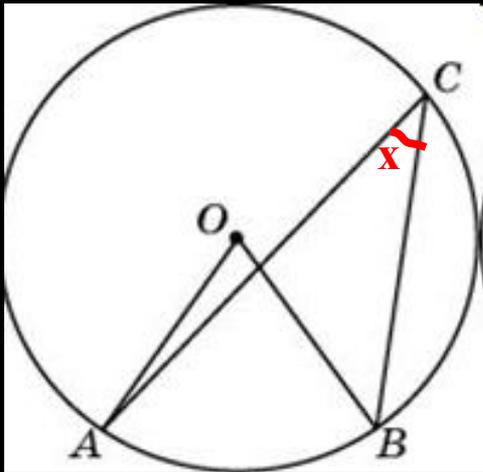
Вписанный угол ACB составляет половину центрального AOB , опирающегося на ту же дугу AB

Пусть $\sphericalangle ACB = x$ Тогда $\sphericalangle AOB = x + 36^\circ$

Так как $\sphericalangle AOB = 2\sphericalangle ACB$, то

$$x + 36^\circ = 2x \quad x = 36^\circ$$

Ответ: 36



Прототип задания В6 (№ 27857)

- Чему равен острый вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности? Ответ дайте в градусах.

По условию задачи $AC = R$, Следовательно $AC = AO = CO$

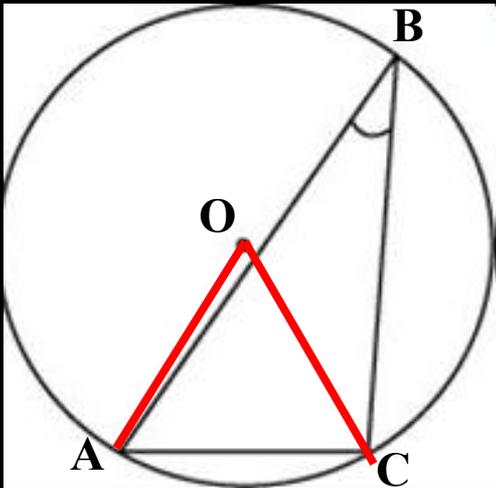
$\triangle AOC$ равносторонний $\Rightarrow \angle AOC = 60^\circ$

Центральный угол AOC измеряется дугой AC , на которую опирается.

Вписанный угол ABC составляет половину центрального AOC , опирающегося на ту же дугу AC

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$$

$$\angle ABC = 60^\circ : 2 = 30^\circ$$



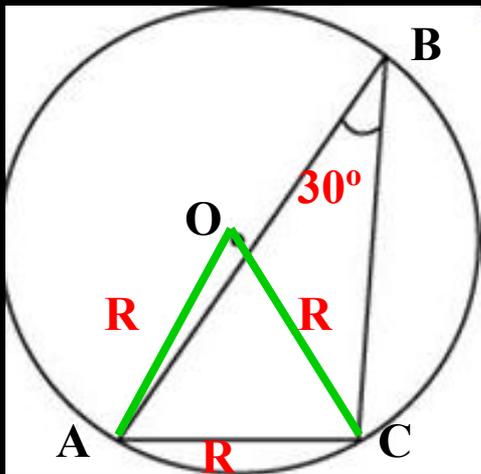
Ответ: 30

Задание В6 (№ 51031)

Найдите хорду, на которую опирается угол 30° , вписанный в окружность радиуса 28.

Вписанный угол ABC составляет половину центрального AOC , опирающегося на ту же дугу AC

$$\text{Дуга } AC = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$$



$\angle AOC = 60^\circ$. Следовательно $\triangle AOC$ - равносторонний

$$\text{Хорда } AC = R = 28$$

Ответ: 28

Задание В6 (№ 51081)

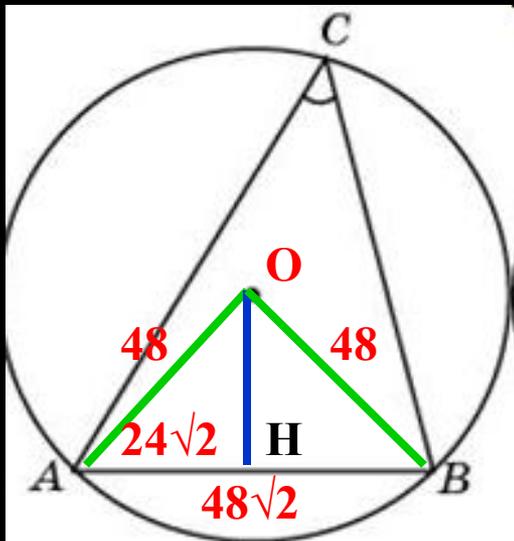
- Радиус окружности равен 48. Найдите величину острого вписанного угла, опирающегося на хорду, равную $48\sqrt{2}$. Ответ дайте в градусах.

По условию $R = 48$

Хорда $AB = 48\sqrt{2}$.

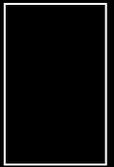
$\triangle AOB$ - равнобедренный

Рассмотрим прямоугольный $\triangle AOH$, где OH высота из вершины O на сторону AB



$$AH = 24\sqrt{2}$$

$$\sin \angle AOH = 24\sqrt{2} : 48 =$$



$$\angle AOH = 45^\circ, \text{ следовательно } \angle AOB = 90^\circ$$

Вписанный угол $\angle ACB$ составляет половину центрального $\angle AOB$, опирающегося на ту же дугу AB

$$\angle ACB = 90^\circ : 2 = 45^\circ$$

Ответ: 45
11