ТЕМА 3 ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ МОДЕЛИ

1. Классические задачи линейного программирования
2. Специальные задачи линейного программирования
3. Нелинейные модели
4. Динамические модели
5. Графические модели

2. Классические задачи линейного программирования

В общем виде задача линейного программирования формулируется следующим образом.

Максимизировать (минимизировать) функцию $f = \sum_{j=1}^{n} c_j \cdot x_j$

при ограничениях

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i \\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \ge b_i \\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i \end{cases} \qquad (2.16)$$

где x_j - управляющие переменные; a_{ij}, b_i - параметры; f - целевая функция

Целевая функция и ограничения линейны

В зависимости от вида целевой функции *f* и ограничений можно выделить несколько типов задач линейного программирования:

1. общая линейная задача,
2. специальные задачи линейного программирования
    2.1. транспортная задача,
    2.2. задача о назначениях.

Задача оптимального использования ресурсов

В распоряжении предприятия имеется определённое количество ресурсов нескольких видов.

Предприятие может выпускать однотипные изделия нескольких видов.

Задана информация о количестве единиц каждого ресурса, необходимых для производства одного изделия каждого вида, и доходах, получаемых предприятием от единицы каждого вида товаров.

Требуется найти такой план выпуска продукции, при котором общая выручка от реализации будет максимальной.

Ресурсы	Нормы расхода ресурсов на единицу изделия				Наличие ресурсов
	Изделие 1	Изделие 2	Изделие 3	Изделие 4	
Труд	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	b_1
Сырьё	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	b_2
Оборудование	a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{34}	b_3
Цена 1 ед. изделия (тыс. руб.)	c_1	c_2	c_3	c_4	

Экономико-математическая модель задачи

Обозначим через переменные x_1, x_2, x_3 *и* x_4 число изделий каждого вида. В соответствии с условием задачи целевая функция должна отражать общую стоимость выпускаемой продукции, которая должна быть максимальной:

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 + c_3 \cdot x_3 + c_4 \cdot x_4 \rightarrow \max .$$

Ограничения по ресурсам представим системой неравенств:

$$\begin{cases} a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + a_{13} \cdot x_3 + a_{14} \cdot x_4 \le b_1 ; \\ a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + a_{23} \cdot x_3 + a_{24} \cdot x_4 \le b_2 ; \\ a_{31} \cdot x_1 + a_{32} \cdot x_2 + a_{33} \cdot x_3 + a_{34} \cdot x_4 \le b_1 ; \\ x_1 \ge 0; \quad x_2 \ge 0; \quad x_3 \ge 0; \quad x_4 \ge 0. \end{cases}$$

Задача о составлении рациона (технологическая задача)

Необходимо составить такой дневной рацион, имеющий минимальную стоимость, в котором содержание каждого вида питательных веществ было бы не менее установленного предела.

Пусть

x_j *— число единиц корма j-го вода;*

b_i *— необходимый минимум содержания в рационе питательного вещества* S_i,

a_{ij} *— число единиц питательного вещества S i, в единице корма j-го вида,*

c_i *— стоимость единицы корма j-го вида*

Тогда <u>модель задачи</u> будет иметь вид:

$$f(x) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_n x_n \rightarrow min$$

$$\begin{cases} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \ldots + a_{1n} x_n \geq b_1 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{11} x_1 + a_{m2} x_2 + \ldots + a_{mn} x_n \geq b_m \\ x_i \geq 0,\ i = 1 \div n \end{cases}$$

Методы решения задач линейного программирования:

1. *Графичский метод*
2. *Симплекс метод*
3. *С помощью Excel*
4. *С помощью Mathcard*

2. Специальные задачи линейного программирования

2.1. Траспортная задача

В общем случае <u>формулировка транспортной задачи</u> имеет *следующий вид*: дано m поставщиков продукции одного вида и n потребителей; предложение каждого i-го поставщика составляет a_i единиц, $i=\overline{1,m}$; спрос каждого j-го потребителя - b_j единиц, $j=\overline{1,n}$; тарифы перевозок равны c_{ij}, $i=\overline{1,m}$; $j=\overline{1,n}$. *Требуется определить оптимальный план перевозок* продукции (т. е. количество продукции, перевозимой от каждого поставщика каждому потребителю), при котором суммарная стоимость перевозок минимальна. Заметим, что транспортная модель строится при условии линейной зависимости стоимости перевозок от количества перевозимой продукции.

Номер поставщика	Номер потребителя						Предложение
	1	2	…	j	…	n	
1	c_{11}	c_{12}	…	c_{1j}	…	c_{1n}	a_1
2	c_{21}	c_{22}	…	c_{2j}	…	c_{2n}	a_2
…	…	…	…	…	…	…	…
i	c_{i1}	c_{i2}	…	c_{ij}	…	c_{in}	a_j
…	…	…	…	…	…	…	…
m	c_{m1}	c_{m2}	…	c_{mj}	…	c_{mn}	a_m
Спрос	b_1	b_2	…	b_j	…	b_n	

:

Алгоритм решения транспортной задачи состоит из 4 этапов:

Этап 1. Представление данных в форме стандартной таблицы и поиск <u>любого допустимого</u> распределения ресурсов.

Допустимым называется такое распределение ресурсов, которое позволяет удовлетворить весь спрос в пунктах назначения и вывезти весь запас продуктов из пунктов производства

Этап 2. Проверка полученного распределения ресурсов на оптимальность.

Этап 3. Если полученное распределение ресурсов не является оптимальным, то ресурсы перераспределяются, снижая стоимость траспортировки

Этап 4. Повторная проверка оптимальности полученного распределения ресурсов

Методы поиска допустимого распределения:

1. *Метод минимальной стоимости*
2. *Метод северо-западного угла*
3. *Метод Фогеля*

Метод Фогеля.

Основан на «штрафной стоимости». Штрафная стоимость для каждой строки и столбца — разность между наиболее дешевым маршрутом и следующим за ним с точки зрения критерия минимизации стоимости перевозок.

Суть метода состоит в минимизации штрафов.

Алгоритм метода Фогеля:

1. Вычислить значения штрафной стоимости для каждой строки и столба
2. Выбрать строку или столбец с наибольшим значением штрафной стоимости, и в клетку с наименьшим значением стоимости перевозки для данной строки и столбца помещается наибольшее количество продукта.
3. Провести корректировку итоговых значений по строкам и столбцам таблицы
4. В строках или столбцах, где предложение или спрос равны нулю ставится прочерк
5. Произвести возврат к шагу 1 и пересчитать штрафные стоимости без учета клеток, где указаны перевозки, или клеток, где стоит прочерк

2.2. Задача о назначениях

Особенность задачи о назначениях:

1. Число пунктов производства равно числу пунктов назначения. Транспортная таблица имеет форму квадрата

2. В каждом пункте назначения объем потребности равен 1. Величина предложения каждого пункта производства равна 1

Алгоритм решения задачи о назначении (Венгерский метод)

Этап 1:

1.1. Формализация проблемы в виде транспортной таблицы по аналогии с решением транспортной задачи

1.2. В каждой строке таблицы найти наименьший элемент и вычесть его из всех элементов данной строки

1.3. Повторить эту процедуру для столбцов

Этап 2

2.1. Найти строку, содержащую только 1 нулевое значение стоимости, и в клетку, соответствующую данному значению, поместить 1 элемент. Если такие строки отсутствуют, допустимо начать с любого нулевого значения стоимости

2.2. Зачеркнуть оставшиеся нулевые значения данного столбца

2.3. Повторять п.2.1 и 2.2 до тех пор, пока продолжение описанной процедуры окажется невозможным

Этап 3

3.1. Провести минимальное число прямых через строки и столбцы матрицы (не по диагоналям) таким образом, чтобы они проходили через все нули, содержащиеся в таблице

3.2. Найти наименьший среди элементов, через которые не проходит ни одна из проведенных прямых.

3.3. Вычесть его из всех элементов, через которые не проходят прямые

3.4. Прибавить найденный элемент ко всем элементам таблицы, которые лежат на пересечении проведенных ранее прямых

3.5. Все элементы матрицы, через которые проходит только одна прямая, оставить без изменения

Пример решения задачи о назначениях

Некоторая компания имеет 4 сбытовые базы и 4 заказа, которые необходимо доставить потребителям. Каждое складское помещение может разместить 1 заказ. Расстояние между складами и потребителями указаны в таблице. Как следует распределить заказы по сбытовым базам, чтобы общая дальность транспортировки была минимальной

Торговая база	Расстояние, миль до потребителей			
	I	II	III	IV
A	68	72	75	83
B	56	60	58	63
C	38	40	35	45
D	47	42	40	45

3. Нелинейные модели

Нелинейное программирование (НП) представляет собой раздел в теории математического программирования, предметом которого является изучение экстремальных задач с нелинейными целевыми функциями и ограничениями.

В инженерной практике под нелинейным программированием обычно понимают методы формализации и решения задач параметрической оптимизации нелинейных целевых (критериальных) функций в условиях нелинейных функциональных ограничений.


Методы нелинейного программирования
Непрерывные
Дискретные
Детерминированные
Стохастические
Аналитические
Численные
Одномерной оптимизации
Многомерной оптимизации

Алгоритм решения задачи НП Графическим методом

Шаг 1. На плоскости *x1Ox2* строят область допустимых решений, определенную ограничениями. Если область пуста, т. е. ограничения несовместны, то задача не имеет решения. В противном случае переходят к шагу 2.

Шаг 2. Строят линии уровня функции $f(x1, x2) = C$, где С - некоторая константа. Переход к шагу 3.

Шаг 3. Определяют направление возрастания (при максимизации), убывания (при минимизации) функции f .

Шаг 4. Находят точку области допустимых решений, через которую проходит линии уровня $f(x1, x2) = C$, с наибольшим (при максимизации), наименьшим (при минимизации) значением С или устанавливают неограниченность функции на области допустимых решений.

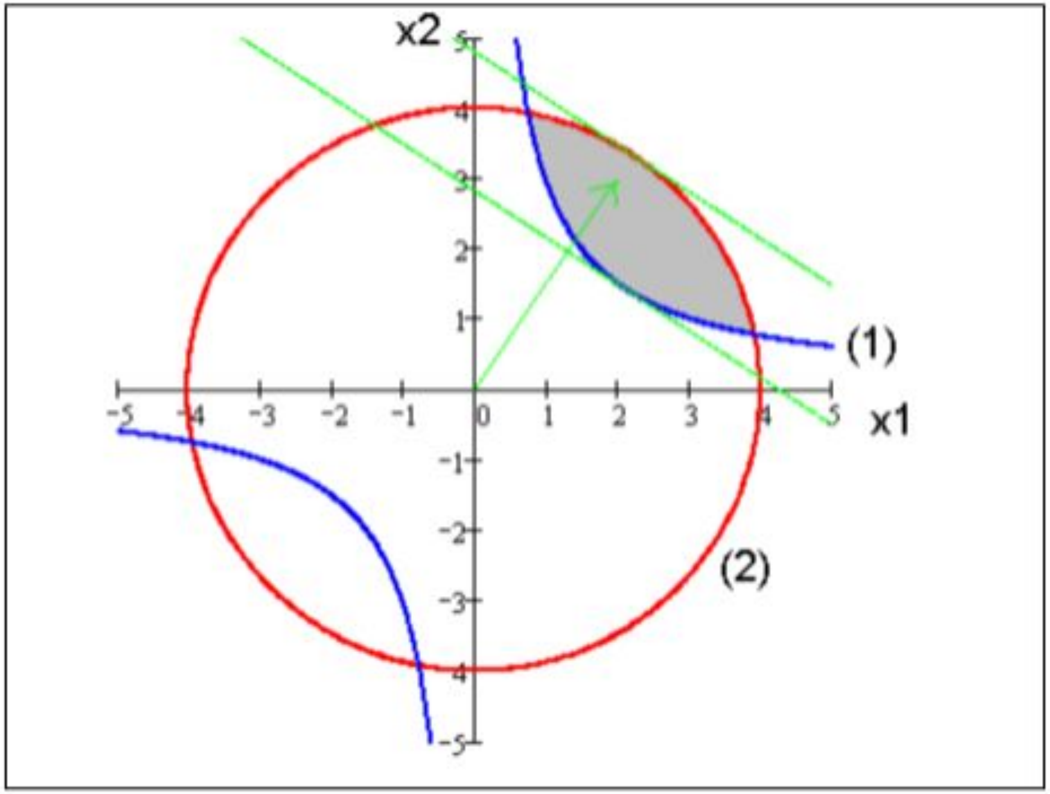
Шаг 5. Определяют значения *x1, x2* для точки, найденной на шаге 4, и величину функции f в этой точке.

Пример решения задачи НП графическим методом

Решить задачу нелинейного программирования

$$f = 2x_1 + 3x_2 \to \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 x_2 \geq 3; \\ x_1^2 + x_2^2 \leq 16; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$



$$x_1 = \frac{3}{\sqrt{2}}; \quad x_2 = \sqrt{2}; \quad f_{\min} = \frac{12}{\sqrt{2}}.$$

Алгоритм метода множителей Лангранжа

Шаг 1. Составляют функцию Лагранжа

$$F(x_1,\dots,x_n,\lambda_1,\dots,\lambda_m)=f(x_1,\dots,x_n)+\sum_{i=1}^{m}\lambda_i(b_i-g_i(x_1,\dots,x_n)).$$

Шаг 2. Находят частные производные функции Лагранжа по x_j и λ_j, $j=\overline{1,n}$; $i=\overline{1,m}$ и приравнивают их к нулю

$$\begin{cases}\dfrac{\partial F}{\partial x_j}=\dfrac{\partial f}{\partial x_j}-\sum\limits_{i=1}^{m}\lambda_i\dfrac{\partial g}{\partial x_j}=0; \quad j=\overline{1,n}\\ g_i(x_1,\dots,x_n)=b_i; \quad i=\overline{1,m}.\end{cases} \tag{2.55}$$

Шаг 3. Решают систему (2.55) и определяют точки, в которых функция $f(x_1,\dots,x_n)$ может иметь экстремум.

Шаг 4. Проверяют полученные на шаге 3 точки на экстремум и определяют экстремальное значении функции f в найденной точке.

Пример решения задачи методом Лангранжа

Фирма реализует автомобили двумя способами: через магазин и через торговых агентов. При реализации x_1 автомобилей через магазин расходы на реализацию составляют $4x_1 + x_1^2$ у.е., а при продаже x_2 автомобилей через торговых агентов расходы составляют x_2^2 у.е. Найти оптимальный способ реализации автомобилей, минимизирующий суммарные расходы, если общее число предназначенных для продажи автомобилей составляет 200 штук.

Решение задачи

Составим математическую модель задачи.

Целью является минимизация суммарных расходов $R = 4x_1 + x_1^2 + x_2^2$.

Управляющие переменные – это число автомобилей, реализуемых первым и вторым способом: x_1 и x_2, соответственно (всего - 200 штук).

Пример решения задачи методом Лангранжа

Для решения задачи воспользуемся методом множителей Лагранжа.

Функция Лагранжа имеет вид:

$$F(x_1, x_2, \lambda) = 4x_1 + x_1^2 + x_2^2 + \lambda(200 - x_1 - x_2).$$

Найдем частные производные функции F по переменным x_1, x_2 и λ и приравниваем их к нулю. Получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial F}{\partial x_1} = 2x_1 + 4 - \lambda = 0; \\ \dfrac{\partial F}{\partial x_2} = 2x_2 - \lambda = 0; \\ \dfrac{\partial F}{\partial \lambda} = 200 - x_1 - x_2 = 0. \end{cases}$$

Решая систему уравнений, найдем

$$x_1 = 99,\ x_2 = 101,\ \lambda = 202,\ f(x_1, x_2) = 20398.$$

Пример решения задачи методом Ланrранжа

Определитель, составленный из вторых частных производных функций f по x_1, x_2, имеет вид:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 4 > 0 .$$

Следовательно, по теореме о достаточном условии существования условного экстремума функция f в точке с координатами $x_1 = 99$, $x_2 = 101$ действительно имеет экстремум

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} = 2 > 0 ,$$

следовательно в этой точке функция f имеет условный экстремум.

Таким образом, для получения минимальных расходов, нужно реализовать 99 автомобилей через магазин и 101 автомобиль через торговых агентов. При этом расходы на реализацию составят **20398** у.е.

Методы поиска экстремального значения ЦФ

Группа 1.Градиентные методы

1) метод градиента

2) метод наискорейшего пуска

3) Метод сопряженных градиентов

4) метод проектирования градиента

Группа 2. Методы прямого поиска

1) метод Гаусса-Зайделя;

2) метод вращения координат

3) метод конфигураций

4) метод случайного поиска

5. Динамические модели

Динамическое модели — это модели позволяющие решать задачи оптимизации управления динамическими системами, и представить процесс оптимизации в виде последовательности отдельных этапов (шагов).

Основу динамических моделей составляет **принцип оптимальности,** утверждающий, что каков бы ни был путь достижения некоторого состояния системы, последующие решения должны принадлежать оптимальной траектории для оставшейся части пути, начинающейся с этого состояния.

Укажем особенности составления ММ динамического программирования. Дополнительно введем следующие условные обозначения:

s - состояние процесса;

S_i - множество возможных состояний процесса перед i-м шагом;

W_i - выигрыш с i-го шага до конца процесса, $i = \overline{1,m}$.

Основные этапы составления динамической модели

1. Разбиение задачи на шаги (этапы). Шаг не должен быть слишком мелким, чтобы не проводить лишних расчётов и не должен быть слишком большим, усложняющим процесс шаговой оптимизации.

2. Выбор переменных, характеризующих состояние s моделируемого процесса перед каждым шагом, и выявление налагаемых на них ограничений. В качестве таких переменных следует брать факторы, представляющие интерес для исследователя, например, годовую прибыль при планировании деятельности предприятия.

3. Определение множества шаговых управлений x_i, $i = \overline{1,m}$ и налагаемых на них ограничений, т.е. области допустимых управлений X.

4. Определение выигрыша

$$\varphi_i(s, x_i),$$

который принесет на i-м шаге управление x_i, если система перед этим находилась в состоянии s.

Основные этапы составления динамической модели

5. Определение состояния s', в которое переходит система из состояния s под влиянием управления x_i,

$$s' = f_i(s, x_i), \tag{2.74}$$

где f_i - функция перехода на i-м шаге из состояния s в состояние s'.

6. Составление уравнения, определяющего условный оптимальный выигрыш на последнем шаге, для состояния s моделируемого процесса

$$W_m(s) = \max_{x_m \in X}\{\varphi_m(s, x_m)\}. \tag{2.75}$$

7. Составление основного функционального уравнения динамического программирования, определяющего условный оптимальный выигрыш для данного состояния s с i-го шага и до конца процесса через уже известный условный оптимальный выигрыш с $(i+1)$-го шага и до конца:

$$W_i(s) = \max_{x_m \in X}\{\varphi_i(s, x_i) + W_{i+1}(f_i(s, x_i))\}. \tag{2.76}$$

Этапы решения задач динамического программирования

1. Определение множества возможных состояний S_m для последнего шага.

2. Проведение условной оптимизации для каждого состояния $s \in S_m$ на последнем m-м шаге по формуле (2.75) и определение условного оптимального управления $x_m(s)$, $s \in S_m$.

3. Определение множества возможных состояний S_i для i-го шага, $i = 2,3,\ldots,m-1$.

4. Проведение условной оптимизации i-го шага, $i = 2,3,\ldots,m-1$ для каждого состояния $s \in S_i$ по формуле (2.76) и определение условного оптимального управления $x_i(s)$, $s \in S_i$, $i = 2,3,\ldots,m-1$.

5. Определение начального состояния системы s_1, оптимального выигрыша $W_1(s_1)$ и оптимального управления $x_1(s_1)$ по формуле (2.76) при $i = 1$. Это есть оптимальный выигрыш для всей задачи $W^* = W_1(x_1^*)$.

6. Проведение безусловной оптимизации управления. Для проведения безусловной оптимизации необходимо найденное на первом шаге оптимальное управление $x_1^* = x_1(s_1)$ подставить в формулу (2.74) и определить следующее состояние системы $s_2 = f_2(s_1, x_1^*)$. Для измененного состояния найти оптимальное управление $x_2^* = x_2(s_2)$, подставить в формулу (2.74) и т. д. Для i-го состояния s_i найти $s_{i+1} = f_{i+1}(s_i, x_i^*)$ и $x_{i+1}^*(s_{i+1})$ и т. д.

Пример задачи динамического программирования

Выбор оптимальной стратегии замены оборудования как задача динамического программирования

В общем виде проблема ставится следующим образом: *определить* оптимальную стратегию использования оборудования в период времени длительностью m лет, причём прибыль за каждые i лет, $i = \overline{1, m}$ от использования оборудования возраста t лет должна быть максимальной.

Известны: $r(t)$ - выручка от реализации продукции, произведенной за год на оборудовании возраста t лет, $l(t)$ - годовые затраты, зависящие от возраста оборудования t, $c(t)$ - остаточная стоимость оборудования возраста t лет, P - стоимость нового оборудования. Под возрастом оборудования понимается период эксплуатации оборудования после последней замены, выраженный в годах.

Пример задачи динамического программирования

$m = 12$, $p = 10$, $c(t) = 0$, $r(t) - l(t) = \varphi(t)$.

Значения $\varphi(t)$ заданы в табл. 2.39.

Таблица 2.39

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\varphi(t)$	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	0	0

Для данного примера функциональные уравнения будут иметь вид

$$W_m(t) = \max_{x_m \in \{0,1\}} \begin{cases} \varphi(t); \\ -p + \varphi(0), \end{cases} \qquad W_i(t) = \max_{x_i \in \{0,1\}} \begin{cases} \varphi(t) - W_{i+1}(t+1); \\ -p + \varphi(0) - W_{i+1}(1). \end{cases}$$

Пример задачи динамического программирования

t	$i=12$		$i=11$		$i=10$		$i=9$		$i=8$		$i=7$		$i=6$		$i=5$		$i=4$		$i=3$		$i=2$		$i=2$	
	x_{12}	W_{12}	x_{11}	W_{11}	x_{10}	W_{10}	x_9	W_9	x_8	W_8	x_7	W_7	x_6	W_6	x_5	W_5	x_4	W_4	x_3	W_3	x_2	W_2	x_1	W_1
0	0	10	0	19	0	27	0	34	0	40	0	45	0	51	0	58	0	64	0	70	0	75	**0**	**82**
1	0	9	0	17	**0**	**24**	0	30	0	35	0	41	**0**	**48**	0	54	0	60	0	65	**0**	**72**	0	78
2	0	8	**0**	**15**	0	21	0	26	0	32	**0**	**39**	0	45	0	51	0	56	**0**	**63**	0	69	0	75
3	**0**	**7**	0	13	0	18	0/1	24	**0**	**31**	0	37	0	43	0/1	48	**0**	**55**	0	61	0	67	0	73
4	0	6	0	11	1	17	**1**	**24**	0/1	30	0	35	0/1	41	**1**	**48**	0/1	54	0/1	60	0	66	1	72
5	0	5	0/1	9	1	17	1	24	1	30	0/1	35	1	41	1	48	1	54	1	60	0/1	65	1	72
6	0	4	1	9	1	17	1	24	1	30	1	35	1	41	1	48	1	54	1	60	1	65	1	72
7	0	3	1	9	1	17	1	24	1	30	1	35	1	41	1	48	1	54	1	60	1	65	1	72
8	0	2	1	9	1	17	1	24	1	30	1	35	1	41	1	48	1	54	1	60	1	65	1	72
9	0	1	1	9	1	17	1	24	1	30	1	35	1	41	1	48	1	54	1	60	1	65	1	72
10	0/1	0	1	9	1	17	1	24	1	30	1	35	1	41	1	48	1	54	1	60	1	65	1	72
11	0/1	0	1	9	1	17	1	24	1	30	1	35	1	41	1	48	1	54	1	60	1	65	1	72
12	0/1	0	1	9	1	17	1	24	1	30	1	35	1	41	1	48	1	54	1	60	1	65	1	72

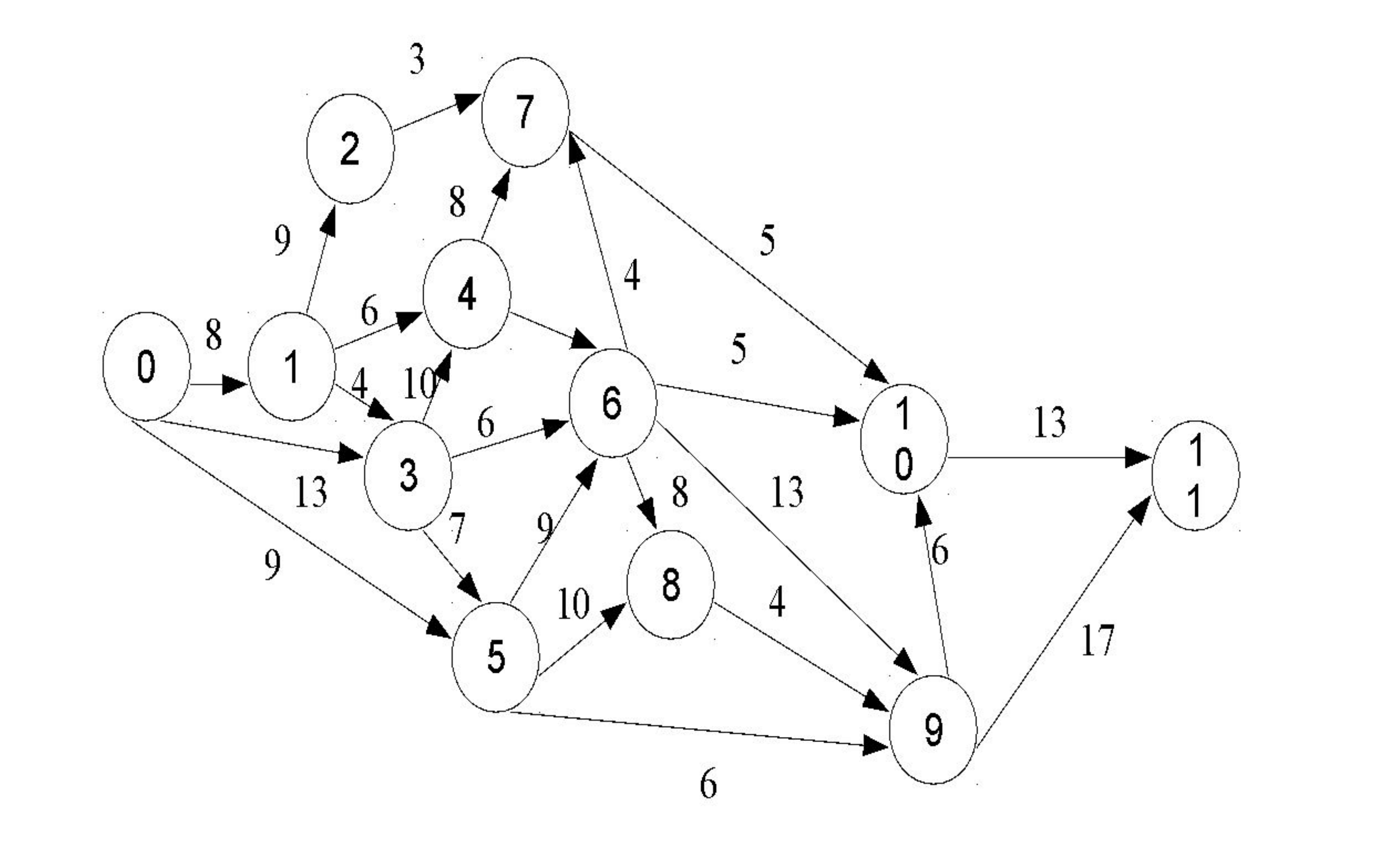
Сетевая модель - пример динамической модели в теории управления

Сетевая модель представляет собой план выполнения некоторого комплекса взаимосвязанных работ (операций), заданного в форме сети, изображение которой называется **сетевым графиком**

Основное назначение Сетевого планирования и управления (СПУ):

- формирование календарного плана реализации комплекса работ;
- принятие эффективных решений в процессе выполнения этого плана

Пример решения задачи. Для заданного сетевого графика рассчитать все параметры событий и



Параметры событий сетевого графика

Номер события	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Ранний срок	0	8	17	13	23	20	29	33	37	42	48	61
Поздний срок	0	9	40	13	26	20	29	43	38	42	48	61
Резерв времени	0	1	23	0	3	0	0	10	1	0	0	0

Критический путь образуют следующие события:
0 → 3 → 5 → 6 → 9 → 10 → 11.
Его продолжительность составляет 61 день

Параметры работ сетевого графика

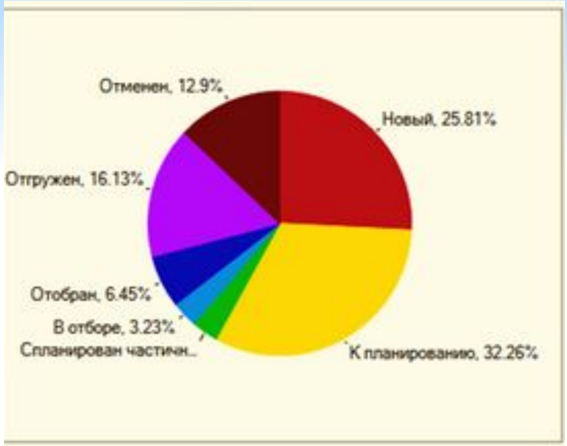
№	Работа (i,j)	Продолжительность работ (i,j)	Сроки начала и окончания работы				Резерв времени $R_n(i,j)$
			$t_{рн}$ (i,j)	$t_{ро}$ (i,j)	$t_{пн}$ (i,j)	$t_{по}$ (i,j)	
1	(0, 1)	8	0	8	1	9	1
2	(0, 3)	13	0	13	0	13	0
3	(0, 5)	9	0	9	11	20	11
4	(1, 2)	9	8	17	31	40	23
5	(1, 4)	6	8	14	20	26	12
6	(1, 3)	4	8	12	9	13	1

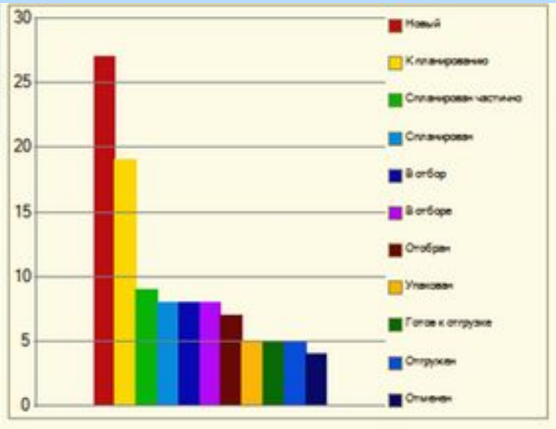
№	Работа	Продолжительность	Сроки начала и окончания раб.				Резерв времени $R_n(i,j)$
			$t_{рн}$ (i,j)	$t_{ро}$ (i,j)	$t_{пн}$ (i,j)	$t_{по}$ (i,j)	
8	(3,4)	10	13	23	16	26	3
9	(3,5)	7	13	20	13	20	0
10	(3,6)	6	13	19	23	29	10
11	(4,7)	8	23	31	35	43	12
12	(4,6)	3	23	26	26	29	3
13	(5,6)	9	20	29	20	29	0
14	(5,8)	10	20	30	28	38	8
15	(5,9)	6	20	26	36	42	16

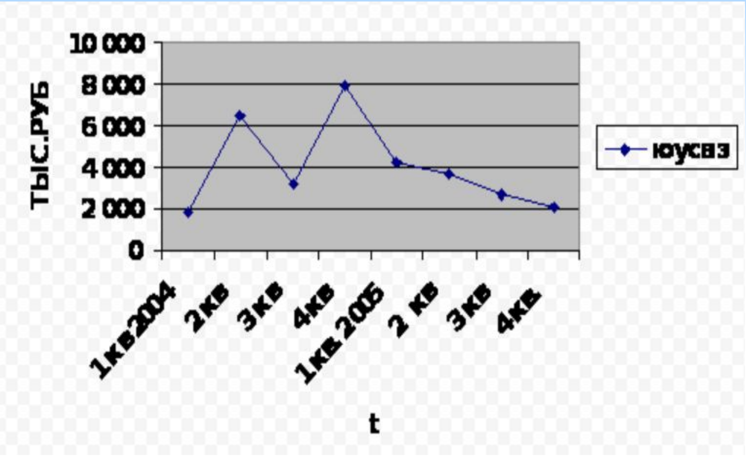
№	Работа	Продолжительность	Сроки начала и окончания раб.				Резерв времени $R_n(i,j)$
			$t_{рн}$ (i,j)	$t_{ро}$ (i,j)	$t_{пн}$ (i,j)	$t_{по}$ (i,j)	
20	(7, 10)	5	33	38	43	48	10
21	(8, 9)	4	37	41	38	42	1
22	(9, 10)	6	42	48	42	48	0
23	(9, 11)	17	42	59	44	61	2
24	(10,11)	13	48	61	48	61	0

Графики

1. Диаграммы круговые 2. Гистограммы 3. Линейные



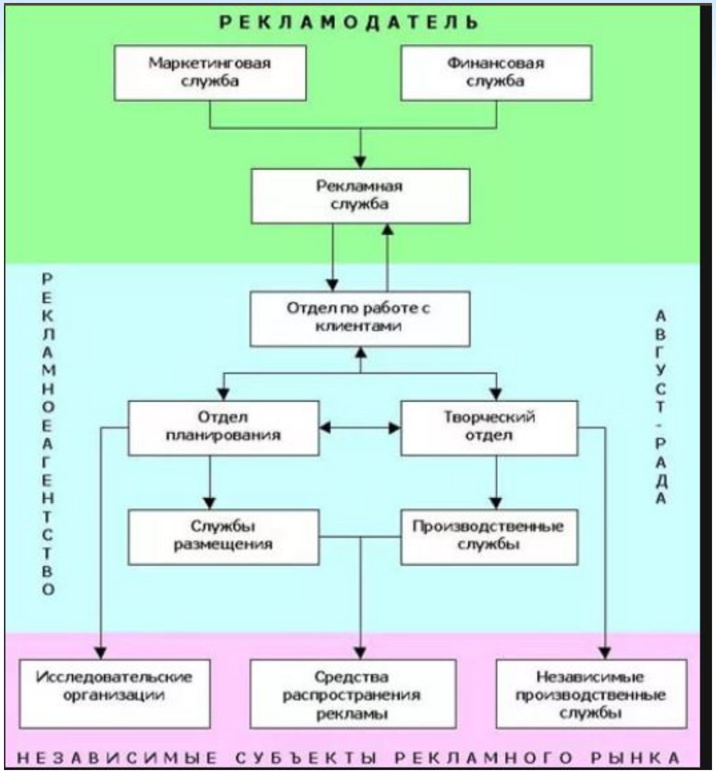




4. Лепестковые

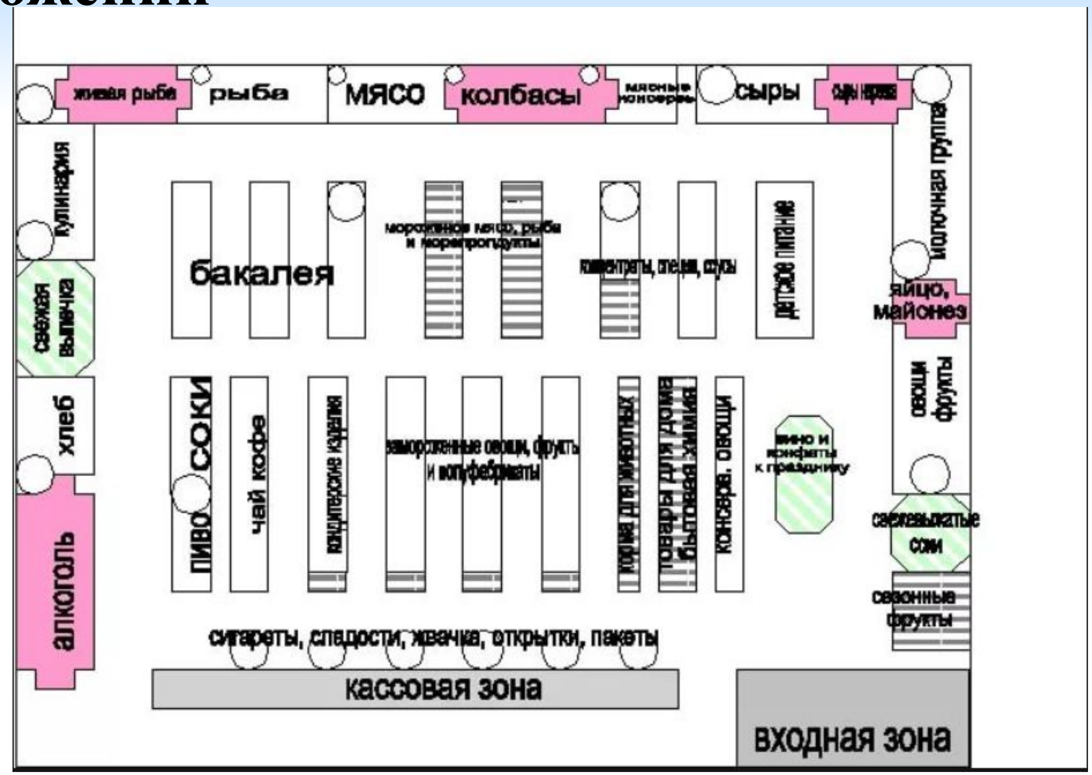
Схемы

блок-схемы



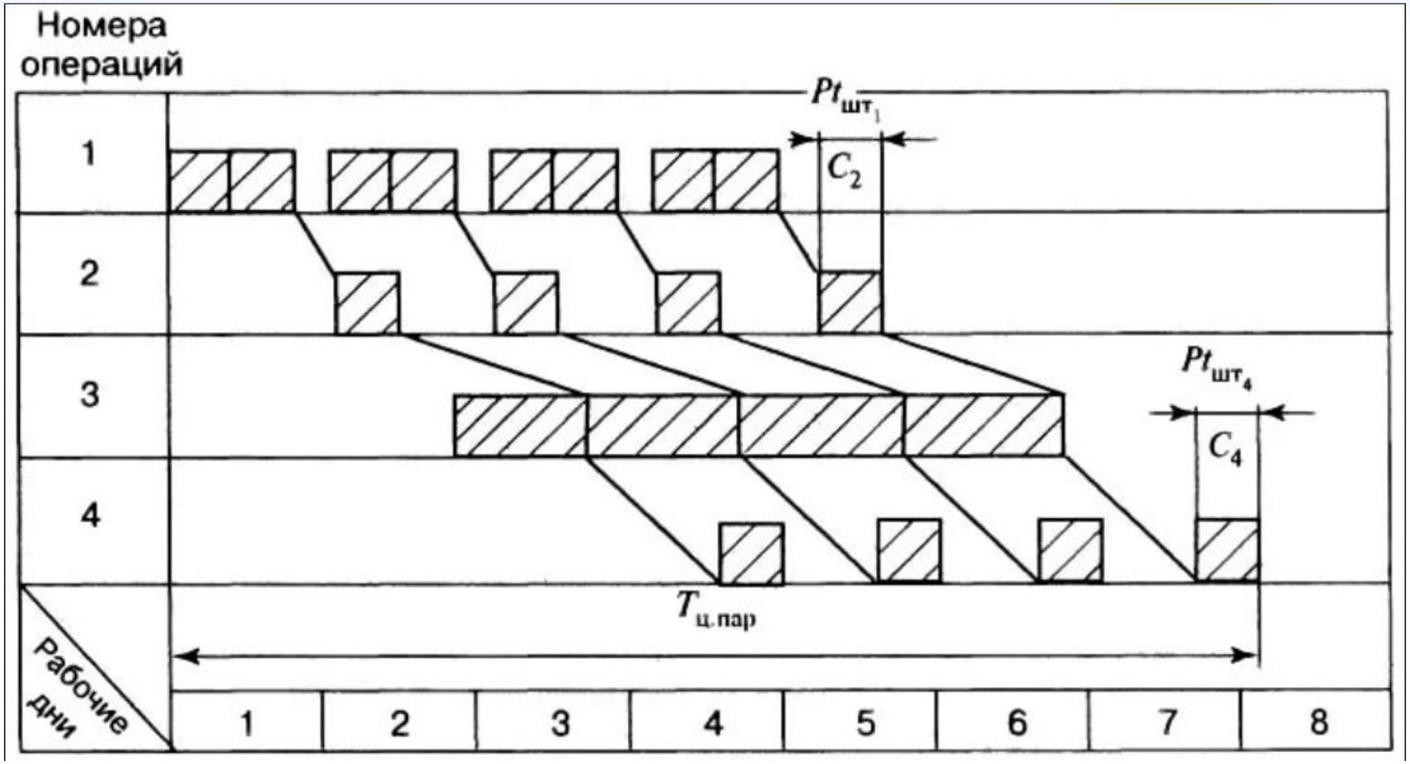
Схемы

схемы-расположений



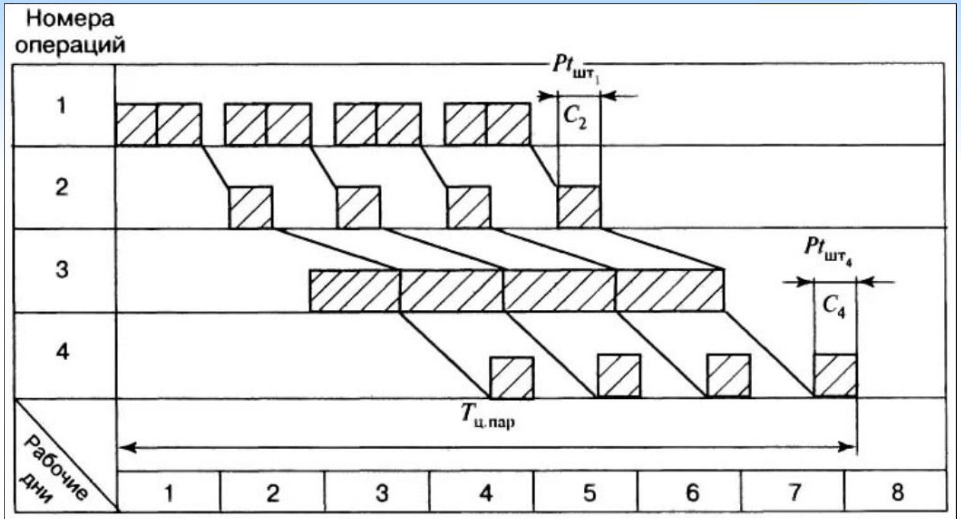
Схемы

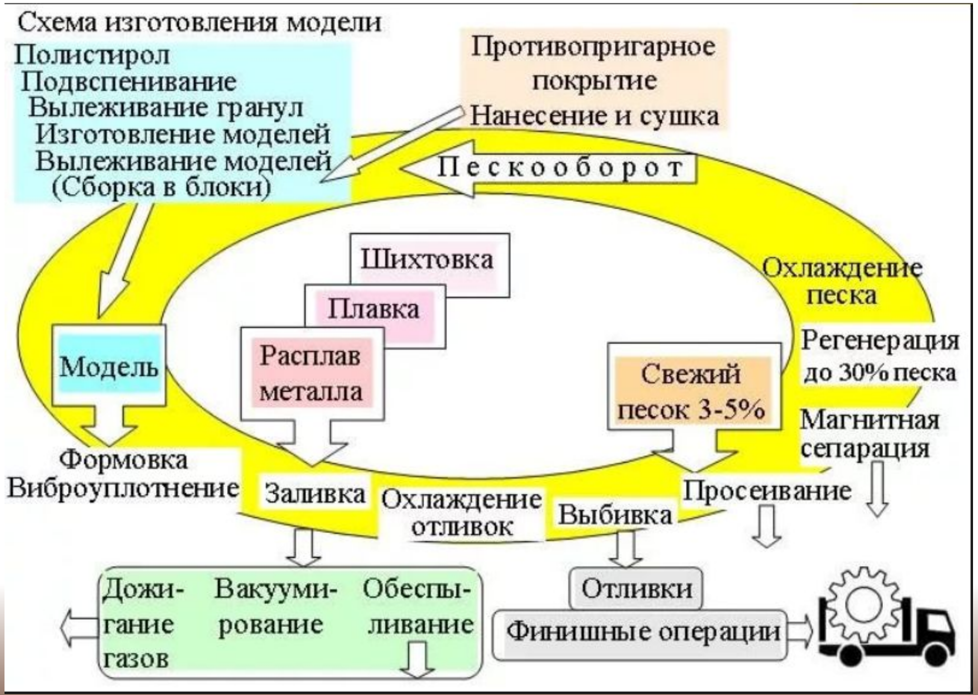
схемы-производства



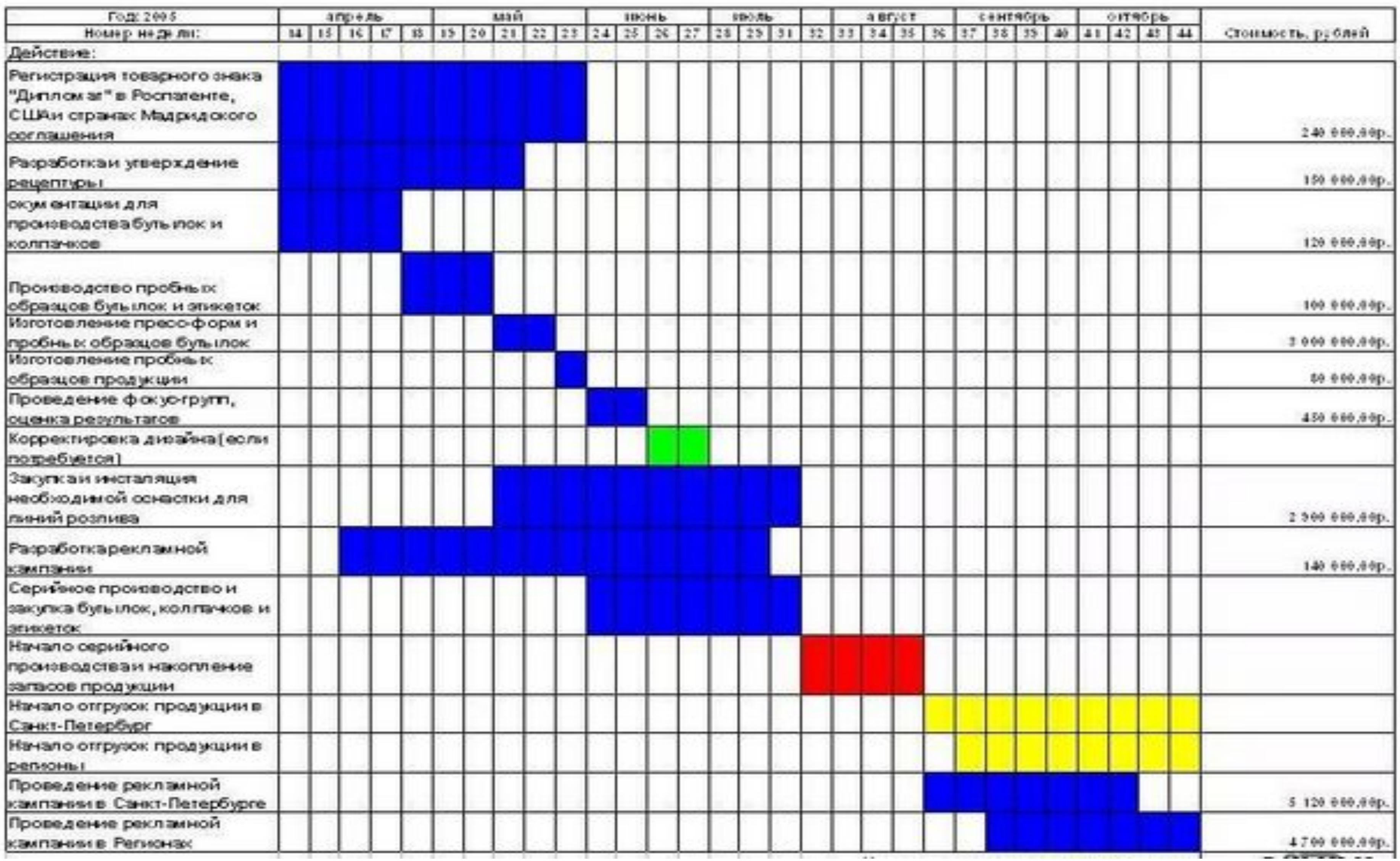
Схемы

схемы-производства





Графы


Год: 2005
Номер недели:
апрель
май
июнь
июль
август
сентябрь
октябрь
14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44
Стоимость, рублей
Действие:
Регистрация товарного знака "Дипломат" в Роспатенте, США и странах Мадридского соглашения
240 000,00р.
Разработка и утверждение рецептуры
150 000,00р.
окументации для производства бутылок и колпачков
120 000,00р.
Производство пробных образцов бутылок и этикеток
100 000,00р.
Изготовление пресс-форм и пробных образцов бутылок
3 000 000,00р.
Изготовление пробных образцов продукции
80 000,00р.
Проведение фокус-групп, оценка результатов
450 000,00р.
Корректировка дизайна (если потребуется)
Закупка и инсталляция необходимой оснастки для линий розлива
2 500 000,00р.
Разработка рекламной кампании
140 000,00р.
Серийное производство и закупка бутылок, колпачков и этикеток
Начало серийного производства и накопление запасов продукции
Начало отгрузок продукции в Санкт-Петербург
Начало отгрузок продукции в регионы
Проведение рекламной кампании в Санкт-Петербурге
5 120 000,00р.
Проведение рекламной кампании в Регионах
4 700 000,00р.

Графы

Диаграмма Ганта

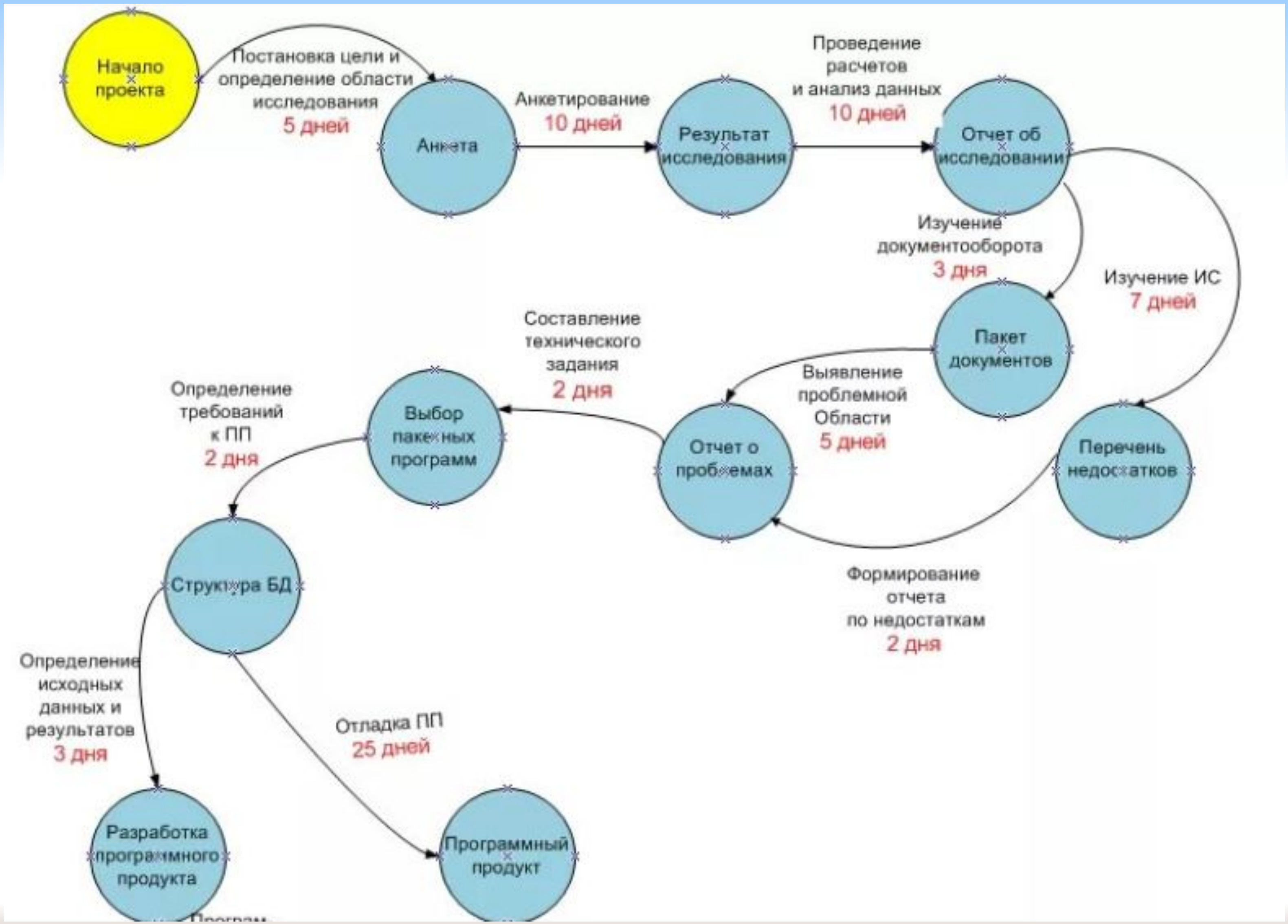
(ленточная диаграмма)

Диагра́мма Га́нта (англ. *Gantt chart*) — это визуальное представление плана, графика работ. Также называется «ленточной» диаграммой.

Диаграмма Ганта представляет собой отрезки (графические плашки), размещенные на горизонтальной шкале времени. Каждый отрезок соответствует своей задаче. Задачи, составляющие план, размещаются по вертикали. Начало, конец и длина отрезка на шкале времени соответствуют началу, концу и длительности задачи.

Диаграмма Ганта названа так в честь Генри Ганта.

Графы


Начало проекта
Постановка цели и определение области исследования
5 дней
Анкета
Анкетирование
10 дней
Результат исследования
Проведение расчетов и анализ данных
10 дней
Отчет об исследовании
Изучение документооборота
3 дня
Изучение ИС
7 дней
Пакет документов
Перечень недостатков
Выявление проблемной Области
5 дней
Отчет о проблемах
Формирование отчета по недостаткам
2 дня
Составление технического задания
2 дня
Выбор пакетных программ
Определение требований к ПП
2 дня
Структура БД
Определение исходных данных и результатов
3 дня
Отладка ПП
25 дней
Разработка программного продукта
Программный продукт