



## «Теорема Пифагора и различные способы её доказательства»

# Из биографии Пифагора

- Великий учёный Пифагор родился около 570 г. до н.э. на острове Самосе. Отцом Пифагора был Мнесарх, резчик по драгоценным камням. Имя же матери Пифагора неизвестно. По многим античным свидетельствам, родившийся мальчик был сказочно красив, а вскоре проявил и свои незаурядные способности.
- Среди учителей юного Пифагора традиция называет имена старца Гермодаманта и Ферекида Сиросского (хотя и нет твёрдой уверенности в том, что именно Гермодамант и Ферекид были первыми учителями Пифагора). Целые дни проводил юный Пифагор у ног старца Гермодаманта, внимая мелодии кифары и гекзаметрам Гомера.
- Страсть к музыке и поэзии великого Гомера Пифагор сохранил на всю жизнь. И, будучи признанным мудрецом, окружённым толпой учеников, Пифагор начинал день с пения одной из песен Гомера. Ферекид же был философом и считался основателем италийской школы философии. Таким образом, если Гермодамант ввёл юного Пифагора в круг муз, то Ферекид обратил его ум к логосу. Ферекид направил взор Пифагора к природе и в ней одной советовал видеть своего первого и главного учителя. Но как бы то ни было, неугомонному воображению юного Пифагора очень скоро стало тесно на маленьком Самосе, и он отправляется в Милет, где встречается с другим учёным - Фалесом. Фалес советует ему отправиться за знаниями в Египет, что Пифагор и сделал.





## «Теорема Пифагора и различные способы её доказательства»

- В 548 г. до н.э. Пифагор прибыл в Навкратис - самосскую колонию, где было у кого найти кров и пищу. Изучив язык и религию египтян, он уезжает в Мемфис. Несмотря на рекомендательное письмо фараона, хитроумные жрецы не спешили раскрывать Пифагору свои тайны, предлагая ему сложные испытания. Но, влекомый жаждой к знаниям, Пифагор преодолел все эти испытания, хотя, по данным раскопок, египетские жрецы не многому могли его научить, так как в то время египетская геометрия была чисто прикладной наукой (удовлетворявшей потребность того времени в счёте и в измерении земельных участков). Поэтому, научившись всему, что дали ему жрецы, он, убежав от них, двинулся на родину в Элладу. Однако, проделав часть пути, Пифагор решается на сухопутное путешествие, во время которого его захватил в плен Камбиз, царь Вавилона, направлявшийся домой.
- Не стоит драматизировать жизнь Пифагора в Вавилоне, т.к. великий властитель Кир был терпим ко всем пленникам. Вавилонская математика была, бесспорно, более развитой (примером этому может служить позиционная система исчисления), чем египетская, и Пифагору было чему поучиться. Но в 530 г. до н.э. Кир двинулся в поход против племён в Средней Азии. И, пользуясь переполохом в городе, Пифагор сбежал на родину. А на Самосе в то время царствовал тиран Поликрат. Конечно же, Пифагора не устраивала жизнь придворного полураба, и он удалился в пещеры в окрестностях Самоса. Поликрат его преследует, и Пифагор вынужден переселиться в Кротон. В Кротоне Пифагор учредил нечто вроде религиозно-этического братства или тайного монашеского ордена ("пифагорейцы"), члены которого обязывались вести так называемый пифагорейский образ жизни. Это был одновременно и религиозный союз, и политический клуб, и научное общество.
- ... Прошло 20 лет. Слава о братстве разнеслась по всему миру. Однажды к Пифагору приходит Килон, человек богатый, но злой, желая спяну вступить в братство. Получив отказ, Килон начинает борьбу с Пифагором, не останавливаясь перед поджогом его дома. При пожаре пифагорейцы спасли жизнь своему учителю ценой своей – они своими телами вымостили дорогу любимому учителю из горящего дома. Без своей школы и без своих учеников Пифагор затосковал и вскоре покончил жизнь самоубийством.
- Но в различных источниках можно встретить и другие версии последних дней Пифагора.

Задача данного проекта - обратиться к истории теоремы Пифагора и различным способам её доказательства.



# «Теорема Пифагора и различные способы её доказательства»

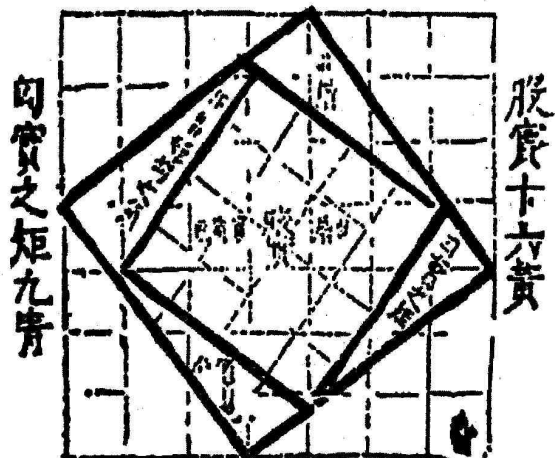
## Из истории теоремы

Исторический обзор начнём с Древнего Китая.

Самое древнее китайское математико-астрономическое сочинение «Чжоу-би», написанное около 1100 г. до н.э., в первой главе содержит предложения, относящиеся к прямоугольному треугольнику, среди которых – и теорема Пифагора. В летописях отмечается, что Пифагорова тройка 3; 4; 5 была известна в Китае ещё около 2200 г. до н.э.



Причём формулировка следующего утверждения соответствует именно прямой, а не обратной теореме:

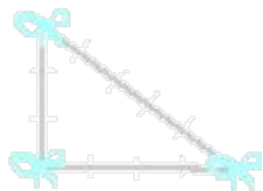


*"Если прямой угол разложить на составные части, то линия, соединяющая концы его сторон, будет 5, когда основание есть 3, а высота 4".*



## «Теорема Пифагора и различные способы её доказательства»

- Кантор (крупнейший немецкий историк математики) считает, что равенство  $3^2 + 4^2 = 5^2$  было известно уже египтянам еще около 2300 г. до н. э., во времена царя Аменемхета I (согласно папирусу 6619 Берлинского музея).
- По мнению Кантора *гарпедонапты*, или "натягиватели верёвок", строили прямые углы при помощи прямоугольных треугольников со сторонами 3, 4 и 5.



- Очень легко можно воспроизвести их способ построения. Возьмем верёвку длиной в 12 линейных единиц и привяжем к ней по цветной полоске на расстоянии 3 единицы от одного конца и 4 единицы от другого. Прямой угол окажется заключённым между сторонами длиной в 3 и 4. Гарпедонаптам можно было бы возразить, что их способ построения становится излишним, если воспользоваться, например, деревянным угольником, применяемым всеми плотниками. И действительно, известны египетские рисунки, на которых встречается такой инструмент: например, рисунки, изображающие столярную мастерскую. Но в том-то и дело, что для изготовления такого шаблона как раз и использовали идею гарпедонаптов.





## Формулировки теоремы

- У Евклида эта теорема гласит (дословный перевод):  
*“В прямоугольном треугольнике квадрат стороны, натянутой над прямым углом, равен квадратам на сторонах, заключающих прямой угол”.*
- Латинский перевод арабского текста **Аннаириси** (около 900 г. до н. э.), сделанный Герхардом Клемонским (начало XII в.), в переводе на русский гласит:  
*“Во всяком прямоугольном треугольнике квадрат, образованный на стороне, натянутой над прямым углом, равен сумме двух квадратов, образованных на двух сторонах, заключающих прямой угол”.*
- В **Geometria Culmonensis** (около 1400 г.) в переводе теорема читается так :  
*“Итак, площадь квадрата, измеренного по длинной стороне, столь же велика, как у двух квадратов, которые измерены по двум сторонам его, примыкающим к прямому углу”.*
- В первом русском переводе евклидовых “Начал”, сделанном Ф. И. Петрушевским, теорема Пифагора изложена так:  
*“В прямоугольных треугольниках квадрат из стороны, противолежащей прямому углу, равен сумме квадратов из сторон, содержащих прямой угол”.*
- Более строгой надо считать такую формулировку: «Если гипотенуза и катеты прямоугольного треугольника измерены одной и той же единицей длины, то квадрат числового значения длины гипотенузы равен сумме квадратов числовых значений длин катетов».



## «Теорема Пифагора и различные способы её доказательства»

- Соотношение между катетами и гипотенузой можно встретить у вавилонян. В одном тексте, относимом ко времени царствования Хаммурапи, т. е. к 2000 г. до н. э., приводится приближённое вычисление гипотенузы прямоугольного треугольника. Отсюда можно сделать вывод, что в Двуречье умели производить вычисления сторон прямоугольного треугольника, по крайней мере, в некоторых случаях. Вавилоняне смогли найти такие «пифагоровы тройки», как 65; 72; 97 или 3456; 3367; 4825.



- Теорема о квадрате гипотенузы встречается в священных древнеиндийских книгах «Сульва-сутра» («Правила верёвки») созданных в период с VII по IV векам до н.э.



Читаем правило для построения прямого угла - перпендикуляра к направлению жертвенника: *«К концам отрезка длиной 39 прикрепим концы верёвки длиной 51 с узлом на расстоянии 15 от одного из концов; держа за узел и , подтянув верёвку, получим прямой угол».* Известная нам теорема Пифагора там имела следующую формулировку: *«Квадрат диагонали прямоугольника равен сумме квадратов его большей и меньшей сторон. Квадрат на диагонали квадрата в два раза больше самого квадрата».*



## «Теорема Пифагора и различные способы её доказательства»

- Как видим теорема эта была открыта практиками почти за 600 лет до Пифагора. Но это ничуть не умаляет его заслуги перед наукой.
- В "Перечне математиков", приписываемом Евдему, о Пифагоре сказано так: "Как передают, Пифагор превратил занятие этой отраслью знания (геометрией) в настоящую науку, рассматривая её основы с высшей точки зрения и исследуя её теории менее материальным и более умственным образом".
- Основываясь, с одной стороны, на сегодняшнем уровне знаний о египетской и вавилонской математике, а с другой - на критическом изучении греческих источников, Ван-дер-Варден (голландский математик) сделал следующий вывод:
  - *"Заслугой первых греческих математиков, таких как Фалес, Пифагор и пифагорейцы, является не открытие математики, но её систематизация и обоснование. В их руках вычислительные рецепты, основанные на смутных представлениях, превратились в точную науку."*
- Пифагору приписываются создание основ планиметрии, правил построения некоторых правильных многоугольников и многогранников, введение широкого и **обязательного использования доказательств в геометрии**, создание учения о подобии, и, наконец, **доказательство теоремы о сторонах прямоугольного треугольника**.
- Интересна легенда, из которой мы узнаём, с какой страстью Пифагор изучал уже достигнутое в математике и совершал новые научные открытия.



## «Теорема Пифагора и различные способы её доказательства»

Известна, например, легенда, рассказывающая нам о том, как Пифагор, сумевший доказать теорему, пришёл в неопишуемый восторг и в благодарность богам принёс им в жертву 100 быков.

Немецкий писатель-романист Шамиссо с юмором пишет:

*Пребудет вечной истина, как скоро  
Её познает слабый человек!  
И ныне теорема Пифагора  
Верна, как и в его далёкий век.*

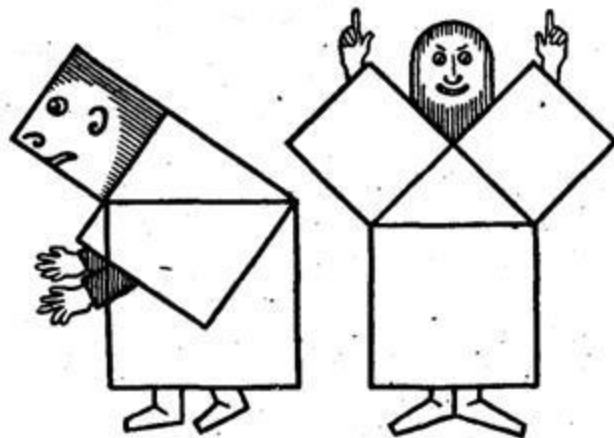
*Обильно было жертвоприношение  
Богам от Пифагора. Сто быков  
Он отдал на закланье и сожженье  
За света луч, пришедший с облаков.*

*Поэтому всегда с тех самых пор,  
Чуть истина рождается на свет,  
Быки ревут, её почуя ,вслед.*

*Они не в силах свету помешать ,  
А могут лишь, закрыв глаза, дрожать  
От страха, что вселил в них Пифагор.*



Доказательство теоремы Пифагора учащиеся средних веков считали очень трудным и называли его **Dons asinorum** - ослиный мост, или **elefuga** - бегство «убогих», так как некоторые «убогие» ученики, не имевшие серьезной математической подготовки, бежали от геометрии. Слабые ученики, заучившие теоремы наизусть, без понимания, и прозванные поэтому «ослами», были не в состоянии преодолеть теорему Пифагора, служившую для них вроде непреодолимого моста. Из-за чертежей, сопровождающих теорему Пифагора, учащиеся называли ее также «ветряной мельницей», составляли стихи, вроде «Пифагоровы штаны на все стороны равны», рисовали карикатуры.



Открытие теоремы Пифагором окружено ореолом красивых легенд. Прокл, комментируя последнее предложение первой книги «Начал» Евклида, пишет: «Если послушать тех, кто любит повторять древние легенды, то придется сказать, что эта теорема восходит к Пифагору: рассказывают, что он в честь этого открытия принес в жертву быка». Впрочем, более щедрые сказители одного быка превратили в одну гекатомбу, а это уже целая сотня. И хотя еще Цицерон заметил, что всякое пролитие крови было чуждо уставу пифагорейского ордена, легенда эта прочно срослась с теоремой Пифагора и через две тысячи лет продолжала вызывать горячие отклики. Так, оптимист Михаил Ломоносов (1711–1765) писал: «Пифагор за изобретение одного геометрического правила Зевсу принес на жертву сто волов».

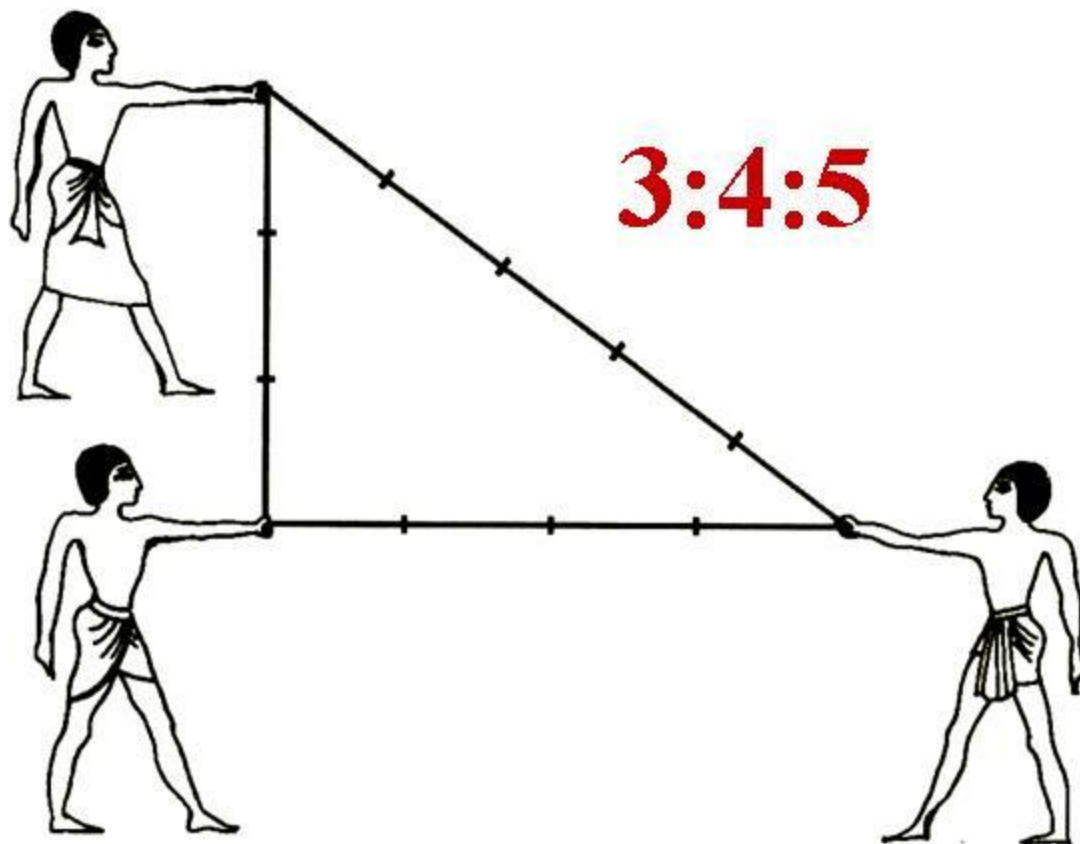
В первом русском переводе евклидовых "Начал", сделанном Ф. И. Петрушевским, теорема Пифагора изложена так: *"В прямоугольных треугольниках квадрат из стороны, противоположной прямому углу, равен сумме квадратов из сторон, содержащих прямой угол"*. В настоящее время известно, что эта теорема не была открыта Пифагором. Однако одни полагают, что Пифагор первым дал ее полноценное доказательство, а другие отказывают ему и в этой заслуге. Некоторые приписывают Пифагору доказательство, которое Евклид приводит в первой книге своих "Начал". С другой стороны, Прокл утверждает, что доказательство в "Началах" принадлежит самому Евклиду. Как мы видим, история математики почти не сохранила достоверных данных о жизни Пифагора и его математической деятельности. Зато легенда сообщает, даже ближайшие обстоятельства, сопровождавшие открытие теоремы. Рассказывают, что в честь этого открытия Пифагор принес в жертву 100 быков.



Таким образом, теорема Пифагора в виде простейших угломерных приспособлений, частных и общих математических задач и чертежей обнаружена в памятниках культуры древних египтян, вавилонян, китайцев и индийцев задолго до Пифагора. Но среди этих памятников нет ни одного, за исключением китайского математического трактата, в котором имелись бы хотя бы указания на доказательство теоремы.



# ЕГИПЕТСКИЙ ТРЕУГОЛЬНИК

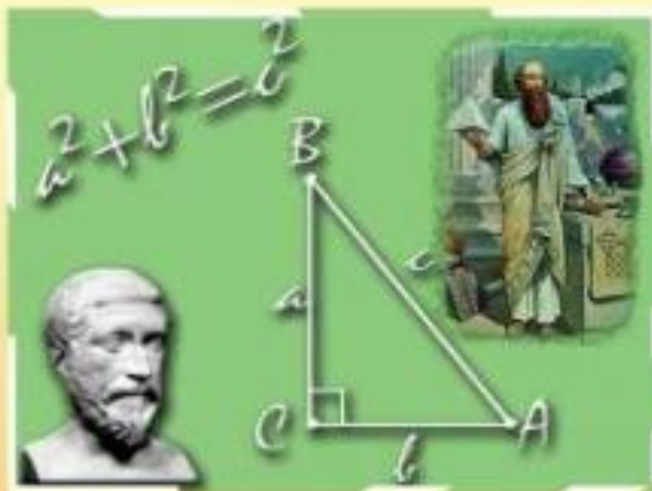


## Египетский треугольник

Этим свойством пользовались еще древние египтяне для построения прямых углов при планировке земельных участков и сооружений зданий.



## Теорема Пифагора- одна из главных теорем геометрии



*Если дан нам треугольник,  
И при том с прямым углом,  
То квадрат гипотенузы  
Мы всегда легко найдем:  
Катеты в квадраты возводим,  
Сумму степеней находим-  
И таким простым путем  
К результату мы придем.*