

# Вещественные числа\*

\*то, чего вы так долго ждали

---

**Вещественное, или действительное** число —  
математический объект, возникший из потребности  
измерения геометрических и физических величин  
окружающего мира, а также проведения таких  
вычислительных операций, как извлечение корня,  
вычисление логарифмов, решение алгебраических уравнений,  
исследование поведения функций.

---



---

***Если проще:***

***Вещественное, или действительное число —  
десятичная дробь.***



# Типы данных: что мы знаем?

---

## ▣ Целочисленные

`i := 8;`      Integer

ShortInt

LongInt

Byte

Word

## ▣ Логические

`a := True;`      Boolean



# Типы данных: чего нам не хватало?

---

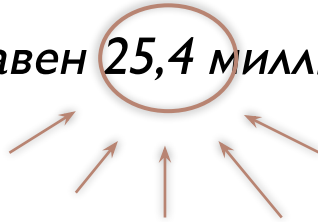
- *«Необходимо напечатать таблицу перевода расстояний из дюймов в сантиметры для значений от  $L$  до  $R$  дюймов. Напомним, что 1 дюйм равен 25,4 миллиметрам.»*



# Типы данных: чего нам не хватало?

---

- «Необходимо напечатать таблицу перевода расстояний из дюймов в сантиметры для значений от  $L$  до  $R$  дюймов. Напомним, что 1 дюйм равен 25,4 миллиметрам.»



И как **ЭТО** хранить?



# Типы данных: чего нам не хватало?

---

Используя тип данных **Real**, конечно!



# Типы данных: Real

---

## □ Зачем?

Работа с физическими величинами:

Расчет дистанции

Расчет характеристик предмета

Программирование игр:

Создание физики

Да и, в принципе, везде:

Точность вычислений





# Точность вычислений

---

- Число, заданное десятичной дробью, всегда имеет некоторую точность вычислений (до десятых, до сотых, до тысячных и т.д.)
- Для задания разной степени точности используются разные типы данных



# Точность вычислений: типы данных

---

| Тип | Диапазон значений | Точность | Формат |
|-----|-------------------|----------|--------|
|     |                   |          |        |
|     |                   |          |        |
|     |                   |          |        |
|     |                   |          |        |



# Точность вычислений: типы данных

---

| Тип         | Диапазон значений | Точность | Формат |
|-------------|-------------------|----------|--------|
| <b>Real</b> |                   |          |        |
|             |                   |          |        |
|             |                   |          |        |
|             |                   |          |        |



# Точность вычислений: типы данных

---

| Тип         | Диапазон значений | Точность     | Формат |
|-------------|-------------------|--------------|--------|
| <b>Real</b> | 2.9E-39 .. 1.7E38 | 11-12 знаков | 6 байт |
|             |                   |              |        |
|             |                   |              |        |
|             |                   |              |        |



# Точность вычислений: типы данных

---

| Тип           | Диапазон значений | Точность     | Формат |
|---------------|-------------------|--------------|--------|
| <b>Real</b>   | 2.9E-39 .. 1.7E38 | 11-12 знаков | 6 байт |
| <b>Single</b> |                   |              |        |
|               |                   |              |        |
|               |                   |              |        |



# Точность вычислений: типы данных

---

| Тип           | Диапазон значений | Точность     | Формат  |
|---------------|-------------------|--------------|---------|
| <b>Real</b>   | 2.9E-39 .. 1.7E38 | 11-12 знаков | 6 байт  |
| <b>Single</b> | 1.5E-45 .. 3.4E38 | 7-8 знаков   | 4 байта |
|               |                   |              |         |
|               |                   |              |         |



# Точность вычислений: типы данных

---

| Тип           | Диапазон значений | Точность     | Формат  |
|---------------|-------------------|--------------|---------|
| <b>Real</b>   | 2.9E-39 .. 1.7E38 | 11-12 знаков | 6 байт  |
| <b>Single</b> | 1.5E-45 .. 3.4E38 | 7-8 знаков   | 4 байта |
| <b>Double</b> |                   |              |         |
|               |                   |              |         |



# Точность вычислений: типы данных

---

| Тип           | Диапазон значений   | Точность     | Формат  |
|---------------|---------------------|--------------|---------|
| <b>Real</b>   | 2.9E-39 .. 1.7E38   | 11-12 знаков | 6 байт  |
| <b>Single</b> | 1.5E-45 .. 3.4E38   | 7-8 знаков   | 4 байта |
| <b>Double</b> | 5.0E-324 .. 1.7E308 | 15-16 знаков | 8 байт  |
|               |                     |              |         |





# Точность вычислений: типы данных

---

| Тип             | Диапазон значений   | Точность     | Формат  |
|-----------------|---------------------|--------------|---------|
| <b>Real</b>     | 2.9E-39 .. 1.7E38   | 11-12 знаков | 6 байт  |
| <b>Single</b>   | 1.5E-45 .. 3.4E38   | 7-8 знаков   | 4 байта |
| <b>Double</b>   | 5.0E-324 .. 1.7E308 | 15-16 знаков | 8 байт  |
| <b>Extended</b> |                     |              |         |



# Точность вычислений: типы данных

---

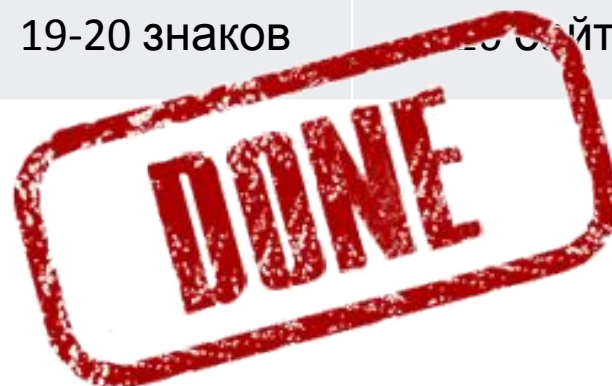
| Тип             | Диапазон значений     | Точность     | Формат  |
|-----------------|-----------------------|--------------|---------|
| <b>Real</b>     | 2.9E-39 .. 1.7E38     | 11-12 знаков | 6 байт  |
| <b>Single</b>   | 1.5E-45 .. 3.4E38     | 7-8 знаков   | 4 байта |
| <b>Double</b>   | 5.0E-324 .. 1.7E308   | 15-16 знаков | 8 байт  |
| <b>Extended</b> | 3.4E-4932 .. 1.1E4932 | 19-20 знаков | 10 байт |



# Точность вычислений: типы данных

---

| Тип             | Диапазон значений     | Точность     | Формат  |
|-----------------|-----------------------|--------------|---------|
| <b>Real</b>     | 2.9E-39 .. 1.7E38     | 11-12 знаков | 6 байт  |
| <b>Single</b>   | 1.5E-45 .. 3.4E38     | 7-8 знаков   | 4 байта |
| <b>Double</b>   | 5.0E-324 .. 1.7E308   | 15-16 знаков | 8 байт  |
| <b>Extended</b> | 3.4E-4932 .. 1.1E4932 | 19-20 знаков | 10 байт |



# Немножко практики

- Открываем
- Пробуем
- Натываемся на ошибки
- Спрашиваем

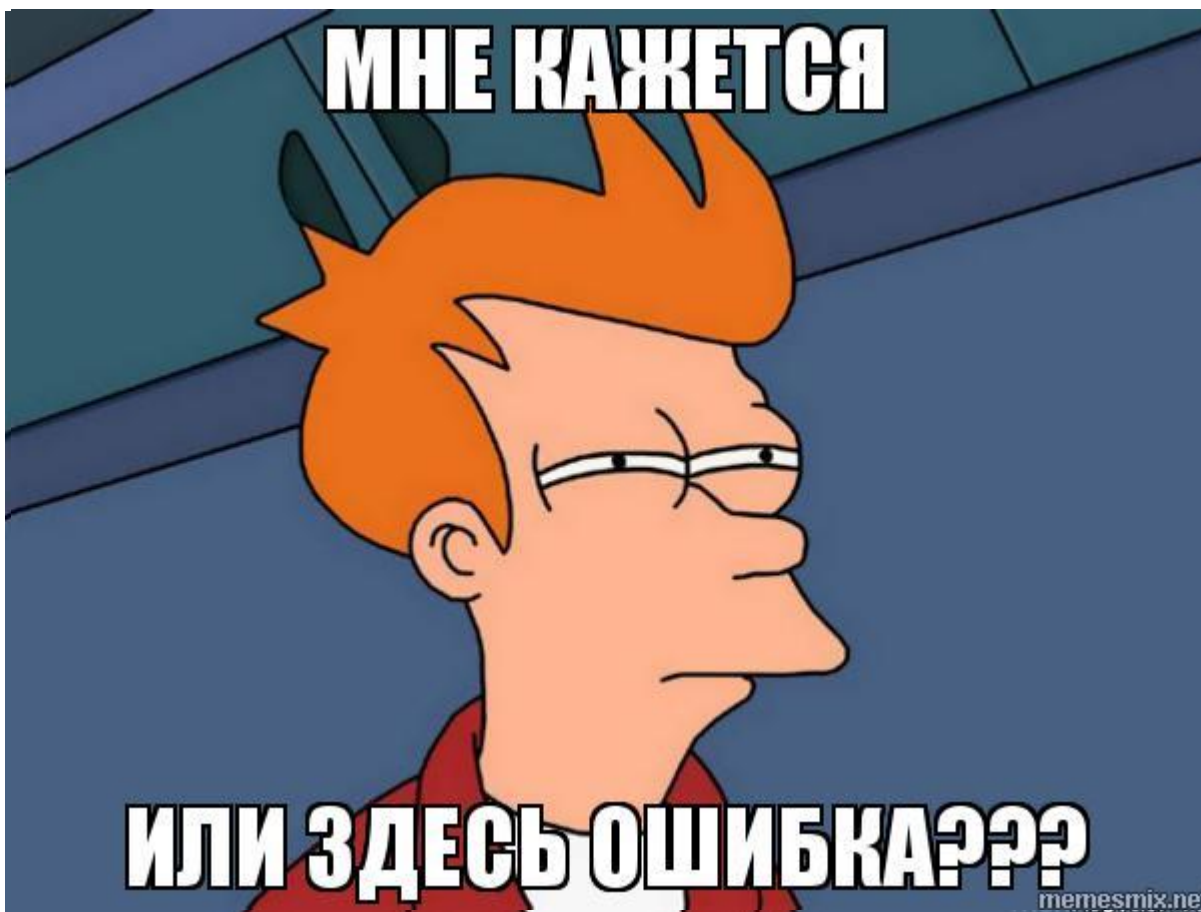
● **Вещественный** начнётся через 18 часов  
тип данных

|  |         |
|--|---------|
| 1. Разминка!                           |         |
| 1.1 A. $A + B$                         | - / 100 |
| 1.2 B. Вывести выражение               | - / 100 |
| 1.3 C. Карандаши-1                     | - / 100 |
| 1.4 D. Карандаши-2                     | - / 100 |
| 1.5 E. Оцени число-2                   | - / 100 |
| 1.6 F. Попадание-1                     | - / 100 |
| 2. Точные вычисления                   |         |
| 2.1 G. Площадь кольца                  | - / 100 |
| 2.2 H. На дачу!                        | - / 100 |
| 2.3 I. Вещественные числа - 2          | - / 100 |
| 2.4 J. Покупка со скидкой              | - / 100 |
| 3. Две половинки одного целого         |         |
| 3.1 K. Первая в дробной части          | - / 100 |
| 4. Блок любителей геометрии            |         |
| 4.1 L. Конверты                        | - / 100 |
| 4.2 M. Периметр и площадь треугольника | - / 100 |
| 4.3 N. Тип треугольника                | - / 100 |
| 5. Разбалловка                         |         |
| 5.1 Оценки                             |         |
| + добавить шаг                         |         |

+ Задачи

# Немножко практики

---



# Типы данных: Real

---

## ▣ **PascalABC vs Тестирующая система (FreePascal)**

Задача “G”: *Найти площадь круга*

Решение:

```
Var
  r, S: real;
Begin
  Readln(r);
  S := 3.14 * sqr(r);
  Write( S );
End.
```

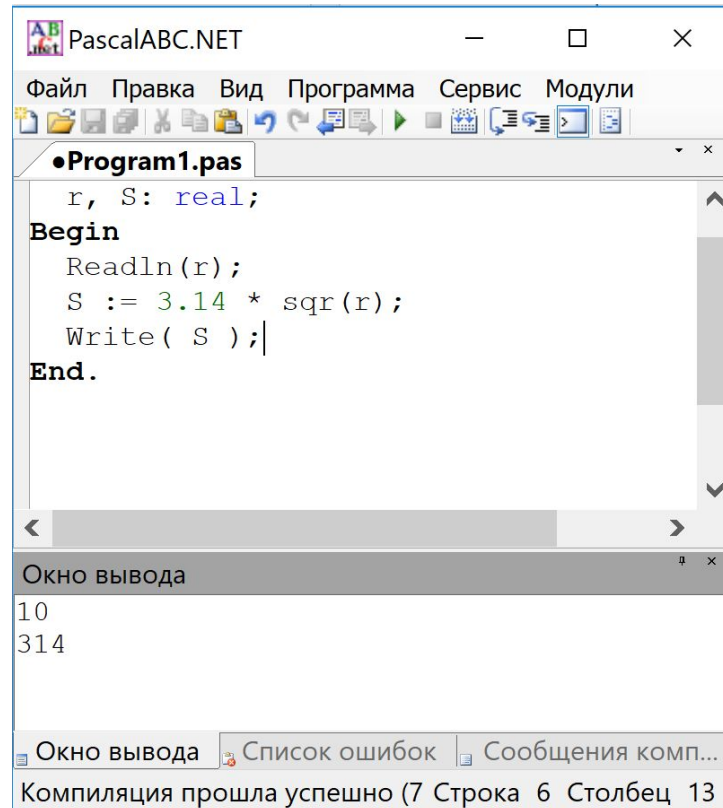


# Типы данных: Real

## ▣ PascalABC vs Тестирующая система (FreePascal)

Задача “G”: Найти площадь круга

Тестируем...



```
PascalABC.NET
Файл  Правка  Вид  Программа  Сервис  Модули
•Program1.pas
  r, S: real;
Begin
  Readln(r);
  S := 3.14 * sqr(r);
  Write( S );|
End.

Окно вывода
10
314

Окно вывода  Список ошибок  Сообщения комп...
Компиляция прошла успешно (7 Строка 6 Столбец 13
```

# Типы данных: Real

---

## ▣ PascalABC vs Тестирующая система (FreePascal)

Задача “G”: Найти площадь круга

Тестируем...

|                         |
|-------------------------|
| <b>Тест #1</b>          |
| <b>Input</b>            |
| 10                      |
| <b>Correct</b>          |
| 314                     |
| <b>Output</b>           |
| 3.1400000000000000E+002 |



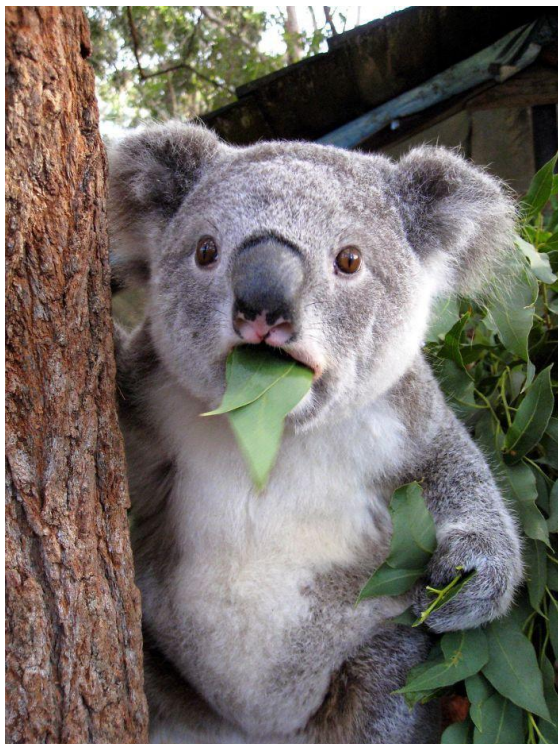


# Типы данных: Real

## ▣ PascalABC vs Тестирующая система (FreePascal)

Задача “G”: Найти площадь круга

Тестируем...



Тест #1

Input

10

Correct

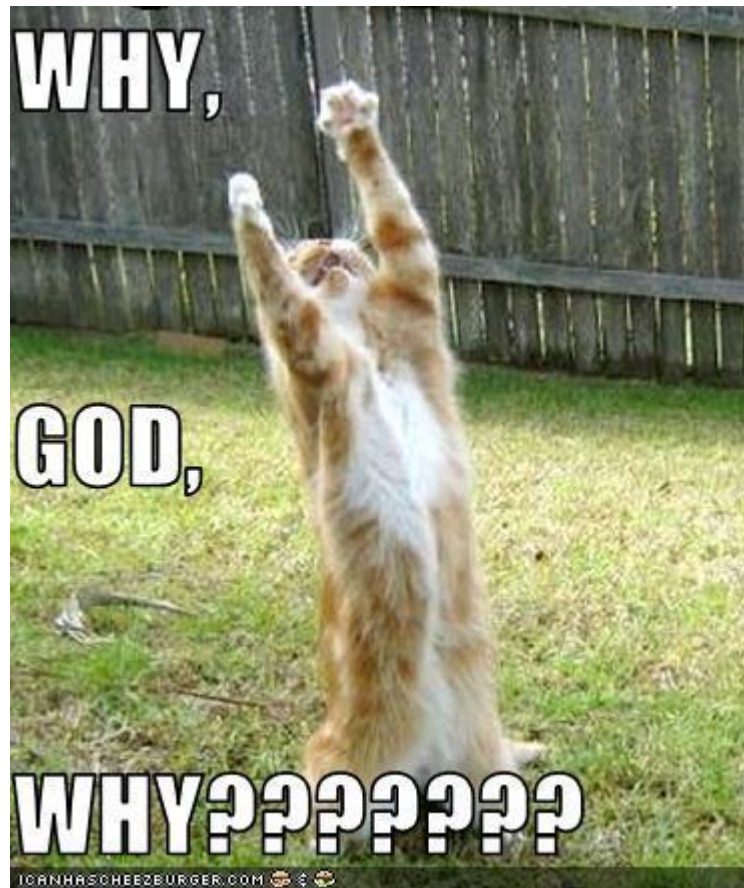
314

Output

3.1400000000000000E+002

# Типы данных: Real

---



# Способы записи числа

---

0.000009

$9 * 10^{-6}$

9E-6



# Форматный вывод

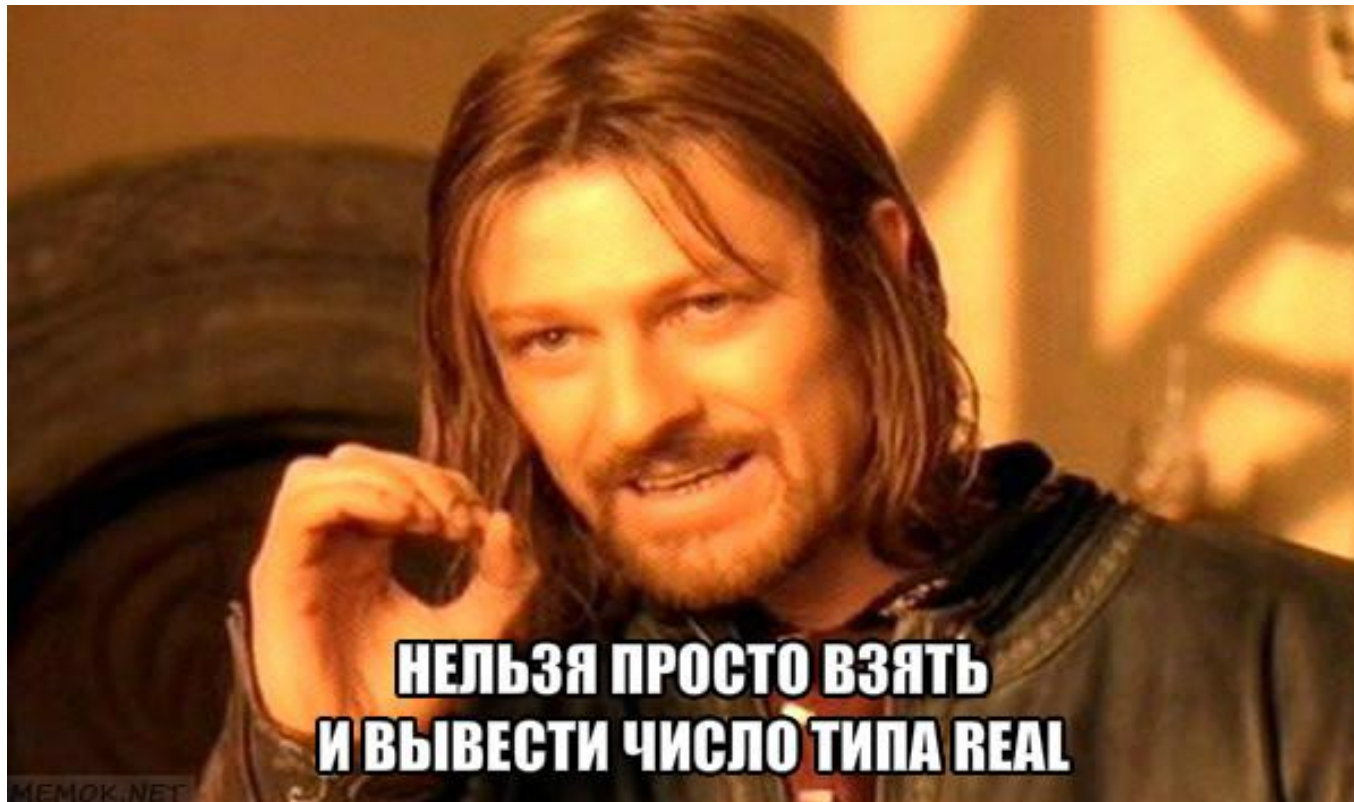
---

- PascalABC выводит числа, используя **десятичную** форму записи
- FreePascal выводит числа, используя **экспоненциальную** форму
- Ответ всегда требуется в **десятичной** форме!



# Форматный вывод

---



---

# BACK TO THE FUTURE



# ФОРМАТНЫЙ ВЫВОД

---

- **Задача:**      *Вывести на экран 4 числа, вводимых с клавиатуры,  
в два равных столбика.                      Все числа  $\leq 100$  и  $\geq 0$*



# ФОРМАТНЫЙ ВЫВОД

---

- **Задача:**      *Вывести на экран 4 числа, вводимых с клавиатуры,  
в два ровных столбика.                      Все числа  $\leq 100$  и  $\geq 0$*

- **Решение:**

```
Begin  
  Readln(a1, a2, a3, a4);  
  Writeln(a1:4, a2:4);  
  Writeln(a3:4, a4:4);  
End.
```





# ФОРМАТНЫЙ ВЫВОД

---

- **Задача:**      *Вывести на экран 4 числа, вводимых с клавиатуры,  
в два ровных столбика.                      Все числа  $\leq 100$  и  $\geq 0$*
- **Решение:**

```
Begin  
  Readln(a1, a2, a3, a4);  
  Writeln( a1:4, a2:4);  
  Writeln(a3:4, a4:4);  
End.
```



---

# BACK TO THE FUTURE



# ФОРМАТНЫЙ ВЫВОД

---

```
Writeln(r:7:4);
```



# ФОРМАТНЫЙ ВЫВОД

---

Число будет состоять  
минимум из семи знаков

```
WriteLn (r: 7 : 4) ;
```

Четыре из которых –  
знаки после запятой



# Форматный вывод

---

Число будет состоять  
минимум из семи знаков

```
Writeln (r: 7 : 4 ) ;
```

Четыре из которых –  
знаки после запятой

или просто

```
Writeln (r:1:4) ;
```



# ФОРМАТНЫЙ ВЫВОД

---

```
Writeln(r:7:4);
```

или просто

Число будет состоять из  
скольких угодно знаков

```
Writeln(r:①:④);
```

Четыре из которых –  
знаки после запятой



# Форматный вывод

---

```
writeln (r:1:...) ;
```

смотря какая точность требуется в задаче  
(смотрите на *формат выходных данных*)



# Типы данных: Real

---

## ▣ PascalABC vs Тестирующая система (FreePascal)

Задача “G”: Найти площадь круга

Решение:

```
Var
  r, S: real;
Begin
  Readln(r);
  S := 3.14 * sqr(r);
  Write( S:1:4 );
End.
```

По условию требуется вывести результат с точностью до **четырёх** знаков после запятой.

---





# Типы данных: Real

---

**А также . . .**



---

# BACK TO THE FUTURE



# Целочисленные типы данных: что мы знаем?

---

## □ **Операции**

+          -          \*          div          mod  
=   <=          >=          <          >          <>

## □ **Функции**

ABS(x)    SQR(x)  
PRED(x)   SUCC(x)  
ORD(x)



# Real: операции и функции

---

## □ Операции

+          -          \*          ~~div~~   ~~mod~~  
=   <=   >=   <   >   <>

## □ Функции

ABS(x)   SQR(x)  
~~PRED(x)~~   ~~SUCC(x)~~  
~~ORD(x)~~



# Real: операции и функции

---

## ▣ Операции

+       -       \*       / операция деления

=   <=   >=   <   >   <>

## ▣ Функции

ABS(x)    SQR(x)

SQRT(x) квадратный корень из числа x



---

# BACK TO THE FUTURE



# Немного практики

- Открываем
- Продолжаем работу
- **Спрашиваем,**  
если что-то непонятно

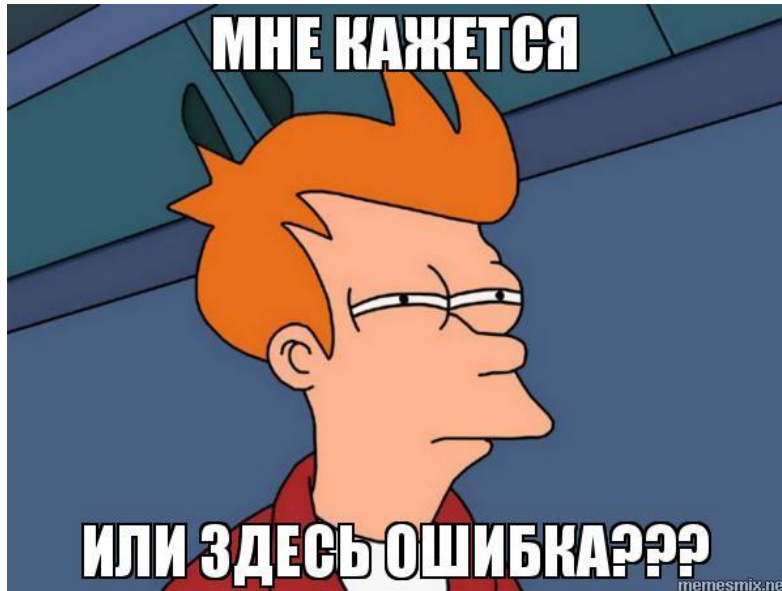
**Вещественный**    начнётся через 18 часов  
тип данных

|  |         |
|--|---------|
| 1. Разминка!                           |         |
| 1.1 А. $A + B$                         | - / 100 |
| 1.2 В. Вывести выражение               | - / 100 |
| 1.3 С. Карандаши-1                     | - / 100 |
| 1.4 D. Карандаши-2                     | - / 100 |
| 1.5 Е. Оцени число-2                   | - / 100 |
| 1.6 F. Попадание-1                     | - / 100 |
| 2. Точные вычисления                   |         |
| 2.1 G. Площадь кольца                  | - / 100 |
| 2.2 H. На дачу!                        | - / 100 |
| 2.3 I. Вещественные числа - 2          | - / 100 |
| 2.4 J. Покупка со скидкой              | - / 100 |
| 3. Две половинки одного целого         |         |
| 3.1 K. Первая в дробной части          | - / 100 |
| 4. Блок любителей геометрии            |         |
| 4.1 L. Конверты                        | - / 100 |
| 4.2 M. Периметр и площадь треугольника | - / 100 |
| 4.3 N. Тип треугольника                | - / 100 |
| 5. Разбалловка                         |         |
| 5.1 Оценки                             |         |
| <b>+</b> добавить шаг                  |         |

**+** Задачи

# Немножко практики

---



**Помните!**

Подкоренное  
выражение не может  
быть отрицательным,  
а знаменатель не  
может быть нулевым!





# Real: дополнительные функции

---

▣ **int(x)** – получение целой части числа (*real*)

Пример:  $\text{int}(74.805) = 74.0000000000$



# Real: дополнительные функции

---

- $\text{int}(x)$  – получение целой части числа (*real*)
- **$\text{frac}(x)$**  – получение дробной части числа

Пример:  $\text{frac}(74.805) = 0.8050000000$



# Real: дополнительные функции

---

- $\text{int}(x)$  – получение целой части числа (*real*)
- $\text{frac}(x)$  – получение дробной части числа
  
- **$\text{trunc}(x)$**  – получение целой части числа (*integer*)

Пример:  $\text{trunc}(74.805) = 74$



# Real: дополнительные функции

---

- $\text{int}(x)$  – получение целой части числа (*real*)
- $\text{frac}(x)$  – получение дробной части числа
- $\text{trunc}(x)$  – получение целой части числа (*integer*)
  
- **$\text{round}(x)$**  – округление число до целого

Пример:  $\text{round}(74.805) = 75$



# Немножко практики

- Открываем
- Продолжаем работу
- **Спрашиваем,**  
если что-то непонятно

● **Вещественный**    начнётся через 18 часов  
тип данных

|  |         |
|--|---------|
| 1. Разминка!                           |         |
| 1.1 A. $A + B$                         | - / 100 |
| 1.2 B. Вывести выражение               | - / 100 |
| 1.3 C. Карандаши-1                     | - / 100 |
| 1.4 D. Карандаши-2                     | - / 100 |
| 1.5 E. Оцени число-2                   | - / 100 |
| 1.6 F. Попадание-1                     | - / 100 |
| 2. Точные вычисления                   |         |
| 2.1 G. Площадь кольца                  | - / 100 |
| 2.2 H. На дачу!                        | - / 100 |
| 2.3 I. Вещественные числа - 2          | - / 100 |
| 2.4 J. Покупка со скидкой              | - / 100 |
| 3. Две половинки одного целого         |         |
| 3.1 K. Первая в дробной части          | - / 100 |
| 4. Блок любителей геометрии            |         |
| 4.1 L. Конверты                        | - / 100 |
| 4.2 M. Периметр и площадь треугольника | - / 100 |
| 4.3 N. Тип треугольника                | - / 100 |
| 5. Разбалловка                         |         |
| 5.1 Оценки                             |         |
| + добавить шаг                         |         |

**+ Задачи**

# Итоги

---

- Для хранения *дробных чисел* в Pascal используется тип данных **Real**
- Для **деления** используется операция «/»
- Некоторые функции (pred, succ, ord) **не работают**
- Есть **дополнительные функции** (sqrt, int, frac, trunc, round)
- Для корректного **отображения** результата необходимо использовать *форматный вывод*



# Домашнее задание

## В течение недели

- Открываем
- Продолжаем работу
- **Конечная цель:  
довести работу до конца**

● **Вещественный**    **начнётся через 18 часов**  
тип данных

|  |         |
|--|---------|
| 1. Разминка!                           |         |
| 1.1 A. $A + B$                         | - / 100 |
| 1.2 B. Вывести выражение               | - / 100 |
| 1.3 C. Карандаши-1                     | - / 100 |
| 1.4 D. Карандаши-2                     | - / 100 |
| 1.5 E. Оцени число-2                   | - / 100 |
| 1.6 F. Попадание-1                     | - / 100 |
| 2. Точные вычисления                   |         |
| 2.1 G. Площадь кольца                  | - / 100 |
| 2.2 H. На дачу!                        | - / 100 |
| 2.3 I. Вещественные числа - 2          | - / 100 |
| 2.4 J. Покупка со скидкой              | - / 100 |
| 3. Две половинки одного целого         |         |
| 3.1 K. Первая в дробной части          | - / 100 |
| 4. Блок любителей геометрии            |         |
| 4.1 L. Конверты                        | - / 100 |
| 4.2 M. Периметр и площадь треугольника | - / 100 |
| 4.3 N. Тип треугольника                | - / 100 |
| 5. Разбалловка                         |         |
| 5.1 Оценки                             |         |
| + добавить шаг                         |         |

**+ Задачи**

🔍 ☰ 🏆 👥 🖨️ ⬇️  $\frac{A}{Z}$  ⚙️

