

Геометрическое конструирование объемно-пространственных элементов

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПО ЗЕМЛЕУСТРОЙСТВУ

# ПРОЕЦИРОВАНИЕ

Автор: доц. Цыганов А.И.



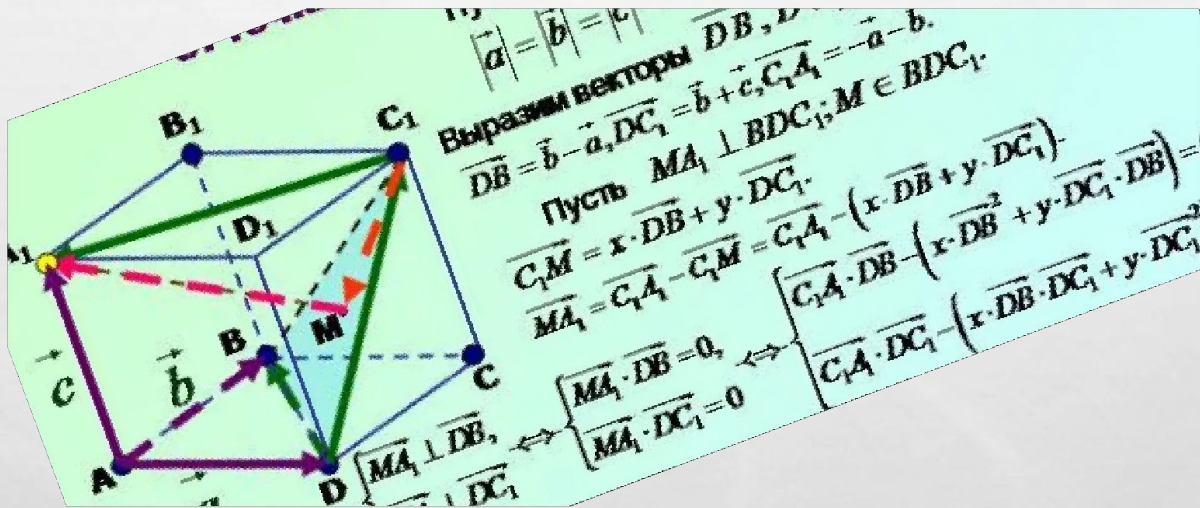
**ЛЕКЦИЯ №2**

Для обозначения геометрических фигур и их проекций, для отображения отношения между геометрическими фигурами, а также для краткости записей геометрических предложений, алгоритмов решения задач и доказательства теорем используются **символьные обозначения**.

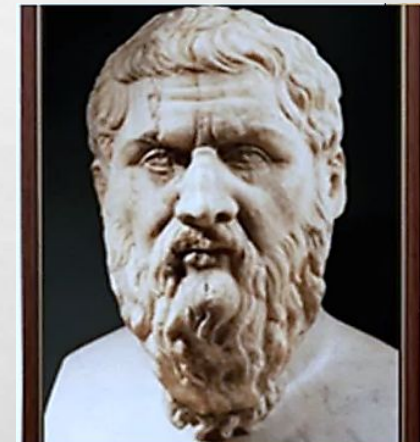
**Символьные обозначения**, все их многообразие, может быть подразделено на две группы:

Первая группа - обозначения геометрических фигур и отношения между ними.

Вторая группа - обозначения логических операций, составляющая синтаксическую основу геометрического языка.



*«Кто не знает геометрии,  
не должен сюда входить !!!»*



**Платон**  
(427-347г. до н.э.)

Символьные обозначения

Символы, обозначающие геометрические фигуры и отношения между ними.

$\Phi$  - геометрическая фигура;

**A, B, C, D, ..., L, M, N, ...** - точки расположенные в пространстве;

**1, 2, 3, 4, ..., 12, 13, 14, ...** - точки расположенные в пространстве;

**[AB]** - отрезок прямой, ограниченный точками **A** и **B**;

$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \dots, \zeta, \eta, \theta$  - поверхность;

$\angle ABC$  - угол с вершиной в точке **B**;

**H, V, W** - координатные плоскости проекций (именуемые как горизонтальная, фронтальная, профильная соответственно);

$\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$  - координатные плоскости проекций (именуемые как горизонтальная, фронтальная, профильная соответственно);

**x, y, z** - координатные оси проекций (ось абсцисс, ось ординат, ось аппликат);

**O** - точка пересечения осей проекций.

Символьные обозначения

## Символы взаиморасположения геометрических объектов

Обозначение	Смысловое значение	Пример символической записи
<b>(...)</b>	способ задания геометрического объекта в пространстве и на комплексном чертеже	$\Delta(A', A'')$ – точка A задана на комплексном чертеже горизонтальной и фронтальной проекциями; $\alpha(A, \mathbf{b})$ – плоскость $\alpha$ задана прямой $\mathbf{b}$ и точкой A.
$\in \subset, \supset$	принадлежность	$A \in \mathbf{l}$ – точка A принадлежит прямой $\mathbf{l}$ ; $\mathbf{l} \subset \alpha$ – прямая $\mathbf{l}$ лежит в плоскости $\alpha$
$\equiv$	совпадение	$A' \equiv B'$ – горизонтальные проекции точек A и B совпадают.
$\parallel, //$	параллельность	$\mathbf{a} // \mathbf{b}$ – прямые $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$ параллельны.
$\perp$	перпендикулярность	$\mathbf{c} \perp \mathbf{d}$ – прямые $\mathbf{c}$ и $\mathbf{d}$ перпендикулярны.
$\dot{\cdot}$	скрещивание	$\mathbf{m} \dot{\cdot} \mathbf{n}$ – прямые $\mathbf{m}$ и $\mathbf{n}$ скрещивающиеся.
$\cap$	пересечение	$\mathbf{k} \cap \mathbf{l}$ – прямые $\mathbf{k}$ и $\mathbf{l}$ пересекаются.
$\sim$	подобие	$\Delta ABC \sim \Delta DEF$ – треугольники <b>ABC</b> и <b>DEF</b> подобны.
$\cong$	конгруэнтность	$\Delta ABC \cong \Delta DEF$ – отрезки <b>AB</b> и <b>CD</b> равны.
$=$	равенство, результат действия	$ \mathbf{AB}  =  \mathbf{CD} $ – длины отрезков <b>AB</b> и <b>CD</b> равны; $\mathbf{k} \cap \mathbf{l} = \mathbf{M}$ – прямые $\mathbf{k}$ и $\mathbf{l}$ пересекаются в точке <b>M</b> .
$\notin$	отрицание	$A \notin \mathbf{l}$ – точка A не принадлежит прямой $\mathbf{l}$ .
$\rightarrow \leftarrow$	отображение, преобразование	$\mathbf{V}/\mathbf{H} \rightarrow \mathbf{V1}/\mathbf{H1}$ – система ортогональных плоскостей <b>V/H</b> преобразуется в систему плоскостей <b>V1/H1</b>

Символьные обозначения



## Символы обозначающие логические операции

$\wedge$	конъюнкция предложений (соответствует союзу «и»)	$\mathbf{K} \in \mathbf{a} \wedge \mathbf{K} \in \mathbf{d}$ – точка $\mathbf{K}$ принадлежит прямым $\mathbf{a}$ и $\mathbf{d}$
$\vee$	дизъюнкция предложений (соответствует союзу «или»)	$\mathbf{A} \in \alpha \vee \mathbf{A} \notin \alpha$ – точка $\mathbf{A}$ принадлежит плоскости $\alpha$ или точка $\mathbf{A}$ не принадлежит плоскости $\alpha$ .
$\Rightarrow \Leftarrow$	логическое следствие – импликация (следовательно, поэтому)	$\mathbf{a} // \mathbf{b} \wedge \mathbf{c} // \mathbf{b} \Rightarrow \mathbf{a} // \mathbf{c}$ – прямые $\mathbf{a}$ и $\mathbf{c}$ параллельны прямой $\mathbf{b}$ , следовательно, они параллельны между собой.
$\Leftrightarrow$	логическая эквивалентность (что то же самое)	$\mathbf{A} \in \mathbf{l} \Leftrightarrow \mathbf{A}' \in \mathbf{l}', \mathbf{A}'' \in \mathbf{l}''$ – точка $\mathbf{A}$ принадлежит прямой $\mathbf{l}$ , следовательно, ее проекции лежат на одноименных проекциях прямой; справедливо и обратное утверждение: проекции точки $\mathbf{A}$ лежат на одноименных проекциях прямой $\mathbf{l}$ , следовательно, точка принадлежит этой прямой.

Символьные обозначения

**Проецирование** (лат. **Projicio** – бросаю вперёд) – процесс получения изображения предмета (пространственного объекта) на какой-либо поверхности с помощью световых или зрительных лучей (лучей, условно соединяющих глаз наблюдателя с какой-либо точкой пространственного объекта), которые называются проецирующими.

### Аппарат проецирования.

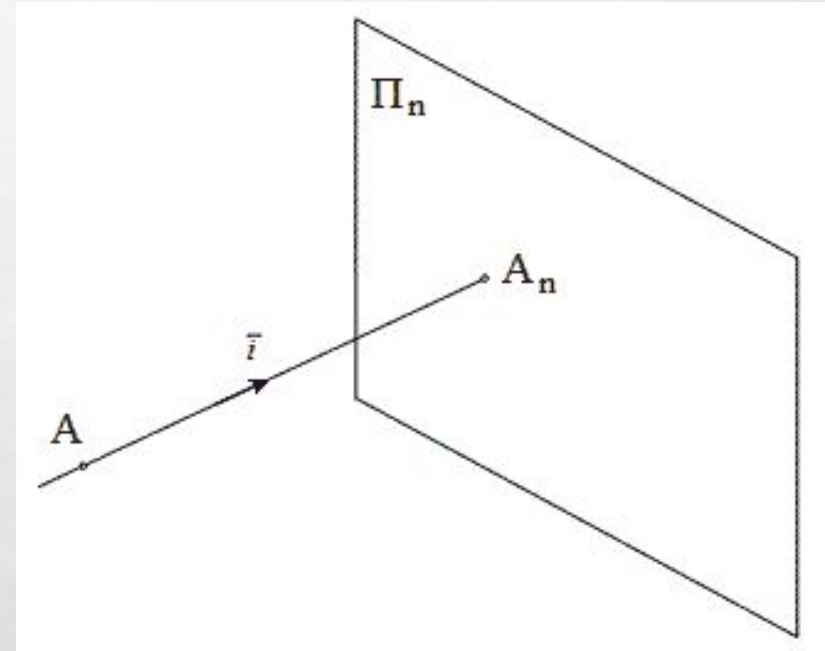
Объект проецирования — точка  $A$ .

Через точку  $A$  проходит *проецирующий луч*  $\vec{l}$  направлением к картинной плоскости, называемой *плоскостью проекций*.

Точка пересечения проецирующего луча с плоскостью проекций называется *проекцией точки*.

Обозначение проекции точки должно содержать индекс плоскости проекций.

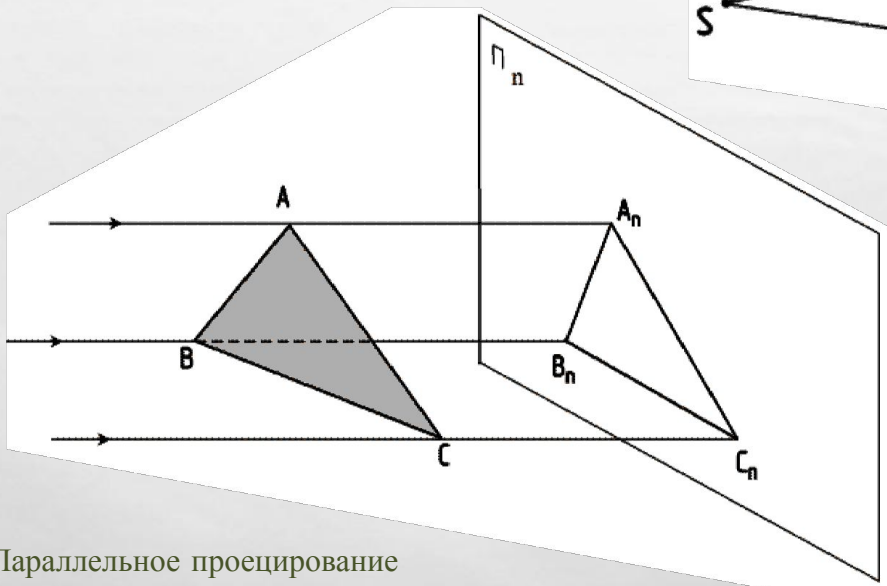
Например, при проецировании на плоскость  $\Pi_n$  проекция точки будет обозначена —  $A_n$ .



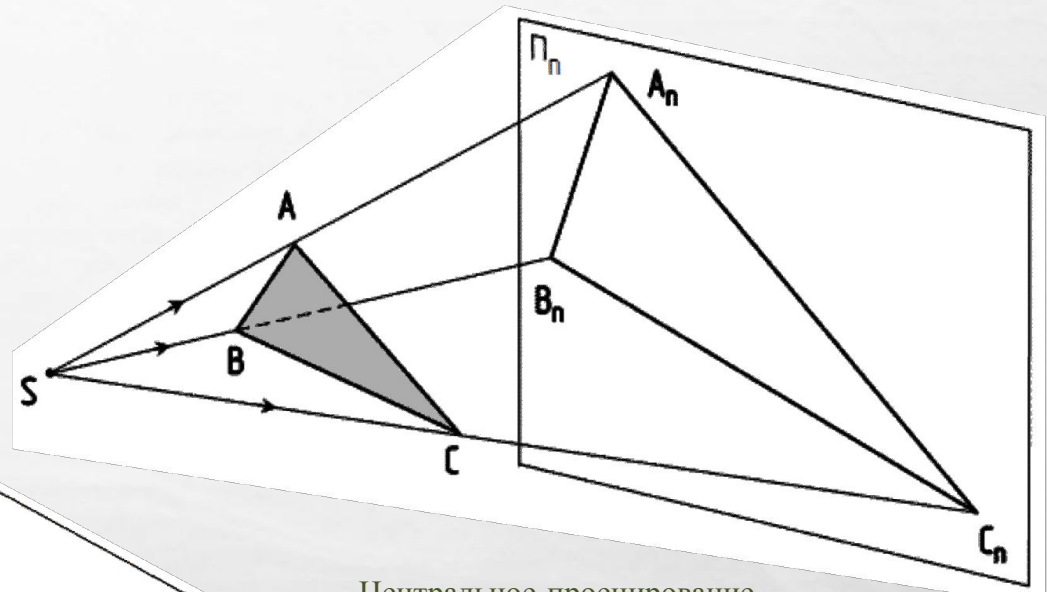
**ПРОЕЦИРОВАНИЕ**

Различают центральное и параллельное проецирование.

В первом случае источник лучей находится в обозримом пространстве — точка **S** собственная, во втором — источник лучей расположен в бесконечности.



Параллельное проецирование

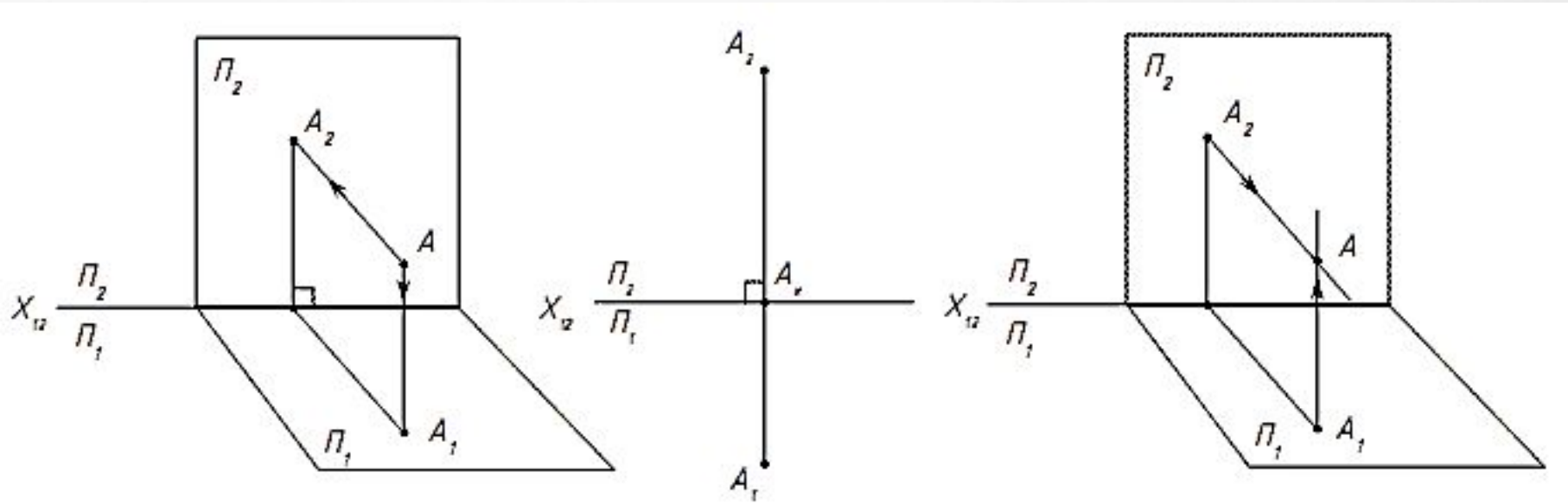


Центральное проецирование

## ПРОЕЦИРОВАНИЕ

Для исключения неопределенности объекты проецируют на две, три и более плоскостей проекций.

Ортогональное проецирование на две плоскости предложил французский геометр Гаспар Монж (XVIII век).



а) Образование проекций пространственной точки А

б) Чертеж точки А на развернутом угле

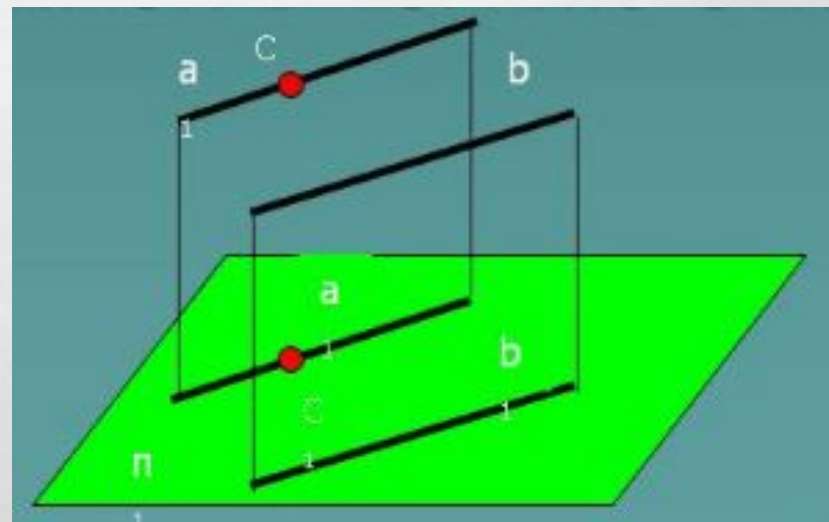
в) Восстановление пространственного образа точки А по проекциям **A1** и **A2**

МЕТОД МОНЖА



## Основные свойства параллельных проекций:

- ✓ проекция точки есть точка;
- ✓ проекция прямой в общем случае прямая;
- ✓ проекции взаимно параллельных прямых в общем случае — параллельные прямые;
- ✓ проекции пересекающихся прямых — пересекающиеся прямые, при этом точки пересечения проекций прямых лежат на одном перпендикуляре к оси проекций;
- ✓ если плоская фигура занимает положение, параллельное плоскости проекций, то она проецируется на эту плоскость в конгруэнтную (тождественную) фигуру;
- ✓ если точка (C) делит отрезок в определенном отношении, то проекция делится в том же отношении.



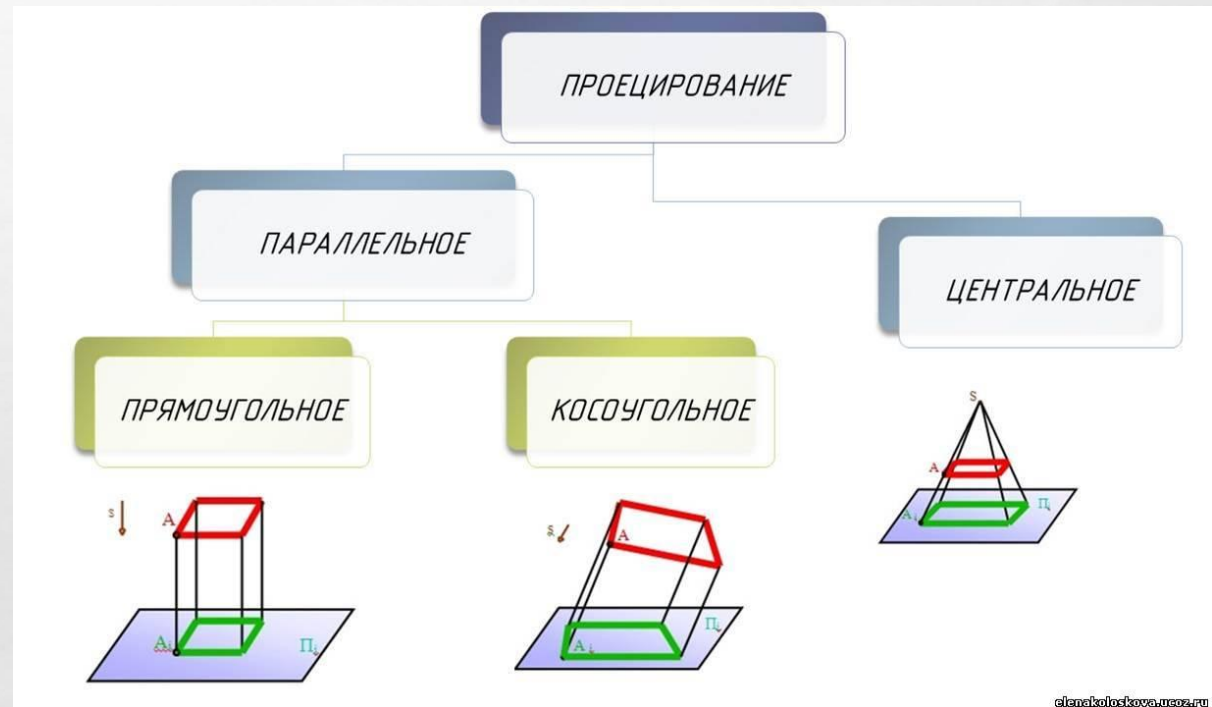
ПРОЕЦИРОВАНИЕ

Различают косоугольные и прямоугольные параллельные проекции.

Если проецирующие лучи направлены к плоскости проекций под углом, отличным от прямого, то проекции называют косоугольными.

Если проецирующие лучи перпендикулярны к плоскости проекций, то полученные проекции называют прямоугольными.

Для прямоугольных проекций используют термин ортогональные от греческого **ortos** — прямой.

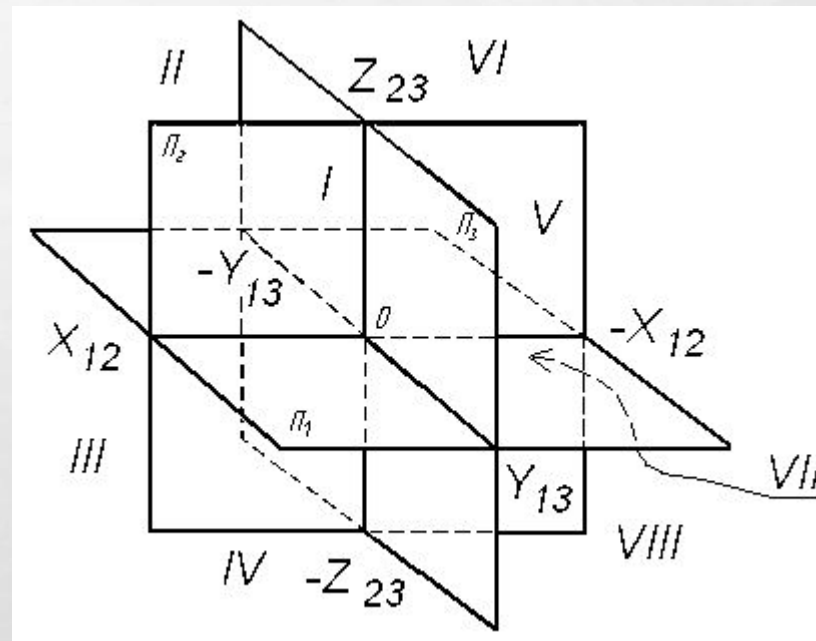


ПРОЕЦИРОВАНИЕ

При ортогональном проецировании в пространство вводят две или три взаимно перпендикулярные плоскости, которым присваивают следующие названия и обозначения:

- горизонтальная плоскость проекций — П1
- фронтальная плоскость проекций — П2
- профильная плоскость проекций — П3

Плоскости проекций бесконечны и, пересекаясь, делят пространство на восемь частей — октантов.



ПРОЕЦИРОВАНИЕ

В практике построения изображений чаще всего используют первый октант, который далее будем называть трехгранным углом.

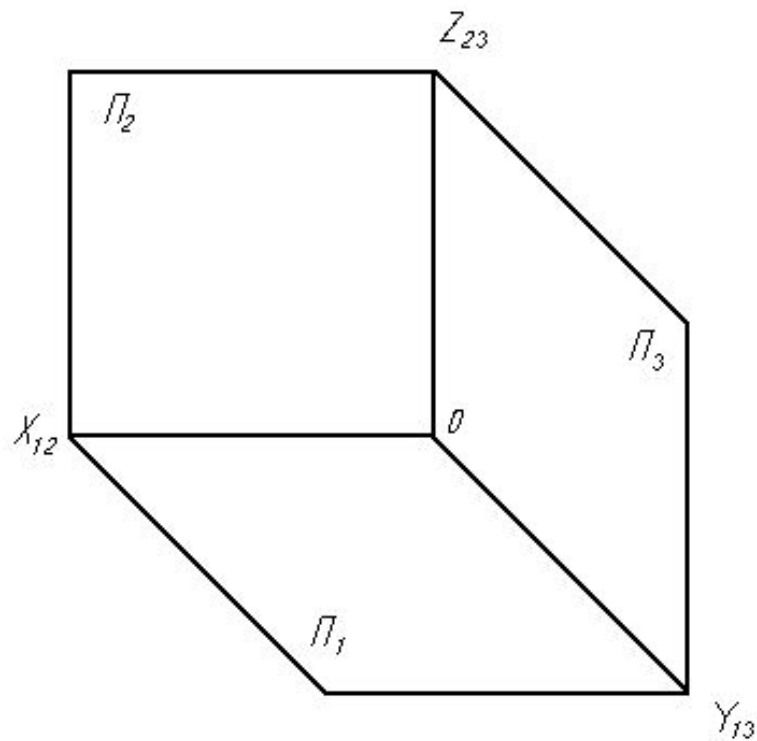
При пересечении плоскостей проекций образуются прямые линии - оси проекций:

Ось **X** (икс) — ось абсцисс.

Ось **Y** (игрек) — ось ординат.

Ось **Z** (зет) — ось аппликат.

Если оси проградуировать, то получится координатная система, в которой легко построить объект по заданным координатам.



## ПРОЕЦИРОВАНИЕ

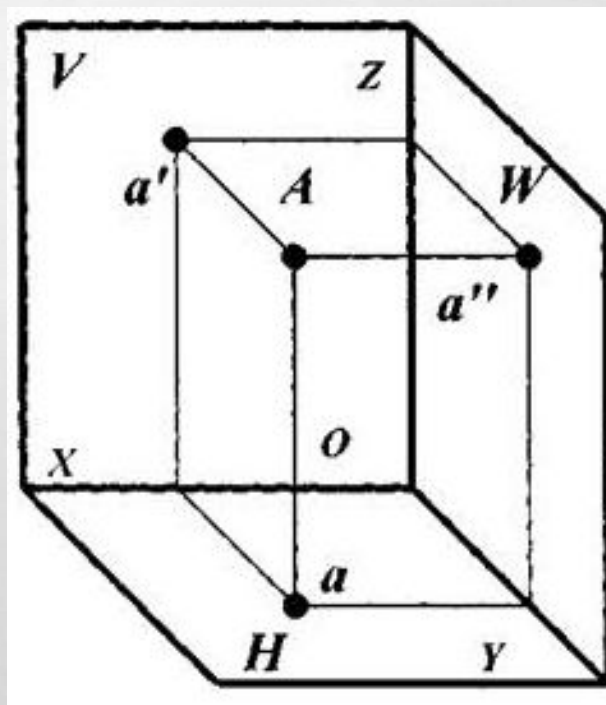


## Проецирование точки и прямой.

Прямоугольная проекция точки — это основание перпендикуляра, опущенного из точки на плоскость проекций.

Проекция точки:

- ✓ на плоскость **H** называется горизонтальной проекцией точки (**a**);
- ✓ на плоскость **V** — фронтальной проекцией точки (**a'**);
- ✓ на плоскость **W** — профильной проекцией точки (**a''**).



ПРОЕЦИРОВАНИЕ

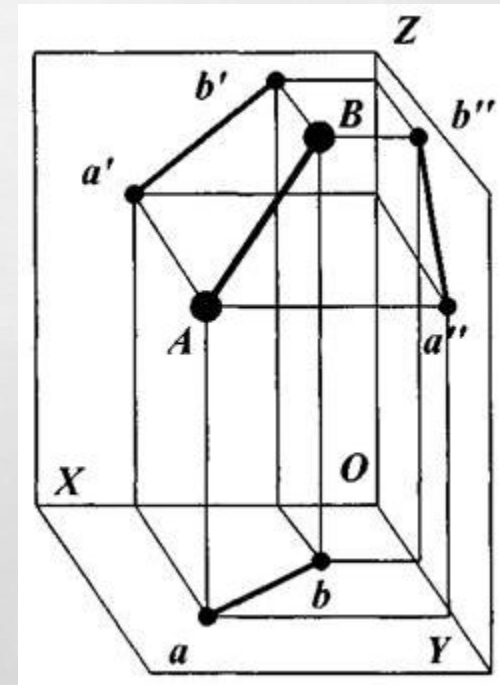
Для построения проекций прямой достаточно построить проекции ее концевых точек. Прямая линия на плоскостях проекций может быть задана двумя способами:

- проекциями двух точек, принадлежащих прямой;
- проекциями отрезка прямой.

Проекция и точки и прямой определяются проецирующими линиями (проецирующими лучами), проведенными из соответствующих точек на плоскости проекций.

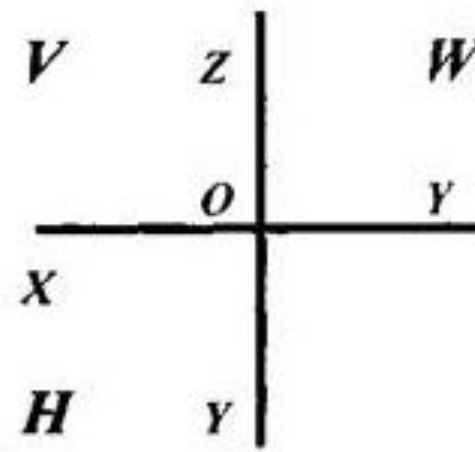
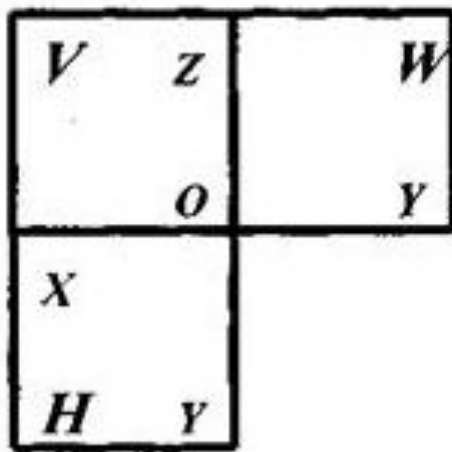
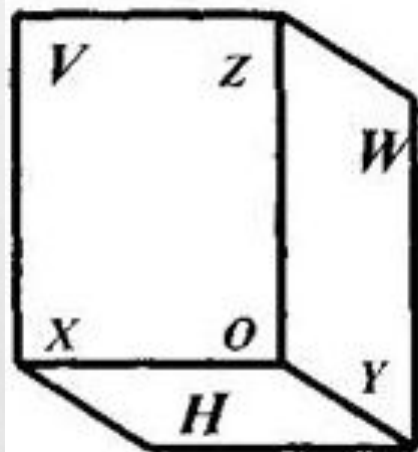
Проекция прямой  $AB$  на:

- ✓ горизонтальную плоскость проекций ( $ab$ );
- ✓ на фронтальную плоскость проекций ( $a'b'$ );
- ✓ на профильную плоскость проекций ( $a''b''$ ).



ПРОЕЦИРОВАНИЕ

**Комплексный чертеж (развертка)** — чертеж, который получен для первого октанта совмещением горизонтальной и профильной плоскости проекций при их повороте на  $90^\circ$  относительно осей проекций.

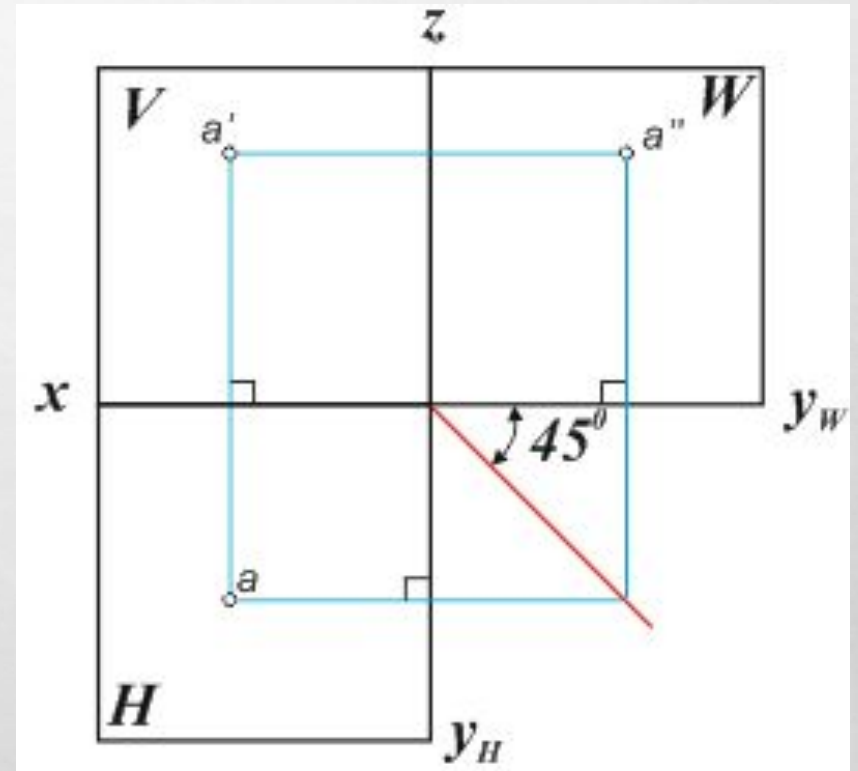


ПРОЕЦИРОВАНИЕ

Линией проекционной связи называют прямую, расположенную перпендикулярно оси проекций и соединяющую две проекции точки.

Фронтальная и горизонтальная проекции точек располагаются на вертикальной линии проекционной связи, а фронтальная и профильная проекции точки — на горизонтальной линии проекционной связи.

Вспомогательная прямая (ВП) проводится из начала координат (точка **0**) под углом **45°** для переноса координат по оси **y**.



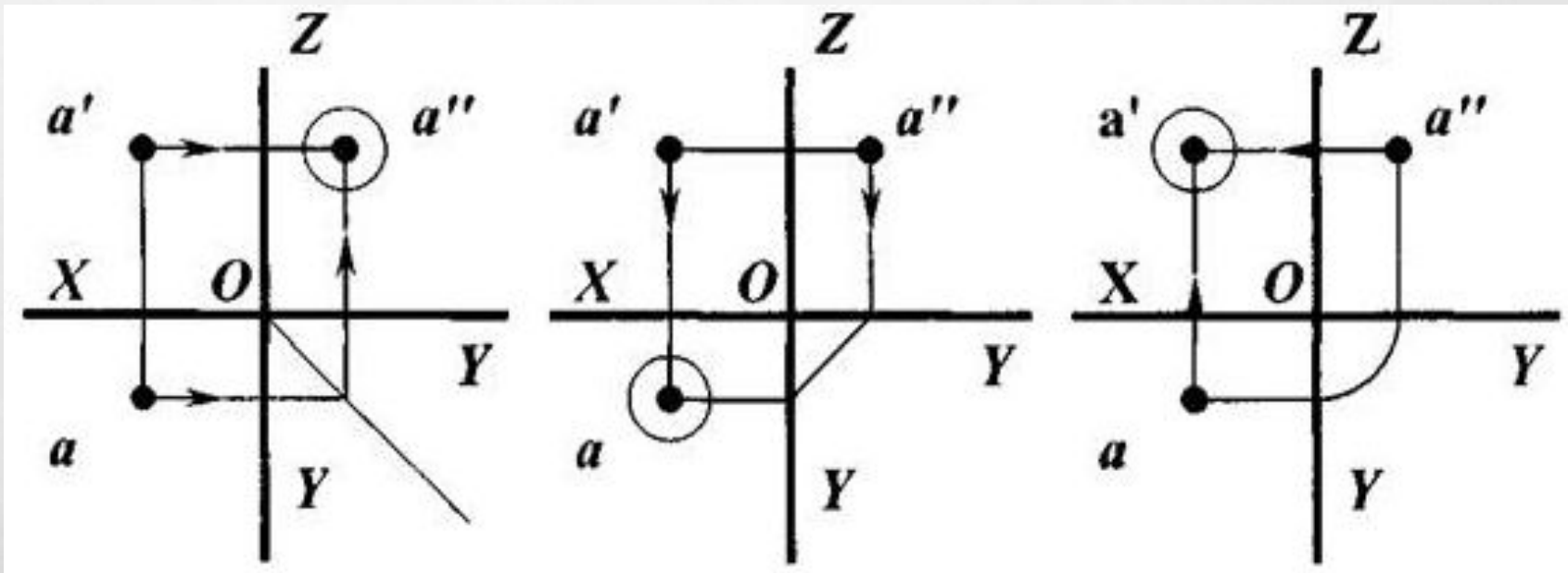
ПРОЕЦИРОВАНИЕ



Зная две проекции точки  $A$  на плоскости проекций, можно построить ее третью проекцию одним из трех способов.

Положение неизвестных проекций можно определить:

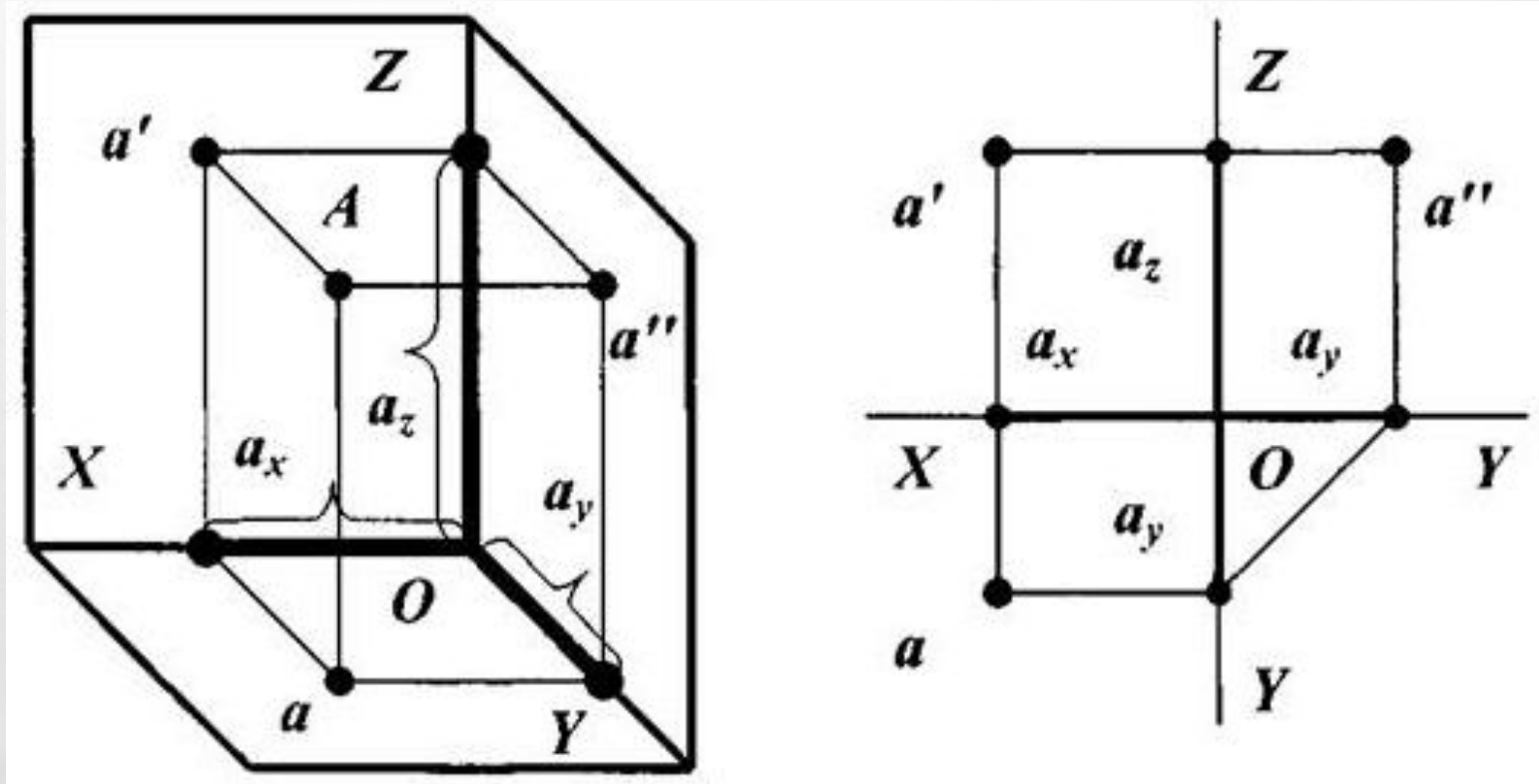
- а) профильной проекции по фронтальной и горизонтальной проекциям;
- б) горизонтальной проекции по фронтальной и профильной проекциям;
- в) фронтальной проекции по горизонтальной и профильной проекциям.



ПРОЕЦИРОВАНИЕ

## Эпюры и координаты точки.

Положение точки в пространстве задают с помощью ее координат. Координатами точки называют расстояния от этой точки до плоскостей проекций, определяемые параллельно осям координат.



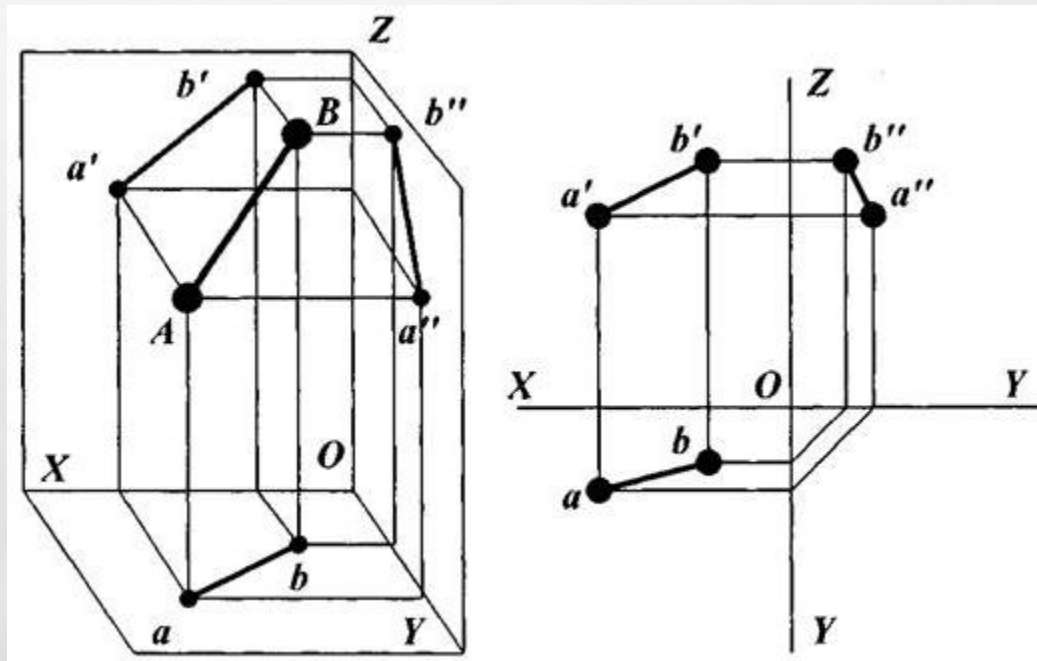
ПРОЕКЦИРОВАНИЕ

## Эпюры прямых линий.

Так как положение прямой в пространстве определяется координатами двух ее точек, то для построения проекций прямой линии достаточно построить проекции ее концевых точек и соединить их отрезками прямой.

Прямая, не параллельная и не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций, называется прямой общего положения.

Все проекции такой прямой располагаются под острыми углами к осям проекций.

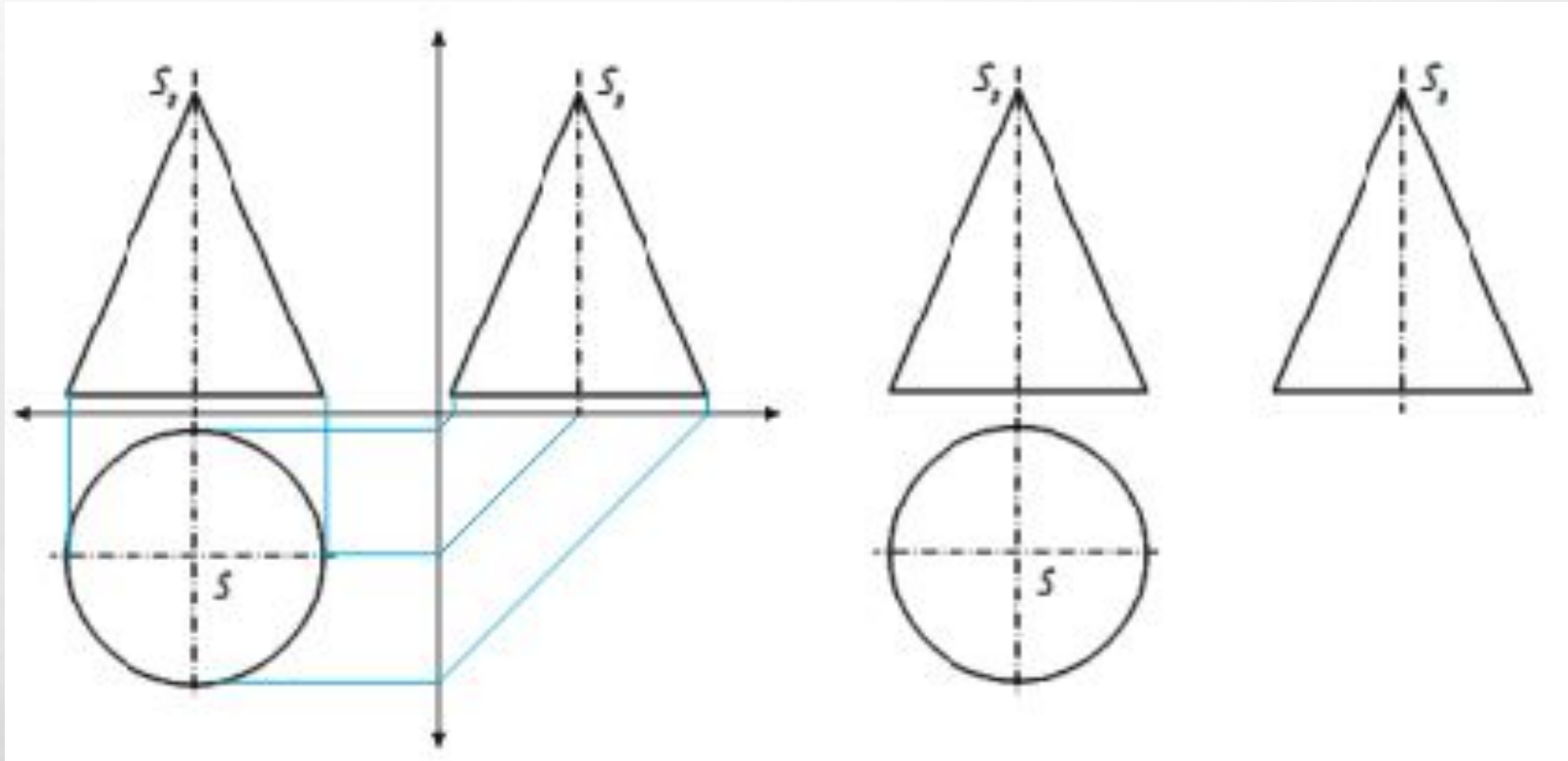


ПРОЕЦИРОВАНИЕ

Комплексный чертеж прямого кругового конуса.

Координатные оси необходимы для геометрических построений.

На практике в архитектурных, строительных и машиностроительных чертежах оси не изображаются.



ПРОЕЦИРОВАНИЕ