

ЕГЭ 2014

ПОДГОТОВКА К ЕГЭ

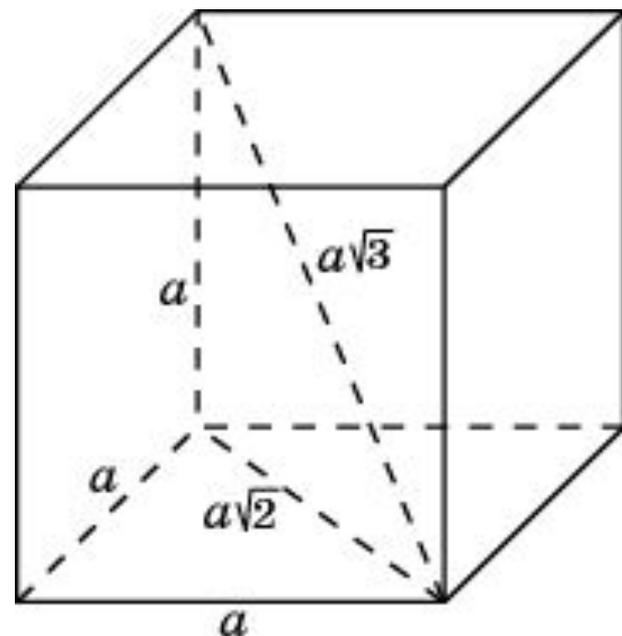
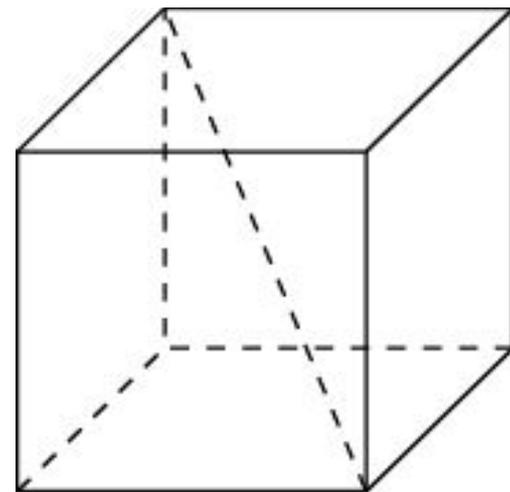
Задания В 13

1. Диагональ куба
равна $\sqrt{12}$

Найдите его объем

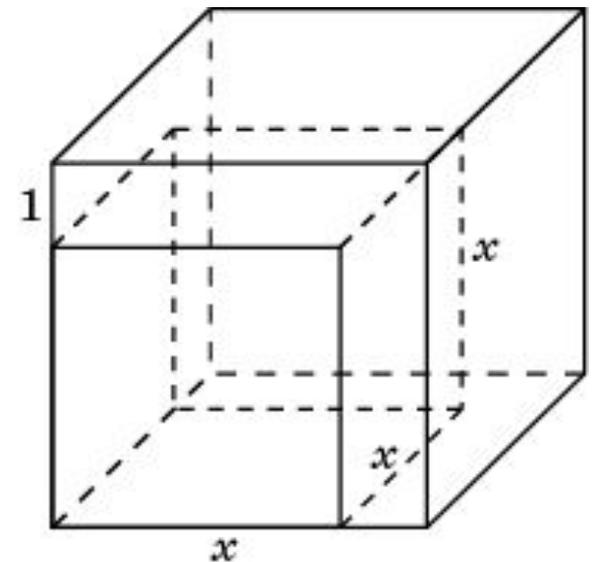
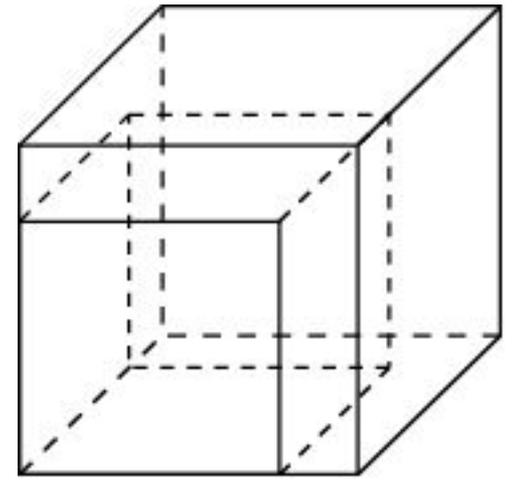
Решение Если ребро куба
равно a , то его
диагональ равна $a\sqrt{3}$.
Отсюда следует, что
если диагональ куба
равна $\sqrt{12}$, то его ребро
равно 2 и, значит, объем
этого куба равен 8.

Ответ: 8



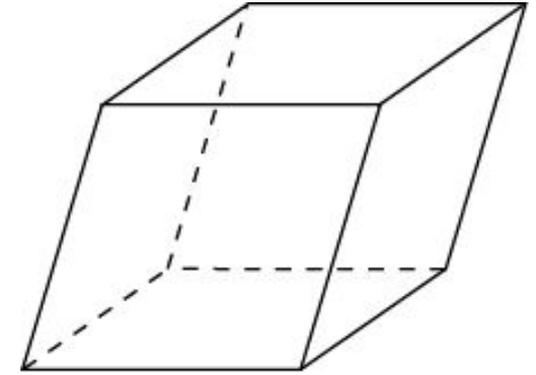
2. Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его площадь поверхности увеличится на 30. Найдите ребро куба.

Решение Если ребро куба равно x , то площадь его поверхности равна $6x^2$. Если ребро куба увеличить на 1, то его площадь поверхности будет равна $6(x+1)^2$. Учитывая, что площадь поверхности куба при этом увеличивается на 30, получаем уравнение $6(x+1)^2 = 6x^2 + 30$, решая которое, находим $x = 2$

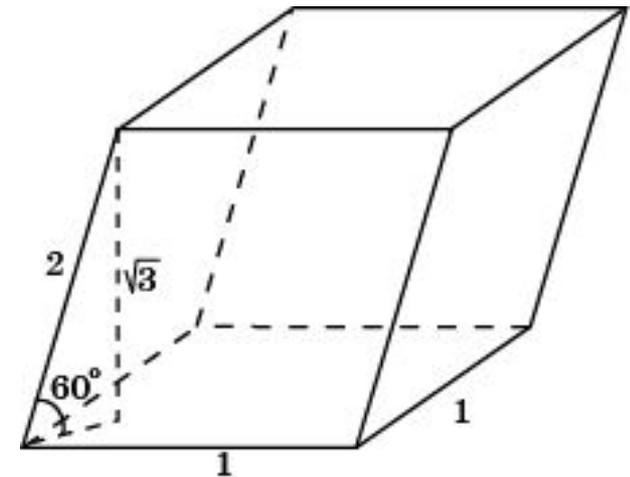


Ответ: 2

3. Гранью параллелепипеда является ромб со стороной 1 и острым углом 60° . Одно из ребер параллелепипеда составляет с этой гранью угол в 60° и равно 2. Найдите объем параллелепипеда

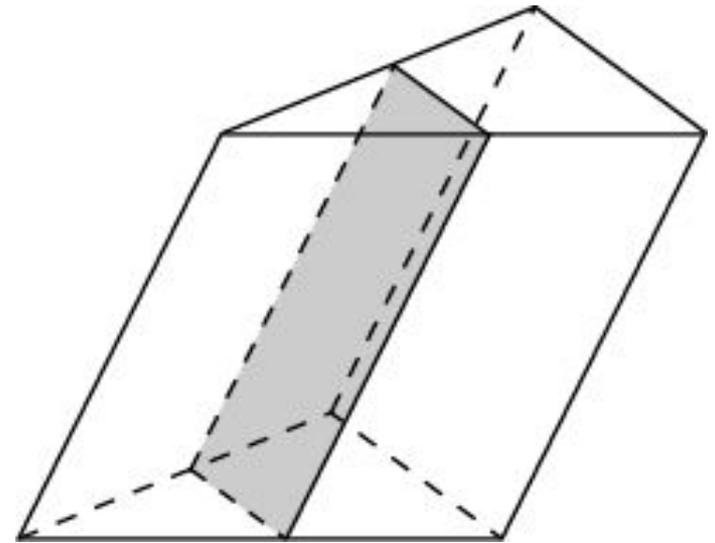


Решение Площадь грани параллелепипеда, являющейся ромбом со стороной 1 и острым углом 60° , равна $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Высота, опущенная на эту грань, равна $\sqrt{3}$. Объем параллелепипеда равен 1,5



Ответ: 1,5

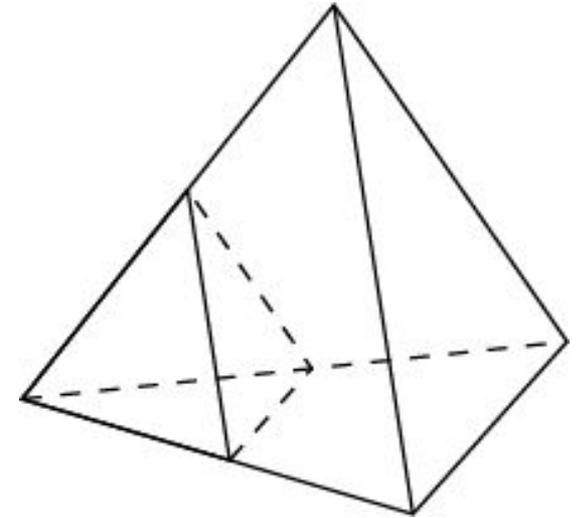
4. Через среднюю линию основания треугольной призмы, объем которой равен 32, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объем отсеченной треугольной призмы



Решение Площадь основания отсеченной призмы равна четверти площади основания исходной призмы. Высота отсеченной призмы равна высоте исходной призмы. Следовательно, объем отсеченной призмы равен четверти объема исходной призмы, т.е. равен 8

Ответ: 8

5. Во сколько раз увеличится объем правильного тетраэдра, если все его ребра увеличить в два раза?



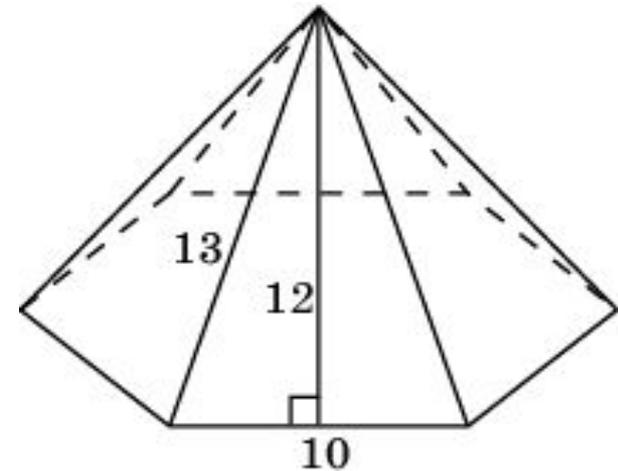
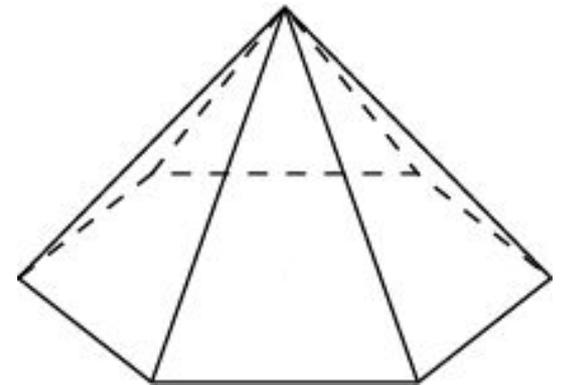
Решение Воспользуемся тем, что если два тетраэдра подобны и коэффициент подобия равен k , то отношение объемов этих тетраэдров равно k^3 . Если ребра тетраэдра увеличить в два раза, то объем тетраэдра увеличится в 8 раз

Ответ: 8

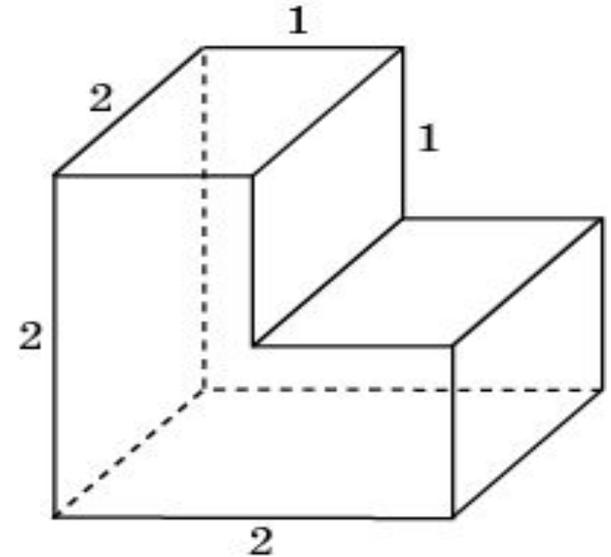
6. Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды

Решение Высота боковой грани пирамиды равна 12. Площадь боковой грани равна 60. Площадь боковой поверхности этой пирамиды равна 360.

Ответ: 360



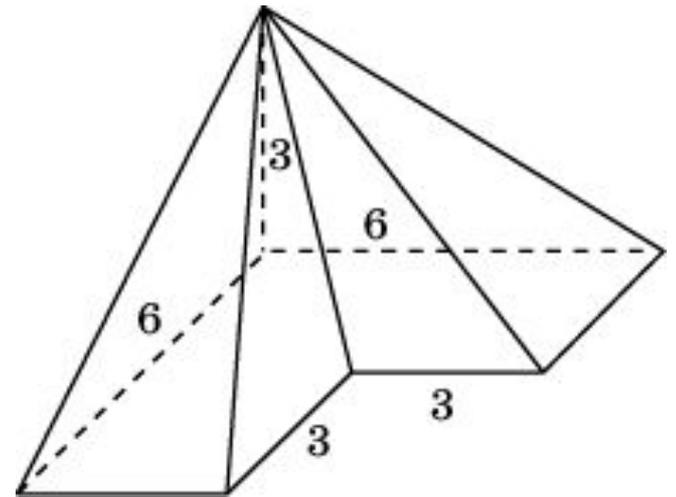
7. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.



Решение Поверхность многогранника состоит из двух квадратов, площадь которых равна 4, четырех прямоугольников, площадь которых равна 2, и двух невыпуклых шестиугольников, площадь которых равна 3. Следовательно, площадь поверхности многогранника равна 22

Ответ: 22

8. Найдите объем пирамиды, изображенной на рисунке. Ее основанием является многоугольник, соседние стороны которого перпендикулярны, а одно из боковых ребер перпендикулярно плоскости основания и равно 3.



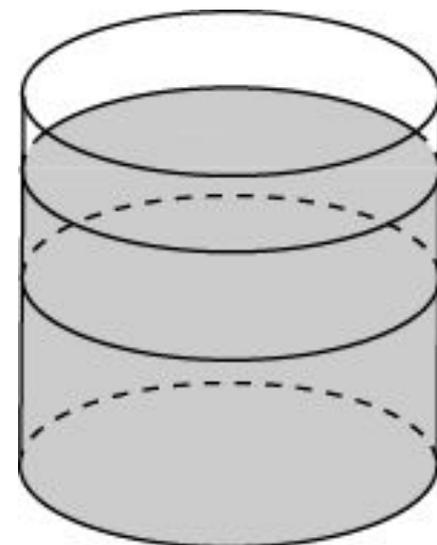
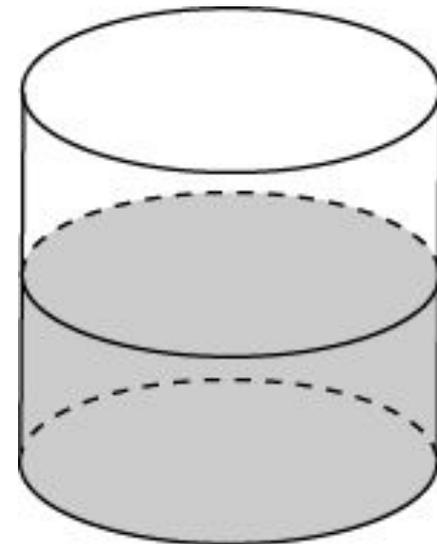
Решение Площадь основания пирамиды равна 27, высота равна 3. Следовательно, объем пирамиды равен 27

Ответ: 27

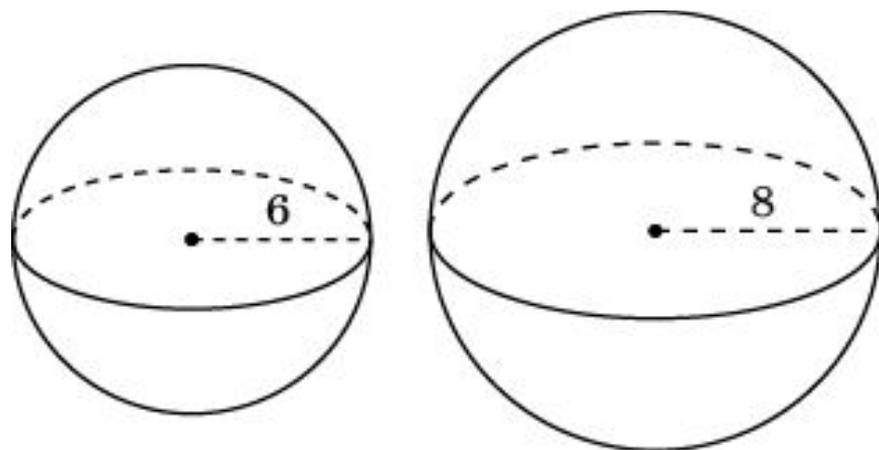
9. В цилиндрический сосуд, в котором находится 6 дм^3 воды, опущена деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся в 1,5 раза. Чему равен объем детали?

Решение Так как уровень жидкости в сосуде поднялся в 1,5 раза, то и объем увеличился в 1,5 раза, т.е. стал равен 9 дм^3 . Следовательно, объем детали равен 3 дм^3

Ответ: 3



10. Радиусы двух шаров равны 6 и 8. Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей их поверхностей



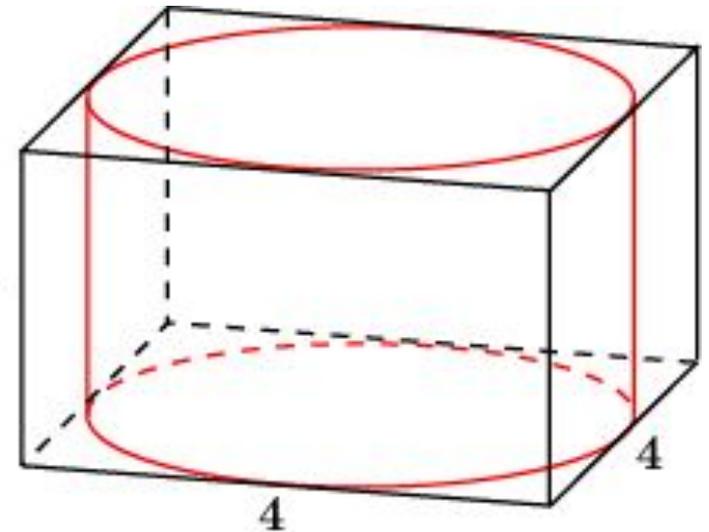
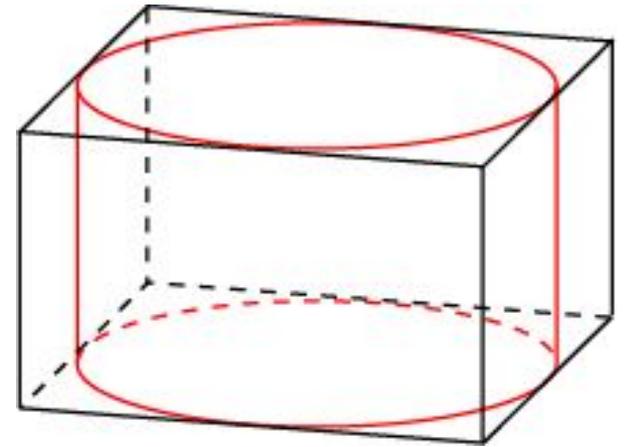
Решение Площади поверхностей данных шаров равны $4\pi \cdot 36$ и $4\pi \cdot 64$. Их сумма равна $4\pi \cdot 100$. Следовательно, радиус шара, площадь поверхности которого равна этой сумме, равен 10.

Ответ: 10

11. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 2. Найдите объем параллелепипеда

Решение

Ребра параллелепипеда равны 4, 4, 2 и, следовательно, его объем равен 32

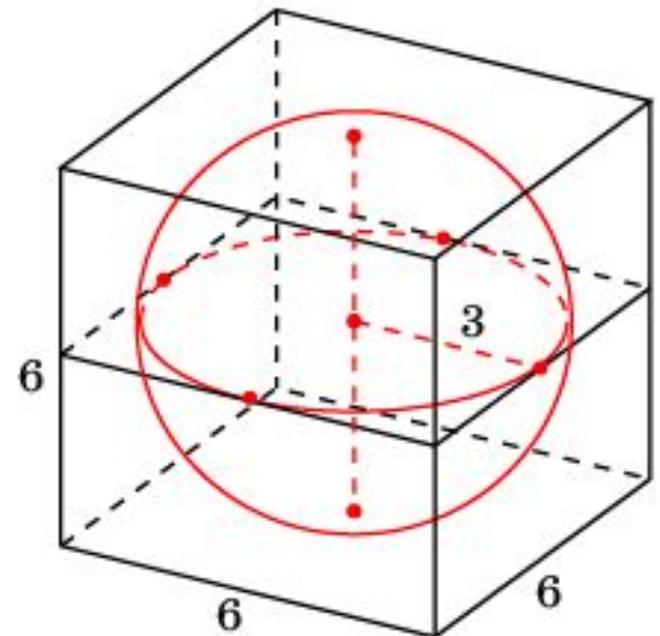
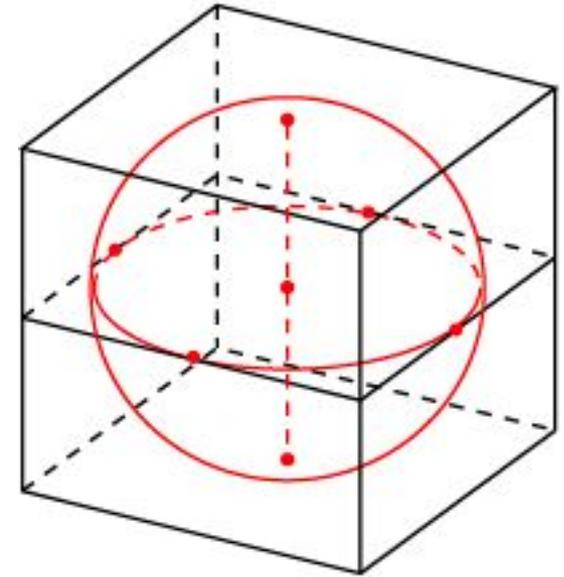


Ответ: 32

12. В куб с ребром 6 вписан шар. Найдите объем шара, деленный на π

Решение Радиус шара равен 3. Объем шара равен 36π , а объем, деленный на π , равен 36

Ответ: 36



13. В конус, радиус основания которого равен 2, вписан шар радиуса 1. Найдите объем конуса.

Решение Треугольники

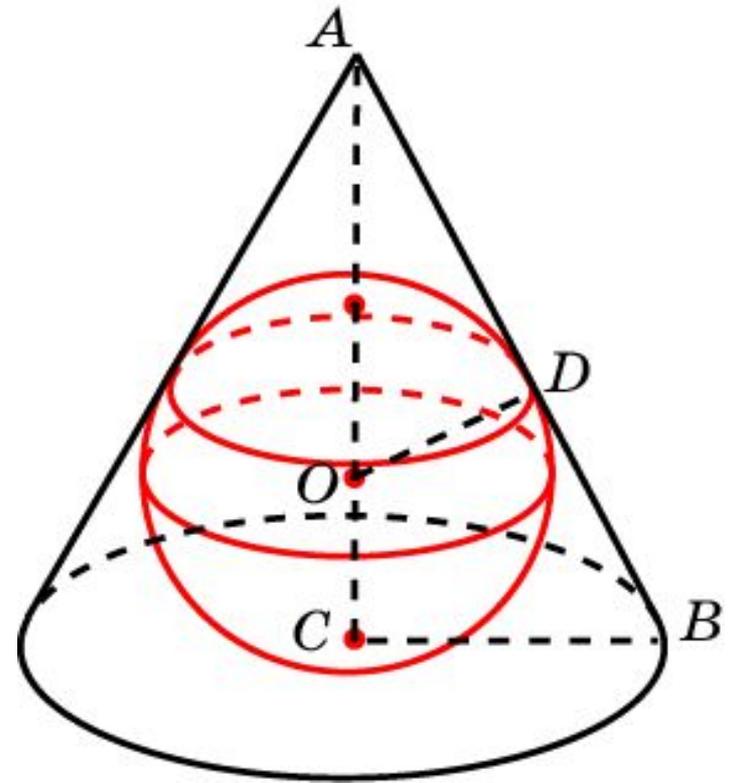
ABC и AOD подобны.

Следовательно, $\frac{BC}{AC} = \frac{OD}{AD}$

Пусть $AO = x$, тогда $BC = 2$, $AC = 1+x$, $OD = 1$, $AD = \sqrt{x^2 - 1}$

, $x = \frac{5}{3}$, $AC = \frac{8}{3}$, значит

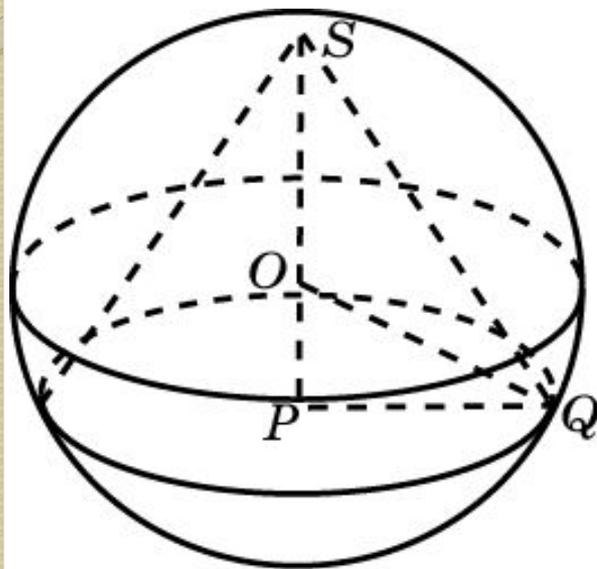
объем конуса равен $\frac{32\pi}{9}$



$$\sqrt{x^2 - 1}$$

Ответ: $\frac{32\pi}{9}$

14. В сферу радиуса 5 вписан конус, высота которого равна 8. Найдите объем конуса

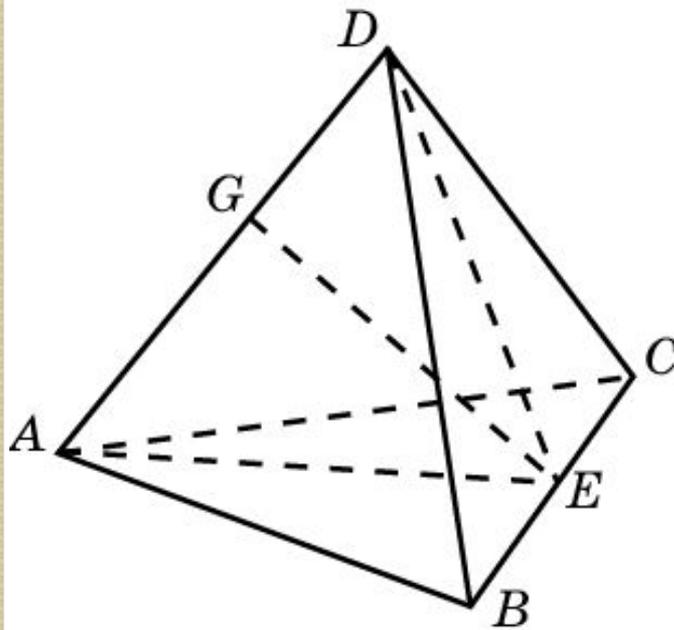


Решение Пусть O – центр сферы, RQ – радиус основания конуса. В прямоугольном $\triangle OPQ$ имеем: $OQ = 5$, $OP = 3$. Следовательно, $RQ = 4$. Объем конуса равен

$$\frac{128\pi}{3}$$

Ответ: $\frac{128\pi}{3}$

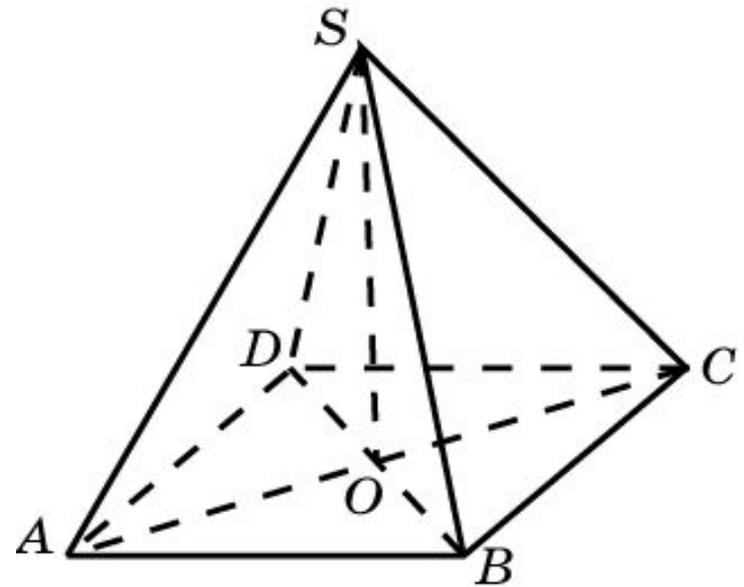
15. Два противоположных ребра тетраэдра образуют угол 60° и равны 2. Расстояние между ними равно 3. Найдите объем тетраэдра



Решение Пусть угол между AD и BC равен 60° . Проведем общий перпендикуляр EG . Площадь $\triangle ADE$ равна 3. Угол между прямой BC и плоскостью ADE равен 60° . Объем пирамиды равен $\sqrt{3}$

Ответ: $\sqrt{3}$

16. Боковые грани пирамиды, в основании которой лежит ромб, наклонены к плоскости основания под углом 30° . Диагонали ромба равны 10 см и 24 см. Найдите объем пирамиды.

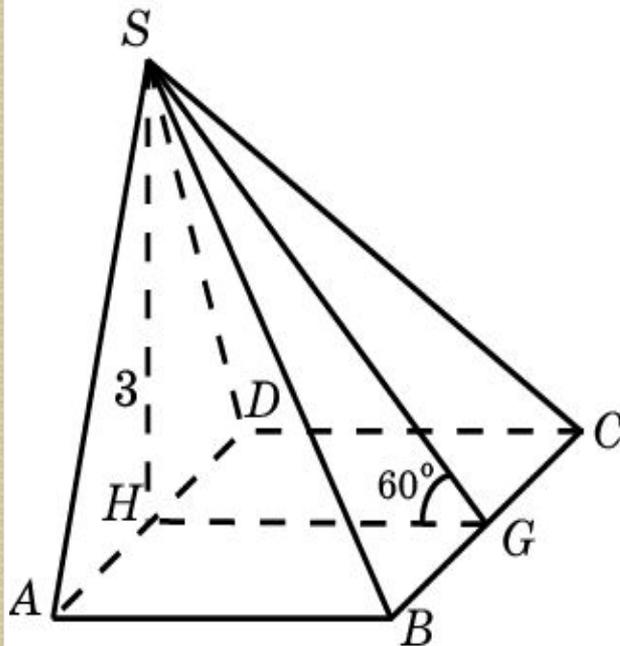


Решение Площадь основания пирамиды равна 120 см^2 . Сторона основания равна 13 см. Высота ромба равна $\frac{120}{13}$ см. Высота пирамиды равна $\frac{20\sqrt{3}}{13}$ см. Следовательно, объем пирамиды равен

$$\frac{800\sqrt{3}}{13} \text{ см}^3$$

Ответ: $\frac{800\sqrt{3}}{13} \text{ см}^3$

17. Основанием пирамиды служит прямоугольник, одна боковая грань перпендикулярна плоскости основания, а три другие боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60° . Высота пирамиды равна 3 см. Найдите объем пирамиды.



Решение Треугольник

SAD равносторонний со стороной $2\sqrt{3}$, $AB = GH = \sqrt{3}$

Площадь прямоугольника $ABCD$ равна 6.

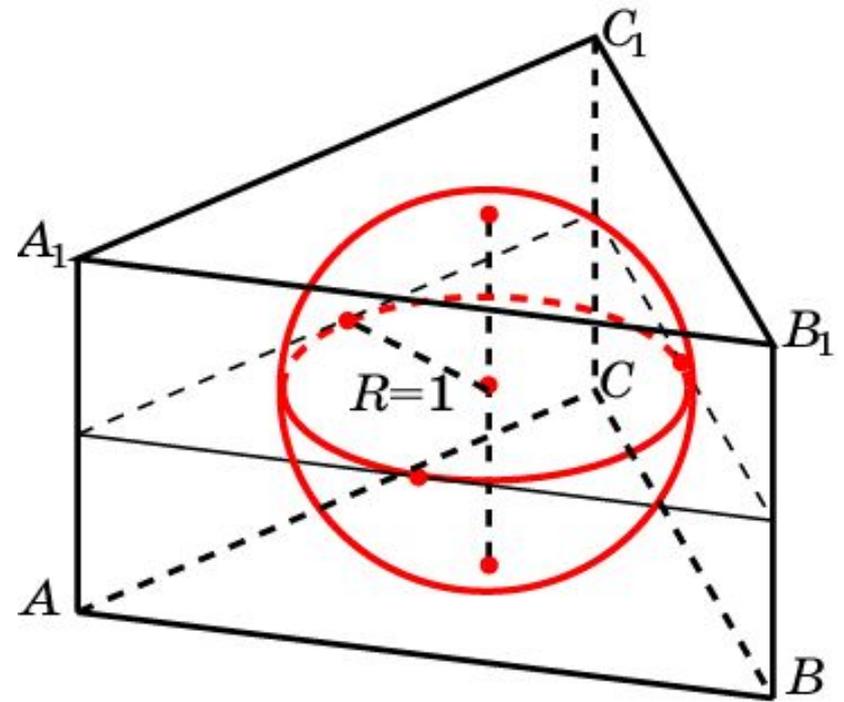
Следовательно, объем пирамиды равен 6

Ответ: 6

18. Найдите объем правильной треугольной призмы, описанной около единичной сферы.

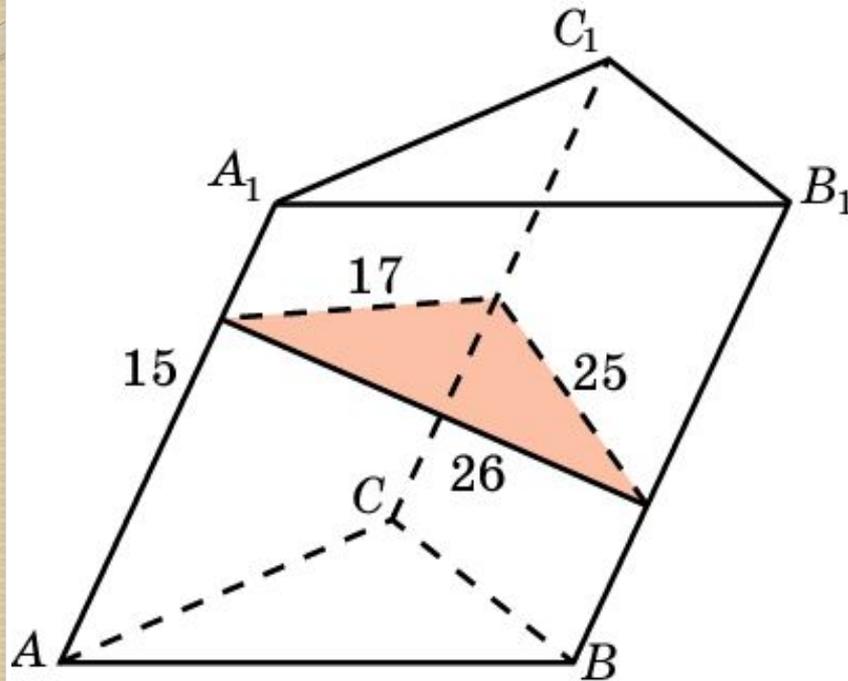
Решение Сторона основания призмы равна $2\sqrt{3}$. Площадь основания равна $3\sqrt{3}$

Высота призмы равна 2. Следовательно, объем призмы равен $6\sqrt{3}$



Ответ: $6\sqrt{3}$

19. Боковые ребра наклонной треугольной призмы равны 15 см, а расстояния между ними равны 26 см, 25 см и 17 см. Найдите объем призмы.



Ответ: 3060 см³.

Решение

Проведем сечение призмы плоскостью, перпендикулярной боковому ребру. Используя формулу Герона найдем площадь сечения. Она равна 204 см². Объем призмы равен 3060 см³.