



Модуль действительного числа

Определение.

Модулем неотрицательного действительного числа x называют само это число: $|x|=x$; модулем отрицательного действительного числа x называют противоположное число: $|x|=-x$.

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0; \\ -x, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

Например,

$$|7| = 7, \text{ так как } 7 > 0$$

$$|-9| = 9, \text{ так как } -9 < 0$$

$$|\sqrt{5} - 2| = \sqrt{5} - 2, \text{ так как } \sqrt{5} - 2 > 0$$

$$|\sqrt{5} - 6| = -(\sqrt{5} - 6), \text{ так как } \sqrt{5} - 6 < 0$$

Свойства модулей:

1. $|a| \geq 0$

2. $|ab| = |a||b|$

3. $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$

4. $|a|^2 = a^2$

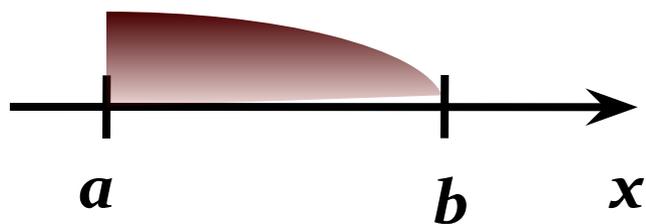
5. $|a| = |-a|$

6. $|a| \geq a$

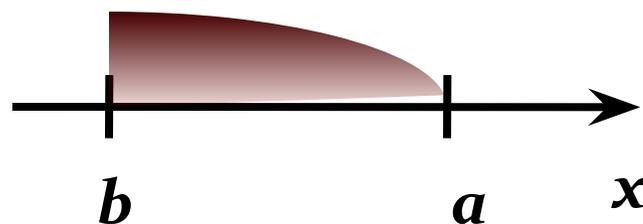
7. $|a + b| \geq |a| + |b|$

Геометрическая модель действительного числа

$\rho(a, b)$ – расстояние между числами a и b



$$\rho(a, b) = b - a, \quad b > a$$

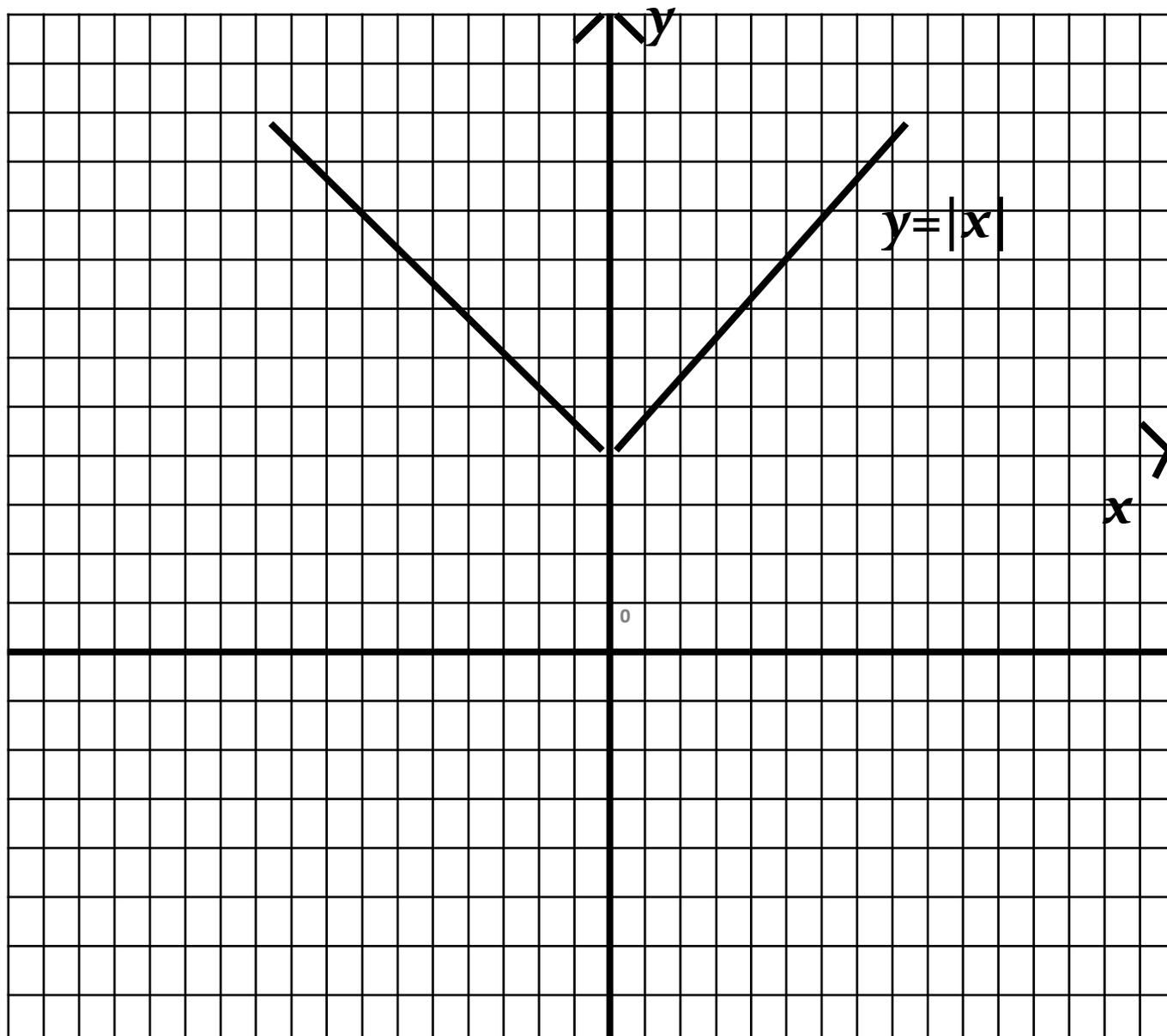


$$\rho(a, b) = a - b, \quad a > b$$

$$\rho(a, b) = 0, \quad b = a$$

$$\rho(a, b) = |a - b|$$

График функции $y=|x|$



Решите уравнение

$$|3x - 11| = 4$$

$$3x - 11 = 4 \quad \text{И} \quad 3x - 11 = -4$$

$$3x = 15$$

$$x = 5$$

$$3x = 7$$

$$x = 2\frac{1}{3}$$

$$\text{Ответ: } 5; 2\frac{1}{3}$$

Решите уравнение

$$|x^2 + 7x| = 4x + 10$$

$$1. x \in (-\infty; -7) \cup (0; +\infty)$$

$$x^2 + 7x = 4x + 10$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$x_1 = -5, x_2 = 2$$

$$-5 \notin (-\infty; -7), 2 \in (0; +\infty)$$

$$2. x \in [-7; 0]$$

$$-(x^2 + 7x) = 4x + 10$$

$$-x^2 - 11x - 10 = 0$$

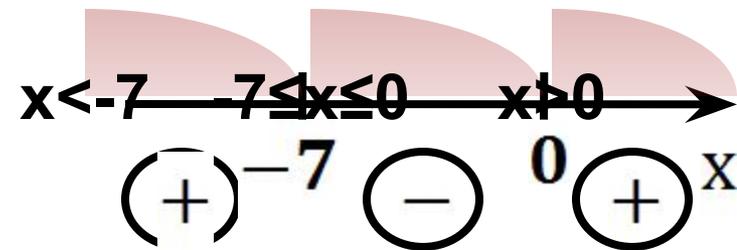
$$x_1 = -1, x_2 = -10$$

$$-1 \in [-7; 0], -10 \notin [-7; 0]$$

$$x^2 + 7x = 0$$

$$x(x + 7) = 0$$

$$x = 0 \text{ или } x = -7$$



Ответ: $-1; 2$.

Решите неравенство

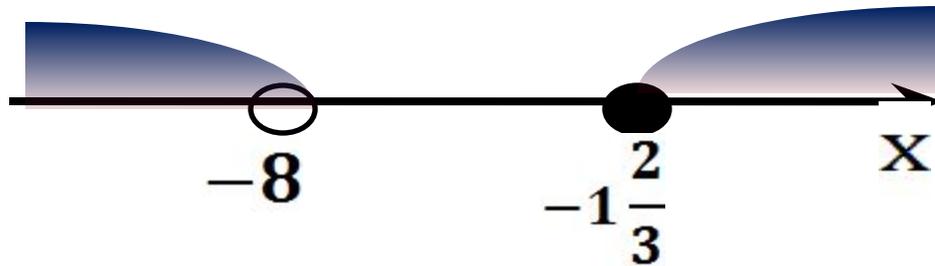
$$|x - 2| + |x + 8| \leq 4x + 4$$

$$1. x \in (-\infty; -8)$$

$$-(x - 2) - (x + 8) \leq 4x + 4$$

$$-6x \leq 10$$

$$x \geq -1\frac{2}{3}$$



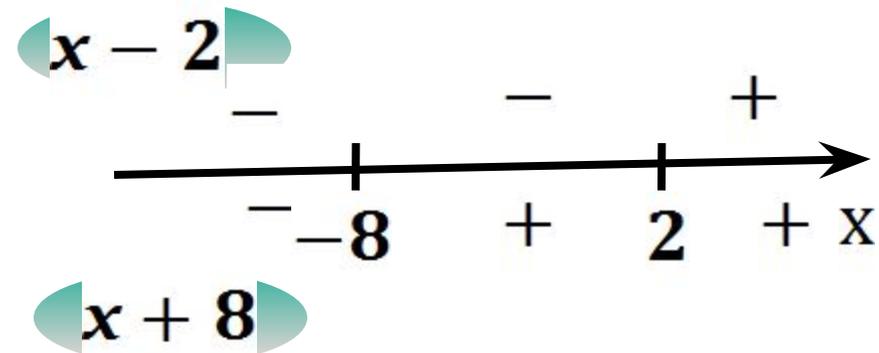
решений нет

$$x - 2 = 0$$

$$x = 2$$

$$x + 8 = 0$$

$$x = -8$$



Решите неравенство

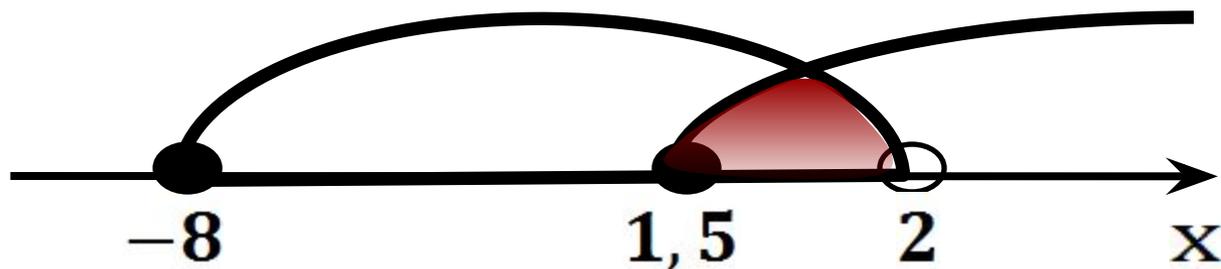
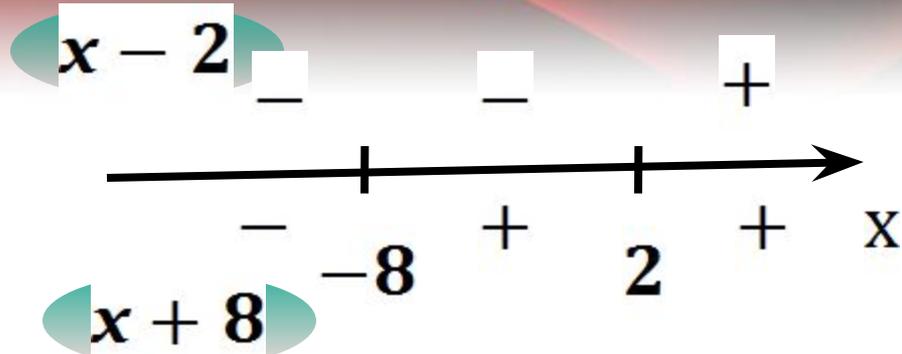
$$|x - 2| + |x + 8| \leq 4x + 4$$

$$2. x \in [-8; 2)$$

$$-(x - 2) + (x + 8) \leq 4x + 4$$

$$-4x \leq -6$$

$$x \geq 1,5$$



$$x \in [1,5; 2)$$

Решите неравенство

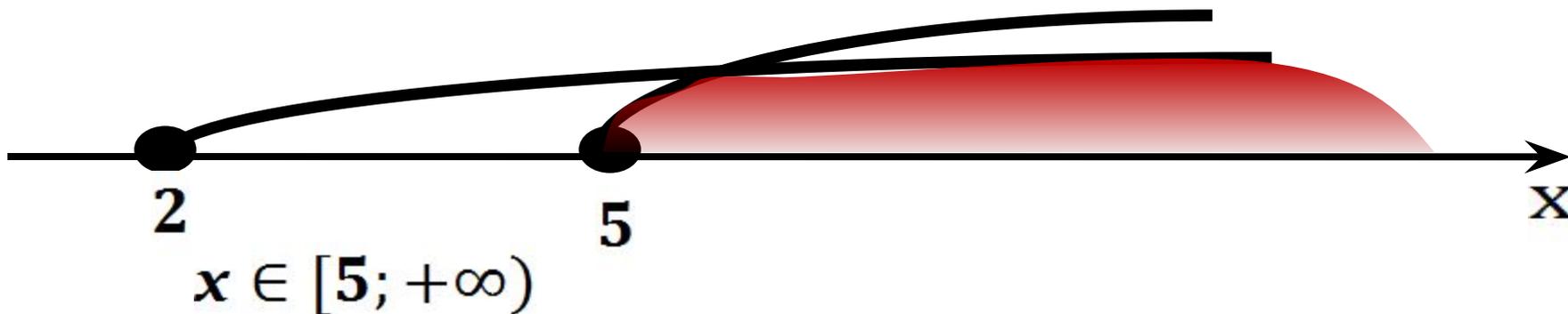
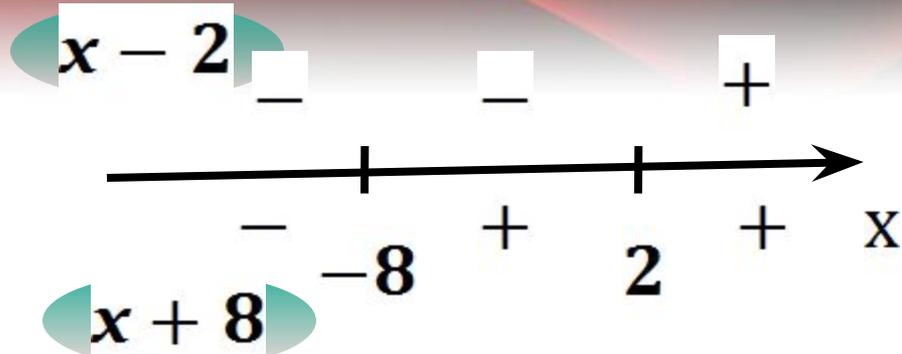
$$|x - 2| + |x + 8| \leq 4x + 4$$

$$3. x \in [2; +\infty)$$

$$(x - 2) + (x + 8) \leq 4x + 4$$

$$-2x \leq -10$$

$$x \geq 5$$



1. решений нет

2. $x \in [1, 5; 2)$

3. $x \in [5; +\infty)$

Ответ: $x \in [1, 5; 2) \cup [5; +\infty)$.