

**Делимость  
натуральных чисел**

**Натуральными числами называют  
числа, используемые для счета**

**N**



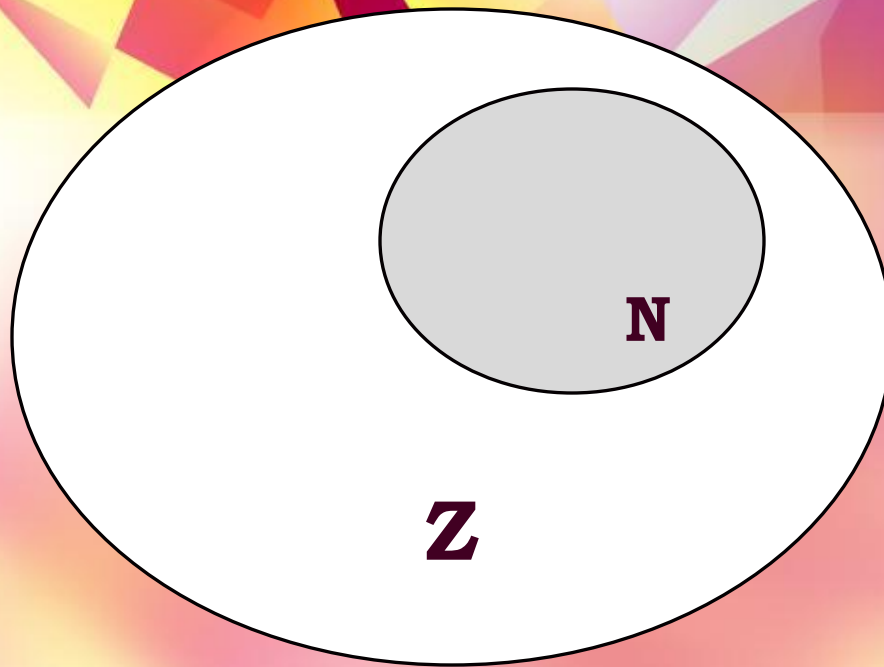
**множество  
натуральных чисел**

**Z**



**множество целых  
чисел**

**Целыми числами называют  
натуральные числа, им  
противоположные и ноль**



$$N \subset Z$$

**Множество  $N$  является  
подмножеством множества  $Z$**

**Определение. Пусть даны два натуральных числа –  $a$  и  $b$ . Если существует такое натуральное число  $q$  такое, что выполняется равенство  $a=bq$ , то говорят, что число  $a$  делится нацело на число  $b$ . При этом число  $a$  называют делимым,  $b$  – делителем,  $q$ - частным. Число  $a$  называют также кратным числа  $b$ .**

$a \div b$  « $a$  делится на  $b$  нацело»

## Свойство 1.

Если  $a \leq c$  и  $c \leq b$ , то  $a \leq b$ .

$48 \leq 6$  и  
 $6 \leq 3$ ,

значит,  $48 \leq 3$

## Свойство 2.

Если  $a \leq b$  и  $c \leq b$ , то  $(a+c) \leq b$ .

$12 \leq 3$  и  
 $15 \leq 3$ ,

значит,  $(12+15) \leq 3$



### Свойство 3.

Если  $a \not\equiv b$  и  $c$  не делится на  $b$ ,  
то  $(a+c)$  не делится на  $b$ .

$48 \not\equiv 6$  и  $7$  не делится на  
 $6$ ,

значит,  $(48+7)$  не делится на  $6$

### Свойство 4.

Если  $a \equiv b$  и  $(a+c) \equiv b$ , то  $c \equiv b$ .

$12 \equiv 3$  и  $(12+6) \equiv 3$ , значит,  $6 \equiv 3$

## Свойство 5.

Если  $a \leq b$  и  $c \leq d$ , то  $ac \leq bd$ .

$48 \leq 6$  и  $9 \leq 3$ , значит,  $(48 \cdot 9) \leq (6 \cdot 3)$

## Свойство 6.

Если  $a \leq b$ ,  $c$  –любое натуральное число, то  $ac \leq bc$ ; если  $ac \leq bc$ , то  $a \leq b$ .

$12 \leq 3$ , значит,  $(12 \cdot 4) \leq (3 \cdot 4)$

## Свойство 9.

Среди  $(n-2)(n-1)n(n+1)(n+2)$  последовательных

При  $n=2$  имеем произведение пяти последовательных чисел,  
$$n^5 - 5n^3 + 4n = n(n^4 - 5n^2 + 4) =$$

При  $n=1$  имеем произведение одно из которых по свойству 9,

обязательно делится на 5, хотя

делится на 2, 3, 4, 5, 8 бы одно -  
$$n^5 - 5n^3 + 4n = (n-2)(n-1)n(n+1)(n+2).$$

на 4 и обязательно есть еще  
 $n^5$  хотя бы одно четное из 2, 3, 4, 5, 8 делится на 2. По свойству 5 и 7,

произведение делится на

2, 3, 4, 5, то есть делится на 8