

ВВОДНАЯ ЛЕКЦИЯ

**Предмет, задачи и
содержание дисциплины
"Моделирование и
оптимизация процессов и
систем сервиса"**

Лекция для магистрантов заочной формы обучения
направления «Сервис»

- **Предметом** **дисциплины**
"Моделирование и оптимизация
процессов и систем сервиса"
являются **методы** и **модели**
управленческих и **технологических**
процессов в сфере сервиса.

- **Основными задачами курса** являются общая методическая и математическая подготовка студентов для решения задач моделирования и оптимизации технологических процессов производства и сервиса, понимание принципов и методов моделирования и оптимизации прогрессивных управленческих и технологических процессов различного вида, приобретение умений и навыков постановки и решения таких задач с помощью вычислительной техники.

● *Основное содержание дисциплины*

составляют следующие темы:

- Модель и моделирование. Моделирование процессов и объектов в работе предприятий и учреждений сервиса.
- Статистическая оценка связей между параметрами технологических процессов.
- Стохастическое моделирование технологических процессов. Метод Монте-Карло.
- Основы теории массового обслуживания. Применение теории массового обслуживания при проектировании и организации технологических процессов.
- Оптимизация решений по обеспечению предприятий сервиса и организации их работы методами логистики (на основе линейного программирования).
- Автоматизация хранения и обработки информации в базах данных.

Модель (изделия, процесса, явления) – объект, который отображает или воспроизводит свойства исходного объекта и используется, как правило, для исследования оригинала (прототипа).

Математическая модель процесса – это система математических и логических правил, позволяющих с достаточной полнотой и точностью описывать наиболее существенные стороны, присущие процессу, прогнозировать возможный ход и исход его по определенным исходным данным и оценивать эффективность вариантов решений и планов.

Переменные величины , используемые в модели

Входные
(независимые,
экзогенные)
величины
(параметры
управления)

```
graph LR; A["Входные (независимые, экзогенные) величины (параметры управления)"] --> B["Внутренние переменные (параметры обстановки)"]; B --> C["Выходные (зависимые, эндогенные) величины"]; style B stroke:#000080,stroke-width:2px
```

Внутренние
переменные
(параметры обстановки)

Выходные
(зависимые,
эндогенные)
величины

- Переменные величины (данные , используемые в модели) можно разделить на:
- **Входные (независимые, экзогенные) величины (параметры управления)** - параметры, влияющие на протекание технологического процесса и представляющие технологический регламент, свойства среды, свойства перерабатываемого продукта и т.д. (они считаются заданными *a priori*);
- **Выходные (зависимые, эндогенные) величины** - параметры (показатели), по которым либо судят о "качестве" технологического процесса, либо планируют его проведение - их определение и является целью моделирования;
- **Внутренние переменные (параметры обстановки)** - величины, используемые в модели для получения выходных данных по входным в различных условиях обстановки.

Данные могут быть **качественными** или **количественными**.

Количественная шкала считается определенной, если заданы единица измерения и начальная точка. Если начальная точка выбирается условно, то процесс измерения ставит в соответствие каждому объекту число, показывающее, на сколько единиц измерения этот объект отличается от объекта, принятого за начальную точку. Такая шкала называется **интервальной шкалой**.

Номинальная шкала используется для отнесения объекта наблюдения к определенному классу. Пункты шкалы – эталоны качественной классификации свойств. Примерами номинальной шкалы могут служить типы высшей нервной деятельности сотрудников предприятия – холерик, флегматик, сангвиник, меланхолик.

Порядковая шкала устанавливает отношение равенства между объектами, отнесенными к одному классу, и отношение последовательности в понятиях "меньше – больше" между классами. Известные примеры порядковых шкал – социальные группы населения, деление студентов по успеваемости.

Ранговая шкала предполагает полное упорядочивание всех объектов от наименее к наиболее выраженному свойству. Ранговые данные представлены категориями, для которых можно указать порядок, т.е. категории сравнимы по принципу "больше - меньше" или "лучше - хуже". Пример ранговых шкал – степени ожирения клиентов.

- *Классификация задач оптимизации и моделирования технологических процессов*

- ▣ *По назначению:*

- *1) Задачи планирования:*

Маркетинговое планирование – выделение целевой группы, планирование ассортимента; планирование новой коллекции одежды.

- *2) Задачи управления:*

Обеспечение рационального разделения труда, систематизация грузопотока между цехами и участками предприятия, обеспечение эффективной экономики.

- *3) Задачи учёта:*

Контроль за продажами, нормирование расхода материалов и фурнитуры.

Классификация задач оптимизации и моделирования технологических процессов

□ По принципам решения:

- *Информационные: задачи:*

отслеживание тенденций моды, анализ внешнего вида модели.

- *Расчётные: задачи:*

расчет производственного процесса оказания услуги, пересчёт методами масштабирования особенностей новой модели и отражение их в чертеже, расчет численности рабочих в цехе, расчет экономической эффективности работы предприятия.

Классификация задач оптимизации и моделирования технологических процессов

□ По методам решения:

- *Оценочные задачи:*

по известным исходным данным позволяют оценить результаты.

- *Оптимизационные задачи:*

отвечают на вопрос, какими должны быть входные переменные (и, возможно, внутренние переменные) чтобы выходные переменные приобрели наилучшее значение (наибольшее или наименьшее).



- **Регрессионный анализ** — совокупность методов математической статистики, применяемых для исследования характера функциональной зависимости между случайными величинами.
- Он включает в себя:
- выбор вида функциональной зависимости (построение математической модели),
- оценка параметров этой функции,
- оценка статистической адекватности выбранной математической модели,
- анализ остатков.

Исходные данные:

x_i	x_1	x_2	x_3	...	x_i	...	x_n
y_i	y_1	y_2	y_3	...	y_i	...	y_n

- Уравнение регрессии имеет вид:

$$\hat{y} = f(x; a_0, a_1, \dots, a_n),$$

где \hat{y} – прогнозируемое значение функции,

a_i – параметры (коэффициенты) уравнения регрессии, $i = 1 \div n$.

- На практике наиболее часто используется линейная зависимость:

$$\hat{y} = a_1 * x + a_0$$

Диаграмма рассеивания



Оценка параметров уравнения регрессии

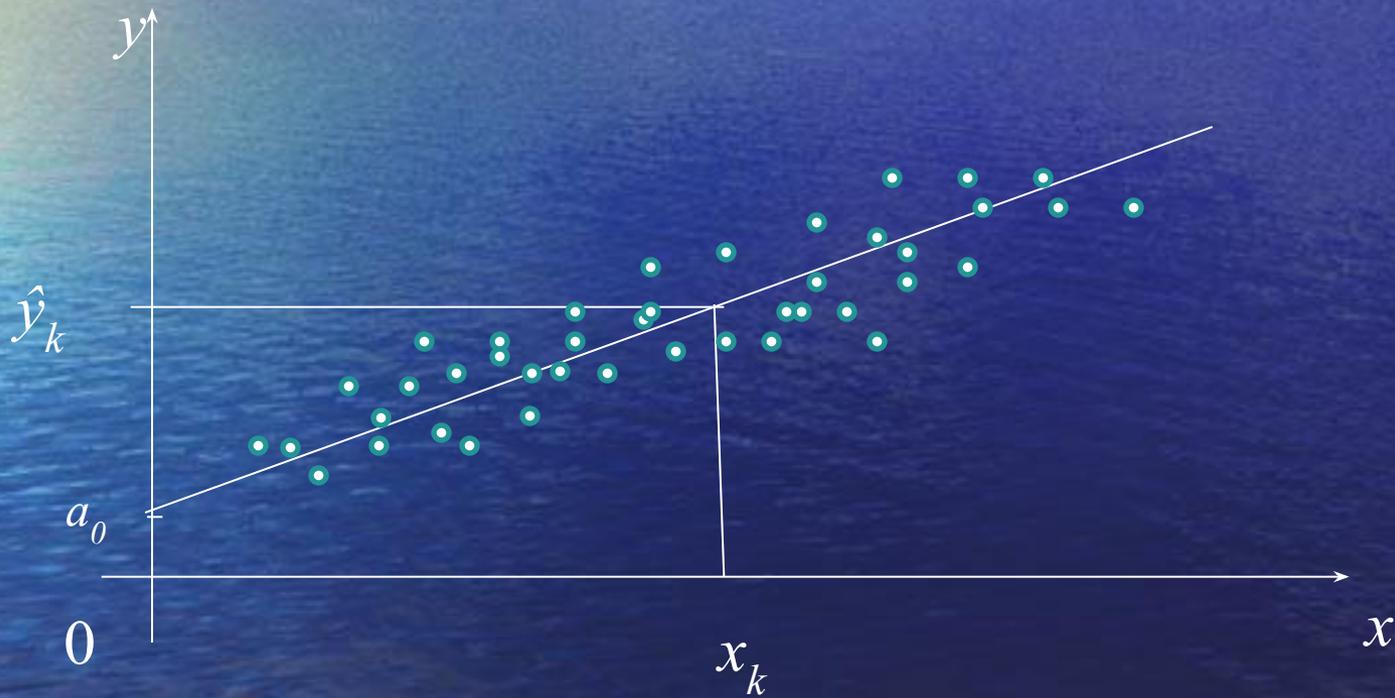
$$a_1 = R_{y/x} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x}$$

- Коэффициент регрессии $R_{y/x}$ (a_1) показывает, на сколько в среднем изменится параметр Y при изменении фактора X на единицу.

Линия регрессии

$$\hat{y} = a_1 * x + a_0$$





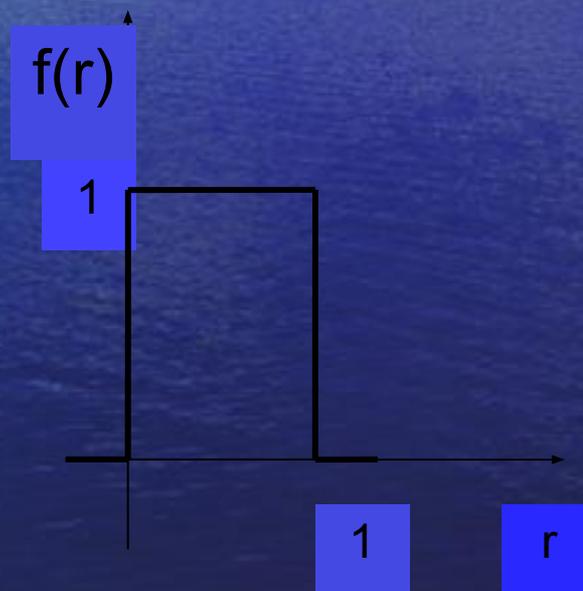
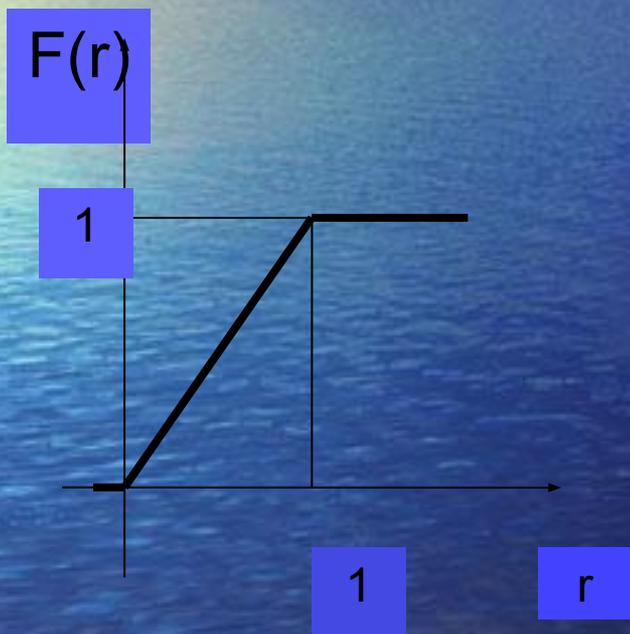


- Под *статистической моделью* понимается такая математическая модель, в которой сложное случайное явление с неизвестными вероятностными характеристиками представляется в виде определенной взаимосвязи простых случайных явлений с известными вероятностными характеристиками, и которая позволяет моделированном простых случайных явлений получать реализации сложного случайного явления.

- *Розыгрыш* (модельный опыт, жребий, статистическое испытание) представляет собой искусственное воспроизведение реализации случайного явления по его заданным вероятностным характеристикам.

Случайное число от **0** до **1**

- - случайная величина, равномерно распределенная в интервале $[0, 1]$.

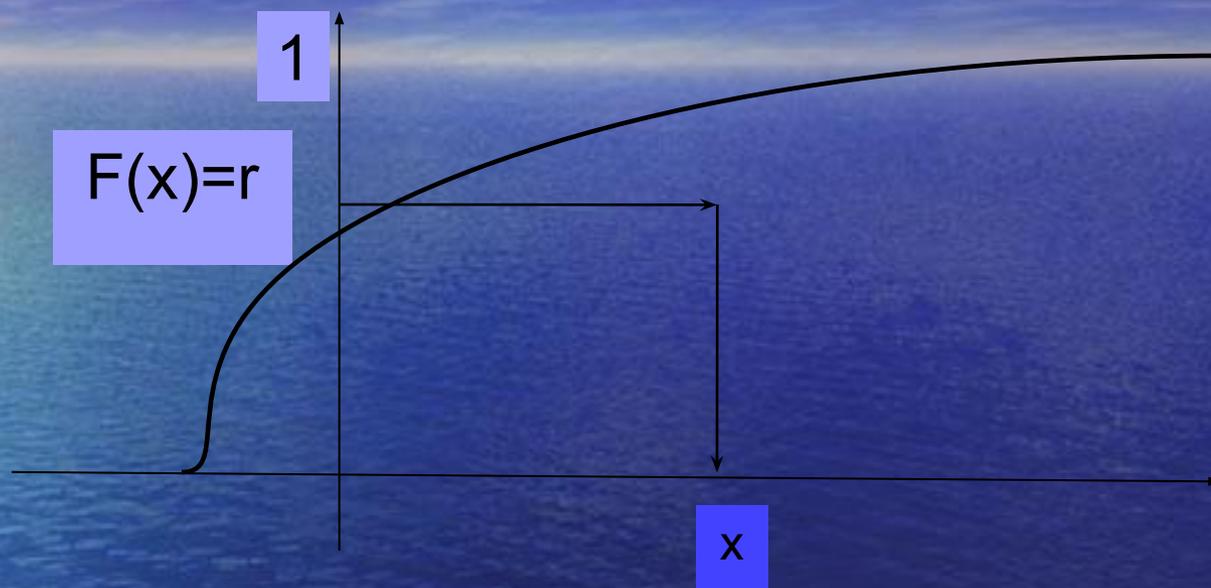


Процедура розыгрыша случайного события

- Получить с помощью датчика случайных чисел число r и сделать вывод:
- Если $0 < r < p$ – событие A произошло,
- Если $p < r < 1$ – событие A не произошло.



Процедура розыгрыша непрерывной случайной величины



Для экспоненциального закона распределения: $x = -1/\lambda * \ln(1 - r)$;

• Для нормального закона распределения: $x = m + \sigma * \Phi^{-1}(2r - 1)$.

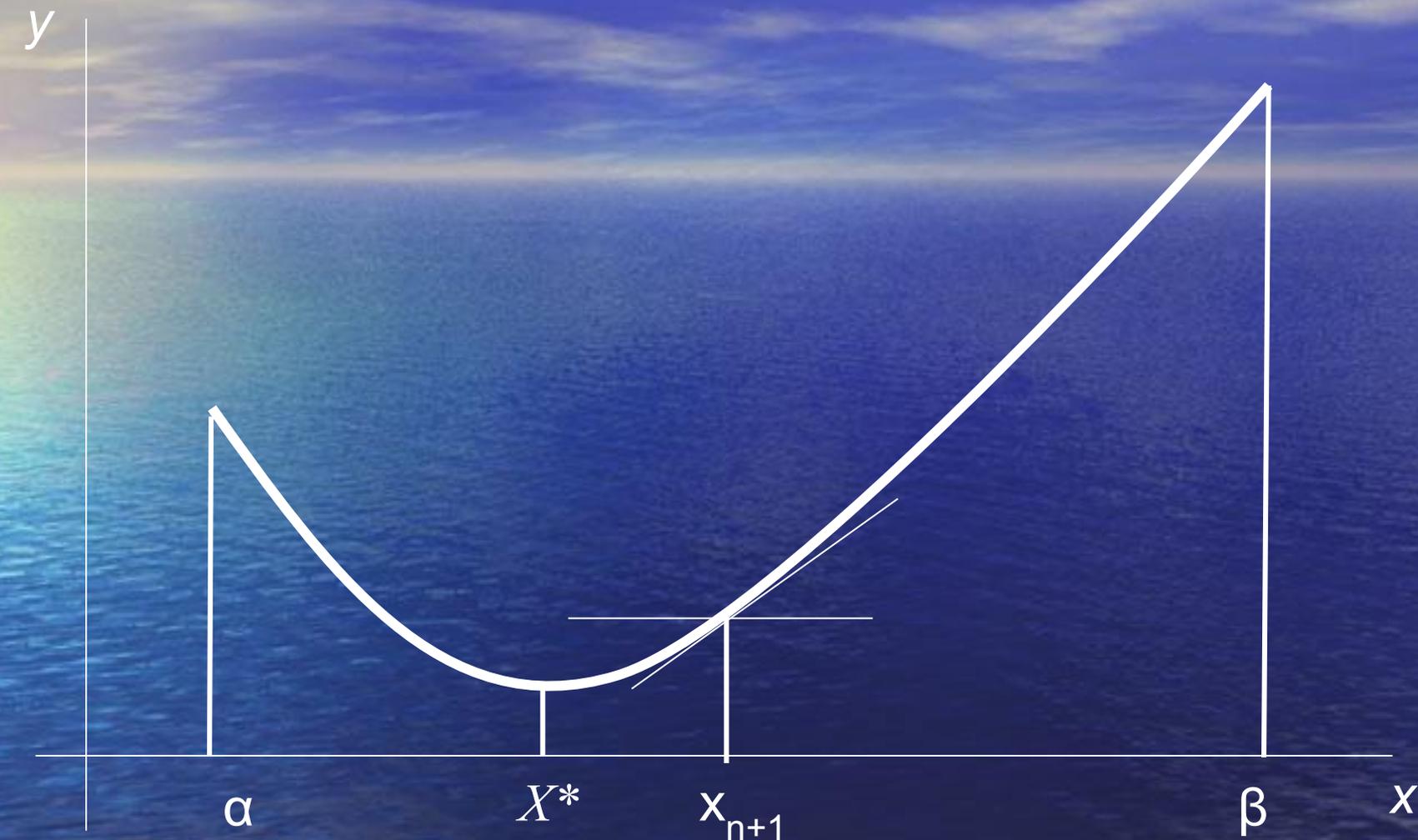


- **Математическое программирование** — математическая дисциплина, изучающая экстремумы функций и разрабатывающая методы нахождения их при наличии или отсутствии ограничений на переменные.
- **Содержание математического программирования** составляют теория и методы решения задач о нахождении экстремумов (наибольших и наименьших значений) функций без ограничений или при ограничениях на аргументы, заданных в виде линейных или нелинейных равенств или неравенств.

Классификация задач математического программирования

- **Линейное программирование** (ЛП) - целевая функция линейна, ограничения задаются системой линейных равенств и/или неравенств.
- **Нелинейное программирование** - нелинейные целевая функция и/или ограничения. Нелинейное программирование принято подразделять следующим образом.
- **Выпуклое программирование** - когда выпукла целевая функция (если рассматривается задача ее минимизации) и выпукло множество, на котором решается экстремальная задача.
- **Целочисленное программирование** - когда на переменные накладывается условие целочисленности.

Методы одномерной (выпуклой) минимизации



Основной задачей линейного программирования называется задача, в которой необходимо минимизировать линейную целевую функцию

$$F(X) = \sum_{j=1}^n C_j x_j + C_0 \rightarrow \min$$

при условии активных, то есть представленных в виде равенств, ограничений

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + b_i = 0, \quad i = \overline{1-m},$$

$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1-n}.$$



Графический метод решения задач линейного программирования заключается в следующем:

- в декартовой системе координат с осями X_1 и X_2 построить область ограничений и график целевой функции;
- постепенно перемещая линию графика целевой функции в направлении ее градиента (или антиградиента) до тех пор, пока она еще находится в области ограничений, найти оптимальное решение (x_1^*, x_2^*) , соответствующее \max (\min) целевой функции;
- вычислить экстремальное значение целевой функции $F(x_1^*, x_2^*)$.

Пример

Минимизировать целевую функцию

$$F(X) = 2x_1 + x_2 \longrightarrow \min$$

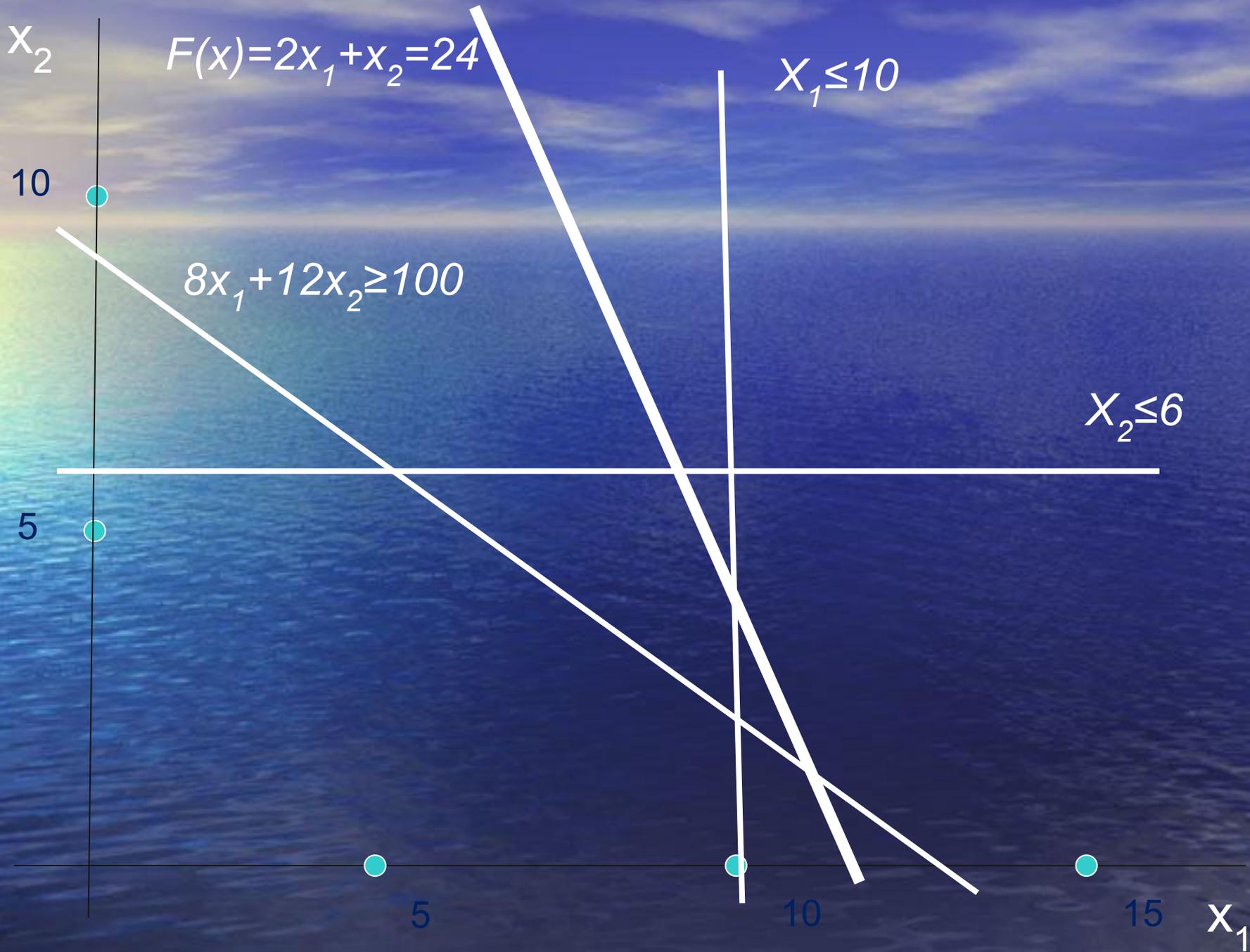
при ограничениях на её аргументы

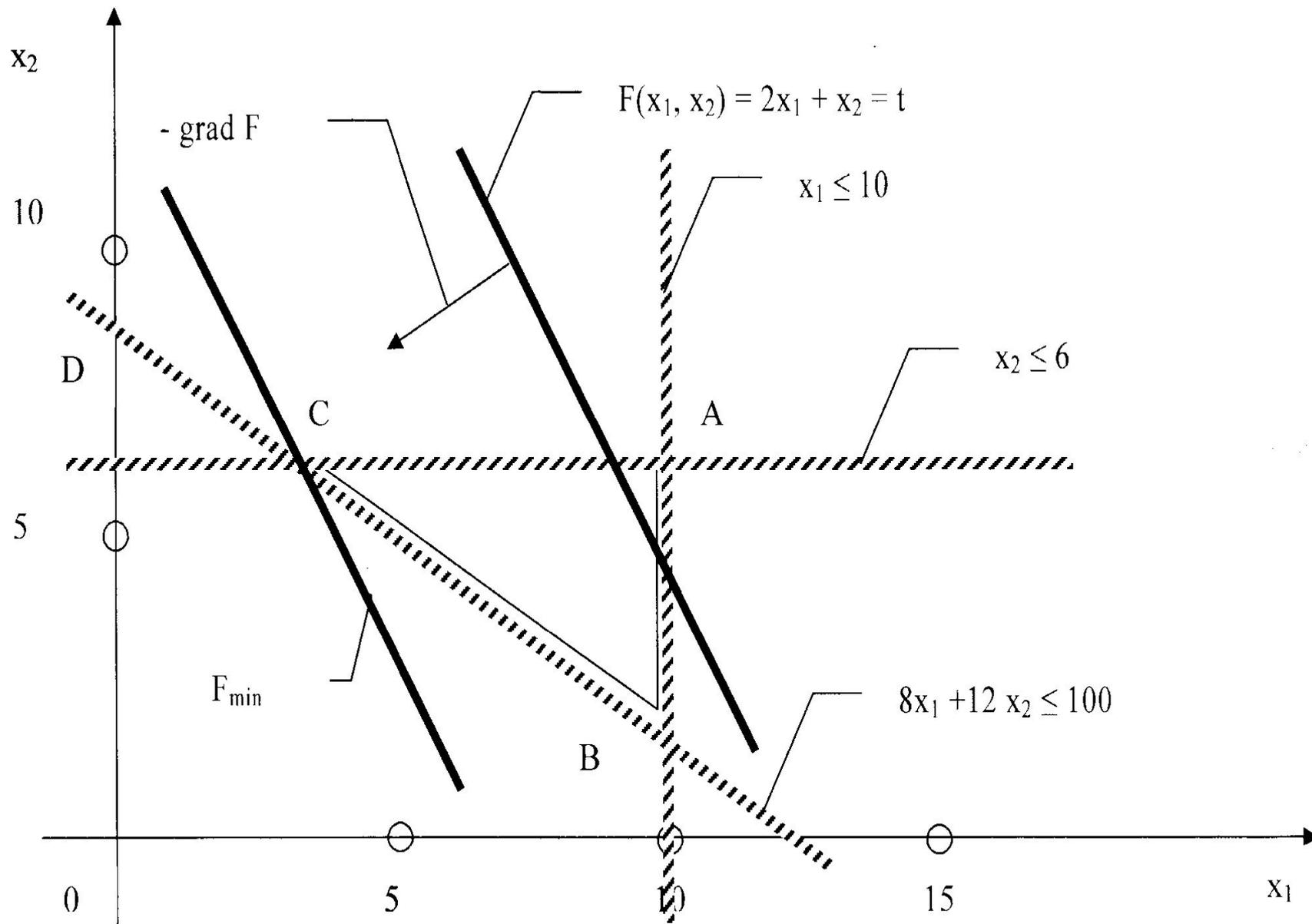
$$x_1 \leq 10$$

$$x_2 \leq 6$$

$$8x_1 + 12x_2 \geq 100$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$





Спасибо за внимание!



Желаю успехов в учёбе!

До свидания!

