

8 лекция

Расчет прочности
наклонных сечений
изгибаемых элементов

Основные расчетные положения.

Образование **наклонных трещин** в изгибаемых элементах (например, у опор балок, рис.1) обусловлено **совместным действием изгибающих моментов и поперечных сил**.

Место их образования, наклон, раскрытие и развитие по высоте зависят от вида нагрузок, формы сечения, вида армирования, соотношения M/Q и других факторов.

Разрушение элементов по наклонным сечениям не менее вероятно, чем по нормальным (в пролете).

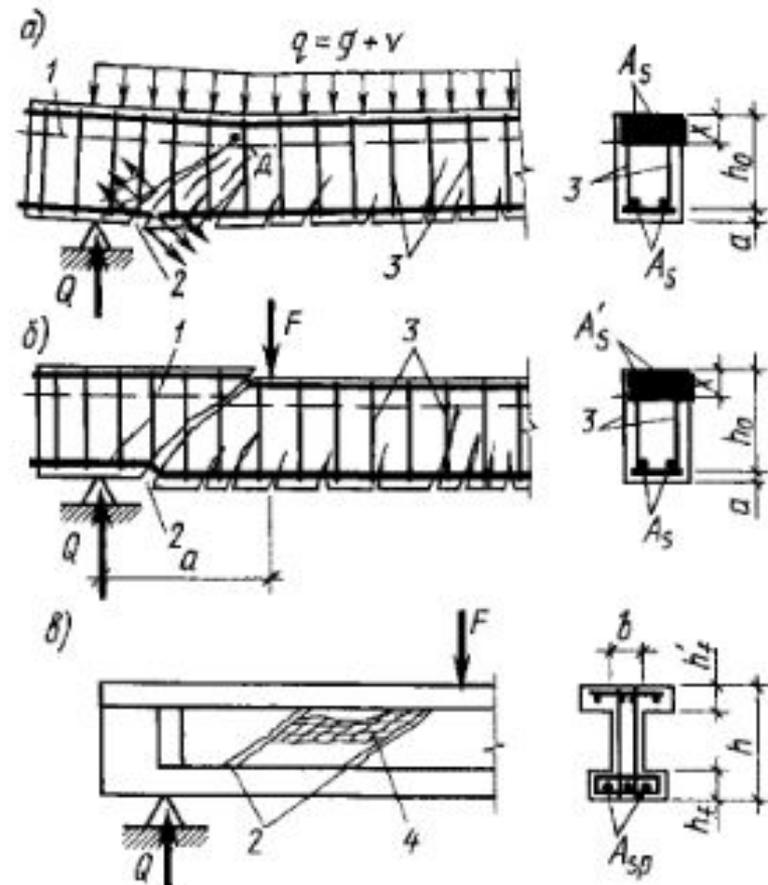


Рис 1 Схемы разрушения изгибаемых элементов по наклонному сечению

a – от доминирующего действия изгибающего момента, *b* – то же, поперечной силы, *c* – по сжатой полосе между наклонными трещинами, *1* – нулевая линия; *2* – наклонная трещина, *3* – хомуты, *4* – раздробление сжатой полосы стенки

После образования наклонной трещины элемент разделяется на две части, связанные между собой:

в сжатой зоне бетоном над наклонной трещиной

в растянутой зоне - продольной арматурой, хомутами и отгибами, пересекающими наклонную трещину

С возрастанием внешней нагрузки **разрушение** изгибаемого элемента по наклонному сечению происходит **по одному из трех возможных случаев**

Случай 1 - раздробление бетона стенки по наклонной полосе между наклонными трещинами от главных сжимающих напряжений (рис 2)

$$\sigma_{mc} = -0,5\sigma_x - \sqrt{(0,5\sigma_x)^2 + \tau^2} \quad (1)$$

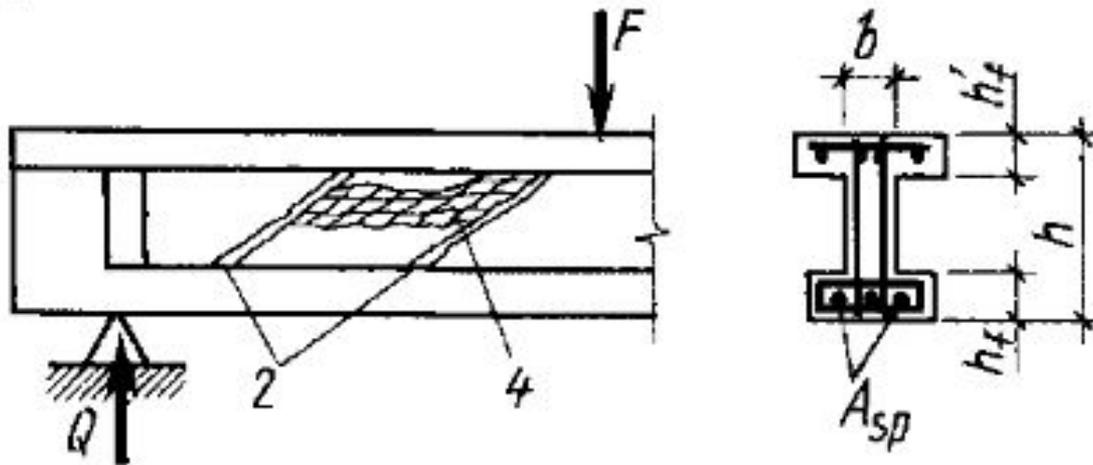


Рис. 2

2-наклонная трещина, 4- раздробление сжатой полосы стенки

Такое разрушение возможно при малой ширине b сечения элемента (тавровое, двутавровое, коробчатое) в зоне действия поперечных сил, когда величина главных сжимающих напряжений σ_{mc} может превзойти прочность бетона на сжатие R_b

Это обусловлено *возникновением в стенке двухосного напряженного состояния* при котором по взаимно перпендикулярным площадкам действуют *сжимающие и растягивающие напряжения*.

Последние существенно снижают прочность бетона на сжатие. Это особенно касается тонкостенных балок, в которых от *совместного действия предварительного обжатия и внешних нагрузок в стенке возникают значительные сжимающие усилия*

Экспериментально установлено, что **прочность стенки элементов**, армированных хомутами, **по наклонной полосе между наклонными трещинами обеспечена**, если соблюдено условие

$$h_0 \geq Q / (0,3\varphi_{w1}\varphi_{b1}R_b b), \quad (2)$$

здесь $\varphi_{w1} = 1 + 5\alpha\mu_w \leq 1,3$,

$$\varphi_{b1} = 1 - \beta R_b,$$

где Q — поперечная сила от внешней нагрузки, принимают не менее h_0 от опоры;

φ_{w1} — коэффициент, учитывающий влияние хомутов, нормальных к продольной оси элемента,

φ_{b1} — коэффициент, оценивающий способность различных видов бетона к перераспределению усилий,

$\alpha = E_s / E_b$ — коэффициент приведения арматуры к бетону,

$\mu_w = A_{sw} / (bs)$ — коэффициент поперечного армирования по длине элемента,

β — коэффициент, равный 0,01-для тяжелого, мелкозернистого и ячеистого бетона, 0,02 - для легкого бетона

Случай 2 - сдвиг по наклонному сечению **от доминирующего действия поперечной силы** (рис 3).
 Образование наклонной трещины начинается в середине боковых граней, где касательные напряжения T от поперечной силы достигают максимума

$$\tau_{\max} = \sigma_{mt} = Q / (bh_0) \geq 2,5R_{bt}, \quad (3)$$

где σ_{mt} - главные растягивающие напряжения на уровне нулевой линии элементов без напрягаемой арматуры.

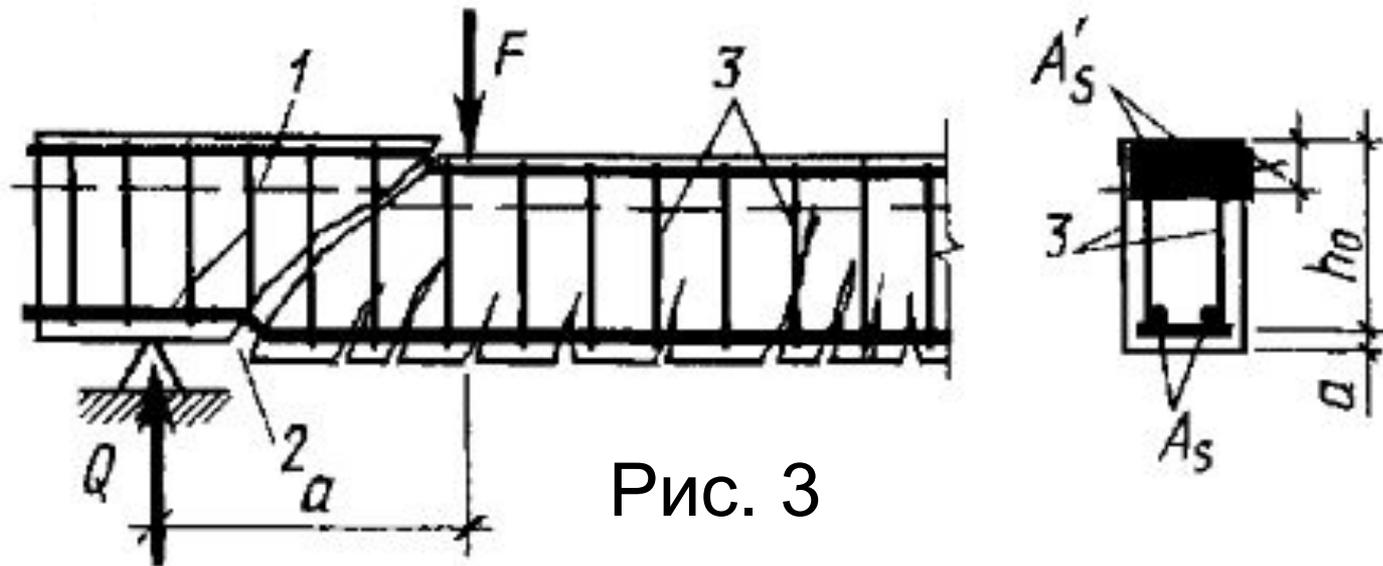


Рис. 3

Вследствие неупругих свойств бетона касательные напряжения распределяются равномерно по сечению, поэтому наклонная трещина раскрывается примерно одинаково по всей своей длине

При разрушении происходит взаимное смещение частей элемента по вертикали. **Такое разрушение возможно только при хорошо заанкеренной рабочей арматуре**, препятствующей взаимному повороту частей элемента

В результате ***совместного действия сжимающих и срезающих усилий разрушается (срезается) бетон сжатой зоны.***

Расчет прочности наклонных сечений на действие поперечной силы производят в обязательном порядке.

Для увеличения трещиностойкости элементов по наклонным сечениям применяют (см. рис 4)

напрягаемую поперечную арматуру,

отгиб части продольной напрягаемой арматуры

или криволинейную напрягаемую арматуру

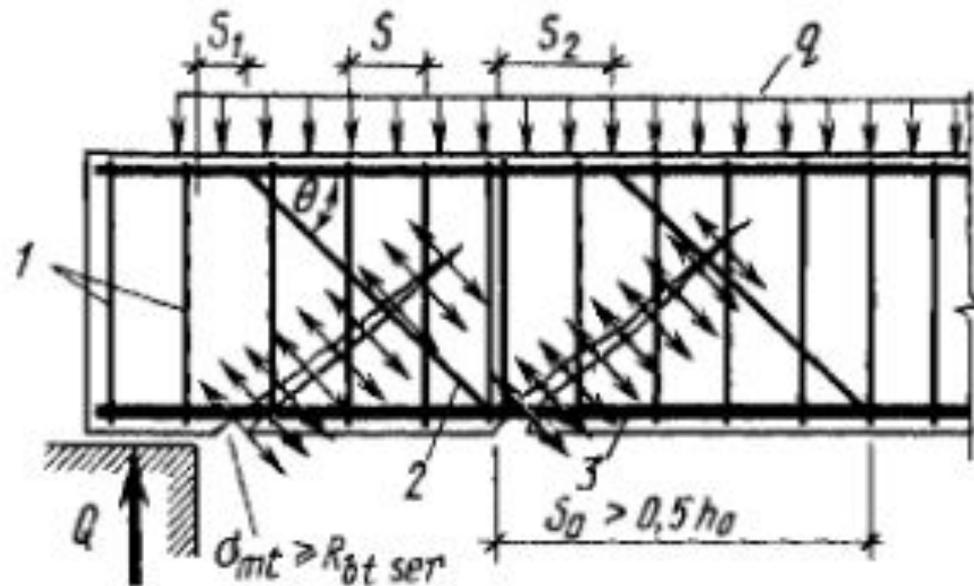


Рис. 4

Если касательные напряжения не достигают своего максимального значения ($\tau_{max} \leq 2,5R_{bt}$), то наклонные трещины не образуются.

В этом случае условие (3) принимает вид

$$h_0 \geq Q / (2,5R_{bt}b). \quad (4)$$

Из условия необходимости постановки хомутов в общем случае рабочая высота сечения элементов:

$$h_0 \leq Q / (\varphi_{b3} (1 + \varphi_f + \varphi_n) R_{bt}b), \quad (5)$$

$$\varphi_f = 0,75 (b'_f - b) h'_f / (bh_0) \leq 0,5,$$

коэффициент, учитывающий влияние сжатых полок в тавровых и двутавровых элементах

$$\varphi_n = 0,1N / (R_{bt}bh_0) \leq 0,5,$$

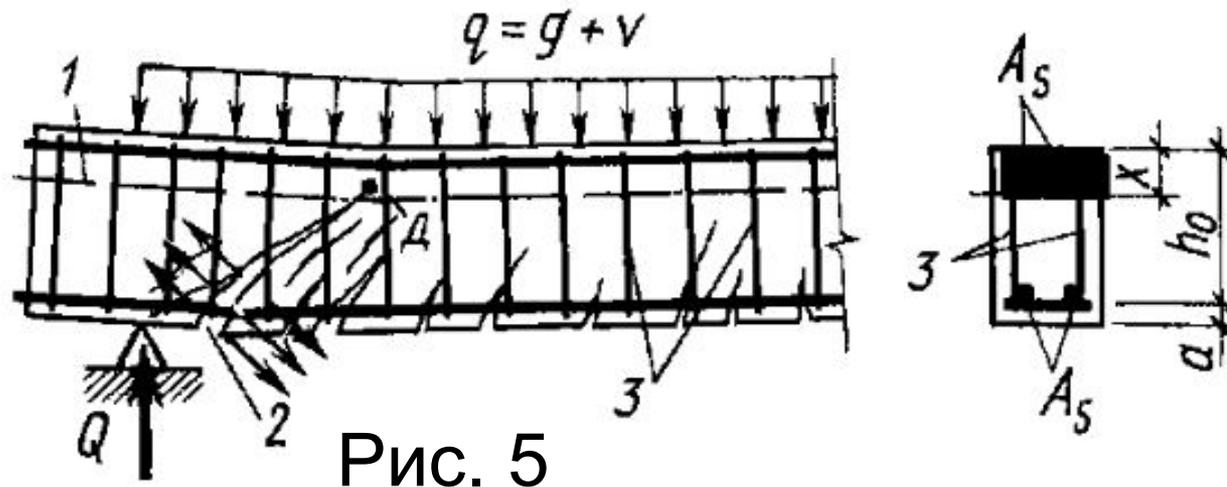
коэффициент, учитывающий влияние продольных сил

φ_{b3} - коэффициент, принимают для тяжелого бетона - 0,6; мелкозернистого - 0,5, легкого марки средней плотности D1900 и более - 0,5, D1800 и менее - 0,4;

Значение $1 + \varphi_f + \varphi_n$ во всех случаях принимают не более 1,5.

При соблюдении условия (4) расчет наклонных сечений на прочность по поперечной силе не производят.

Случай 3 - излом по наклонному сечению от доминирующего действия изгибающего момента M .



Под воздействием постепенно возрастающего изгибающего момента главные растягивающие напряжения

$$\sigma_{mt} = -0,5\sigma_x + \sqrt{(0,5\sigma_x)^2 + \tau^2} \quad (6)$$

преодолевают сопротивление бетона на осевое растяжение

$R_{bt,ser}$ и образуется наклонная трещина с максимальным раскрытием в растянутой зоне

Бетон растянутой зоны в наклонном сечении выключается из работы и все растягивающие усилия передаются на продольную и поперечную арматуру. Происходит взаимный поворот частей элемента вокруг мгновенного центра вращения, расположенного в центре тяжести D сжатой зоны сечения.

При слабом заанкеривании арматура выдергивается даже при небольших значениях изгибающего момента, **а при хорошем** - напряжения в ней достигают физического σ_y (условного $\sigma_{0,2}$) предела текучести или временного сопротивления (для высокопрочной проволоки) σ_u , **сжатая зона сокращается по высоте и разрушается**

Если **главные растягивающие напряжения** не достигают $R_{bt,ser}$ **трещина не образуется** и поперечная сила полностью воспринимается одним бетонным сечением.

Прочность наклонных сечений **на действие момента M** надежно **обеспечивается простыми конструктивными мероприятиями**, поэтому часто специальных расчетов не производят.

Прочность элементов по наклонным сечениям **на совместное действие изгибающего момента M и поперечной силы Q** рассчитывают по приближенной методике — в зависимости от случая разрушения элементов.

Расчет на действие поперечной силы.

Случай 2 — разрушение балки по наклонному сечению (см рис 3) указывает на недостаточность прочности ее наклонных сечений по поперечной силе Q .

Основное уравнение прочности получают из условия равновесия $\sum y=0$ внешних и внутренних сил припорной части элемента (рис 6)

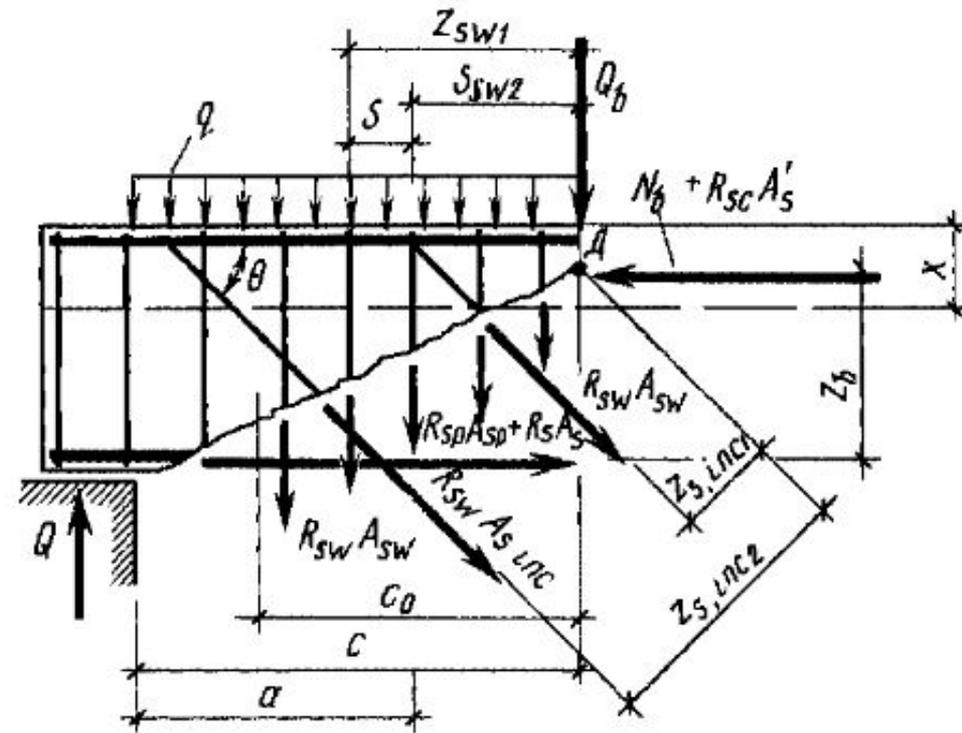


Рис. 6

Прочность наклонного сечения считают обеспеченной, если поперечная сила от внешних нагрузок Q меньше поперечной силы Q_u , воспринимаемой наклонным сечением ($Q \leq Q_u$),

$$Q \leq Q_u = Q_{sw} + Q_{s \text{ inc}} + Q_b, \quad (7)$$

Поперечное внутреннее усилие, воспринимаемое поперечной арматурой, пересекающей наклонную трещину

$$Q_{sw} = \sum R_{sw} A_{sw} \text{ или } Q_{sw} = q_{sw} c_0, \quad (8)$$

$$q_{sw} = R_{sw} A_{sw} / s, \quad (9)$$

$$c_0 = \sqrt{[\varphi_{b2} (1 + \varphi_f + \varphi_n) R_{bt} b h_0^2] / q_{sw}} = \sqrt{k / q_{sw}}, \quad (10)$$

Поперечное внутреннее усилие, воспринимаемое отгибами, пересекающими наклонную трещину,

$$Q_{s \text{ inc}} = \sum R_{sw} A_{s, \text{ inc}} \sin \theta, \quad (11)$$

Предельное поперечное внутреннее усилие, воспринимаемое бетоном зоны в армированном наклонном сечении,

$$Q_b = k/c = [\varphi_{b2} (1 + \varphi_f + \varphi_n) R_{bt} b h_0^2] / c, \quad (12)$$

q_{sw} - усилие в хомутах на единицу длины элемента в пределах наклонного сечения;

φ_{b2} - коэффициент, учитывающий вид бетона, принимают $\varphi_{b2}=2$ - для тяжелого и ячеистого бетона; 1,7- для мелкозернистого бетона, 1,9 - для легкого бетона при марке по плотности, равной или более D1900,

φ_f и φ_n - коэффициенты, имеют то же значение, что и в формуле (5),

c - длина проекции наклонного сечения на продольную ось элемента (рис.6),

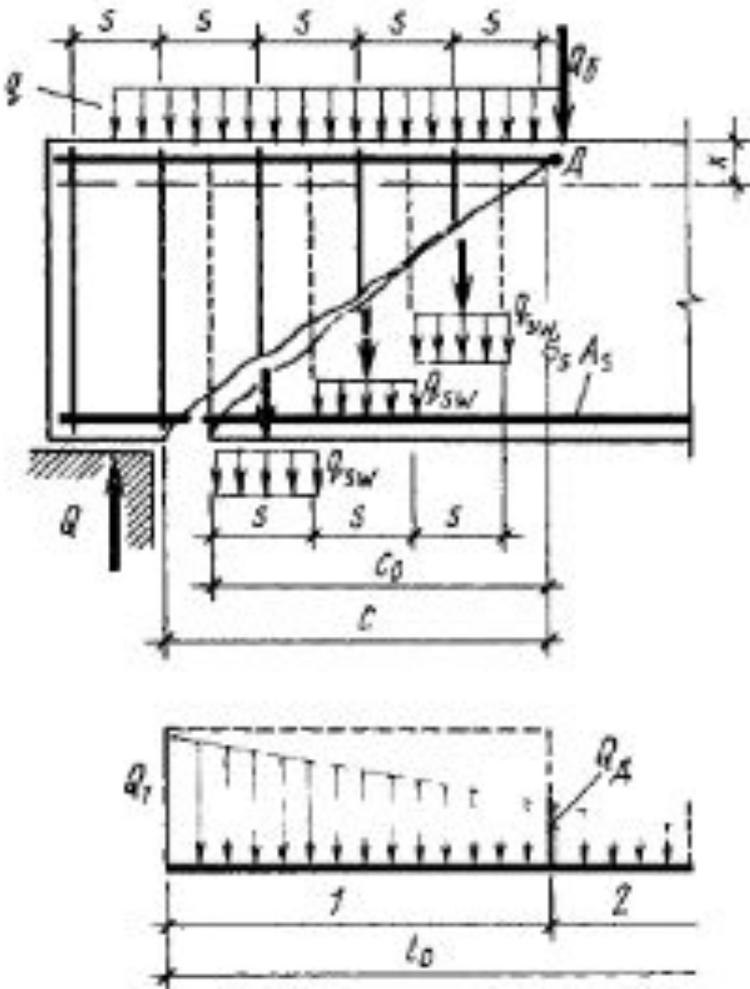
Сущность расчета наклонных сечений на действие поперечной силы Q сводится:

к проверке достаточности бетонного сечения и продольной арматуры

определению необходимой площади и правильному размещению хомутов и отгибов

При расчете на действие поперечной силы **необходимо также** обеспечить прочность по наклонному сечению в пределах участка между хомутами S , между опорой и отгибом S_1 и между отгибами S_2

Расчет хомутов



При несоблюдении условия (4) наклонные сечения усиливают хомутами (рис 7) Усилие, которое воспринимают бетон, сжатый в наклонном сечении, и хомуты, получают из уравнения (7), подставив в него значения Q_b и Q_{sw} определяемые из уравнений (12) и (8).

Основное условие прочности наклонного сечения, армированного хомутами, по поперечной силе получает вид

Рис. 7

$$Q \leq Q_n = k/c + q_{sw}c, \quad (13)$$

где Q — поперечная сила от внешней нагрузки в наиболее удаленном от опоры конце наклонного сечения,

q_{sw} — усилие в хомутах на единицу длины элемента в пределах наклонного сечения (9);

k — коэффициент, имеет то же значение, что в формуле (10)

Условие (13) показывает, что **предельная поперечная сила**, воспринимаемая наклонным сечением, **изменяется в зависимости от длины его проекции c на продольную ось элемента**

При уменьшении угла наклона второе слагаемое увеличивается, потому что все большее количество хомутов оказывается в наклонном сечении, **а первое слагаемое** (предельная поперечная сила, воспринимаемая сжатой бетонной наклонной полосой) **уменьшается.**

При увеличении угла наклона (уменьшении проекции S) наблюдают обратную картину

Следовательно, **самым опасным наклонным сечением** будет такое, в котором сумма слагаемых в формуле (13) будет наименьшей, т.е. по формуле (10).

При этом для хомутов, устанавливаемых по расчету, должно удовлетворяться условие

$$q_{sw} \geq [\varphi_{b3} (1 + \varphi_f + \varphi_n) R_{bt} b] / 2 = Q_{b \min} / (2h_0), \quad (14)$$

При расчете элемента на действие равномерно распределенной нагрузки имеем невыгоднейшее значение c_0 при $q_1 \leq 0,56q_{sw}$

$$\text{или } q_1 \leq 0,14 \varphi_{b2} (1 + \varphi_f + \varphi_n) R_{bt} b$$

$$c_0 = \sqrt{k/q_1}, \quad (15)$$

при не выполнении этих условий

$$c_0 = \sqrt{k/(q_{sw} + q_1)}, \quad (16)$$

Определение требуемой интенсивности хомутов q_{sw} , производят следующим образом

При действии на элемент сосредоточенных сил, располагаемых на расстояниях c_1 от опоры, для каждого наклонного сечения с длиной проекции c_0 не превышающей расстояния до сечения с максимальным изгибающим моментом, значение интенсивности хомутов q_{sw} , определяют в зависимости от коэффициента $\chi = (Q_i - Q_{bi}) / Q_{bi}$ по одной из следующих формул

если $\chi_i = \chi_{oi} = Q_{b \min} c_0 / (Q_{bi} 2h_0)$, то

$$q_{sw, i} = Q_i / c_0 \chi_{oi} / (\chi_{oi} + 1), \quad (17)$$

если $\chi_{oi} \leq \chi_i \leq c_i / c_0$, то

$$q_{sw, i} = (Q_i - Q_{bi}) / c_0; \quad (18)$$

если $c_i / c_0 < \chi_i \leq c_i / h_0$, то

$$q_{sw, i} = (Q_i - Q_{bi})^2 / k, \quad (19)$$

если $\chi > c_i / h_0$, то

$$q_{sw, i} = (Q_i - Q_{bi}) / h_0, \quad (20)$$

где h_0 принимают не более c_1

Q_1 — поперечная сила в нормальном сечении, расположенном на расстоянии c_1 , от опоры,

$c_0 = c_1$, но не более $2h_0$

Окончательно принимают наибольшее значение

$q_{sw,1}$

При действии на элемент только равномерно распределенной нагрузки q значение интенсивности хомутов определяют по формулам

$$\text{при } Q_{\max} \leq Q_{b1}/0,6 \quad q_{sw} = (Q_{\max}^2 - Q_{b1}^2)/(4k), \quad (21)$$

$$\text{при } k/h_0 + Q_{b1} > Q_{\max} > Q_{b1}/0,6$$

$$q_{sw} = (Q_{\max} - Q_{b1})^2/k \quad (22)$$

$$\text{Принимают } q_{sw} \geq (Q_{\max} - Q_{b1})/(2h_0); \quad (23)$$

$$\text{при } Q_{\max} > \frac{k}{h_0} + Q_{b1}, \quad q_{sw} = \frac{Q_{\max} - Q_{b1}}{h_0}, \quad (24)$$

$$Q_{b1} = 2\sqrt{kq_1}, \quad (25)$$

где Q_{\max} - поперечная сила в опорном сечении;

Q_{bl} - поперечная сила,

q_1 - см формулу (16),

k — см формулу (12)

В том случае, если полученное значение q_{sw} не удовлетворяет условию (14), то снова вычисляют q_{sw} по формуле

$$q_{sw} = \frac{Q_{\max}}{2h_0} + \frac{\varphi_{b2}}{\varphi_{b3}} q_1 - \sqrt{\left(\frac{Q_{\max}}{2h_0} + \frac{\varphi_{b2}}{\varphi_{b3}} q_1\right)^2 - \left(\frac{Q_{\max}}{2h_0}\right)^2} \quad (26)$$

В соответствии с нормами [1] **расстояние между поперечными стержнями** в элементах, не имеющих отогнутой арматуры, в случаях, когда они ставятся по расчету или по конструктивным соображениям, принимают:

а) на опорах

(равных при равномерной нагрузке $1/4$ пролета)

для балок $h \leq 450$ мм — не более $h/2$ и не более 150 мм,

для балок $h > 450$ мм — не более $h/3$ и не более 500 мм;

б) на остальной части пролета

при $h > 300$ мм — не более $3h/4$ и не более 500 мм.

Диаметр поперечной арматуры должен удовлетворять требованиям технологии сварки