# ДЕЙСТВИЯ С КВАДРАТНЫМИ КОРНЯМИ

- Свойства квадратных корней часто используются в различных преобразованиях числовых выражений и в тождественных преобразованиях выражений с переменными.

**ПРИМЕР 1:** Преобразовать дробь $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{54}}$ так, чтобы её знаменатель не содержал радикала

**РЕШЕНИЕ:**

- Заменим частное корней квадратным корнем из частного их подкоренных выражений:

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{54}} = \sqrt{\frac{2}{54}} = \sqrt{\frac{1}{27}} = \sqrt{\frac{1}{3^3}}$$

# РЕШЕНИЕ:

- Для того чтобы из знаменателя извлекался корень, он должен содержать степень с чётным показателем. Умножим числитель и знаменатель подкоренной дроби на 3:

$$\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3^3}} = \sqrt{\frac{3}{3^4}} = \frac{\sqrt{3}}{3^2} = \frac{\sqrt{3}}{9}$$

***Подобные преобразования иногда называют освобождением дроби от иррациональности в знаменателе.***

**ПРИМЕР 2:** Упростить выражение

$$\sqrt{150}-\sqrt{96}-\sqrt{\frac{2}{3}}-\frac{1}{\sqrt{6}}$$

**РЕШЕНИЕ:**

- Разложим числа, стоящие под радикалами, на простые множители:

$$\sqrt{150}=\sqrt{5^2\cdot 2\cdot 3}=5\sqrt{6}$$

$$\sqrt{96}=\sqrt{2^5\cdot 3}=\sqrt{2^4\cdot 2\cdot 3}=4\sqrt{6}$$

- Избавимся от иррациональности в знаменателях дробей:

$$\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3}{3^2}} = \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{1}{3}\sqrt{6}$$

$$\frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{\left(\sqrt{6}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{6} = \frac{1}{6}\sqrt{6}$$

- Следовательно:

$$\sqrt{150}-\sqrt{96}-\sqrt{\frac{2}{3}}-\frac{1}{\sqrt{6}}=$$

$$=5\sqrt{6}-4\sqrt{6}-\frac{1}{3}\sqrt{6}-\frac{1}{6}\sqrt{6}=$$

$$=\left(5-4-\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)\sqrt{6}=\frac{1}{2}\sqrt{6}$$

**ПРИМЕР 3:** Освободить дробь $\dfrac{6}{\sqrt{13}-\sqrt{10}}$ от иррациональности в знаменателе

**РЕШЕНИЕ:**

- В знаменателе дроби стоит разность корней. Умножим числитель и знаменатель этой дроби на сумму тех же корней, чтобы получить в знаменателе разность их квадратов:

$$\frac{6}{\sqrt{13}-\sqrt{10}} =$$

$$= \frac{6(\sqrt{13}+\sqrt{10})}{(\sqrt{13}-\sqrt{10})(\sqrt{13}+\sqrt{10})} =$$

$$= \frac{6(\sqrt{13}+\sqrt{10})}{(\sqrt{13})^2-(\sqrt{10})^2} = \frac{6\left(\sqrt{13}+\sqrt{10}\right)}{13-10}$$

$$= 2(\sqrt{13}+\sqrt{10})$$

**ПРИМЕР 4:** Упростить выражение

$$\left(\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\sqrt{ab}\right)\left(\frac{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}+\sqrt{ab}\right)$$

**РЕШЕНИЕ:**

- Обозначим: $\sqrt{a}=x,\ \sqrt{b}=y,$ тогда

$$a\sqrt{a}=x^3, \qquad b\sqrt{b}=y^3, \qquad \sqrt{ab}=xy$$

- Упрощаем выражение:

$$\left(\frac{x^3+y^3}{x+y}-xy\right)\left(\frac{x^3-y^3}{x-y}+xy\right)=$$

- После всех преобразований получим:

$$\left(\frac{x^3+y^3}{x+y}-xy\right)\left(\frac{x^3-y^3}{x-y}+xy\right)=$$

$$=\left(x^2-y^2\right)^2$$

- Теперь вернемся к исходному выражению:

$$\left(x^2-y^2\right)^2=\left(\left(\sqrt{a}\right)^2-\left(\sqrt{b}\right)^2\right)^2=$$

$$=(a-b)^2$$