

**Примеры практико –
ориентированных задач по
математике.
(подготовка к ЕГЭ)**

**Учитель математики МОБУ «СОШ №4»
Курганская Л.В.**

«Одним из приоритетных направлений математического образования является формирование ключевых компетенций в процессе обучения предмету – готовности обучающихся использовать усвоенные математические знания и умения в реальной жизни для решения практических задач, а также стремлению самостоятельно добывать необходимую информацию и уметь ею пользоваться»
(ТОИПКРО. Методические рекомендации преподавания математики).

Задача на округление конечного результата с недостатком.

Флакон шампуня стоит 160 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25%?

1 – й способ

Всего 1000 руб

1) 160 руб – 100%

X руб – 25%

$$X = 160 \cdot 25 : 100 = 40 \text{ (руб)-скидка}$$

2) $1000 : (160 - 40) = 8 \frac{1}{3}$

Ответ: 8 флаконов можно купить во время распродажи на 1000руб.

Несколько способов решения этой задачи.

2-й способ

Всего 1000 руб

1) $25\% = \frac{1}{4}$

$160 : 4 = 40$ (руб)-скидка

2) $1000 : (160 - 40) = 8 \frac{1}{3}$

4-й способ

Всего 1000 руб

1) $100\% - 25\% = 75\% = \frac{3}{4}$

$160 : 4 \cdot 3 = 120$ (руб)-

СТОИМОСТЬ СО СКИДКОЙ

2) $1000 : 120 = 8 \frac{1}{3}$

3-й способ

Всего 1000 руб

1) $25\% = 0,25$

$0,25$ от 160руб

$0,25 \cdot 160 = 40$ (руб)-скидка

2) $1000 : (160 - 40) = 8 \frac{1}{3}$

5-й способ

Всего 1000 руб

1) $100\% - 25\% = 75\% = 0,75$

$0,75$ от 160руб

$0,75 \cdot 160 = 120$ (руб)-

СТОИМОСТЬ СО СКИДКОЙ

2) $1000 : 120 = 8 \frac{1}{3}$

Шариковая ручка стоит 40 рублей.
Какое наибольшее число таких ручек
можно будет купить на 900 рублей
после повышения цены на 10 %?

Очевидно, что 10% от 40 — это $\frac{10}{100} \cdot 40 = 0,1 \cdot 40 = 4$

Новая цена ручки составит 44 рубля.

На 900 рублей можно купить 20 ручек.

$900/44=20,45\dots$

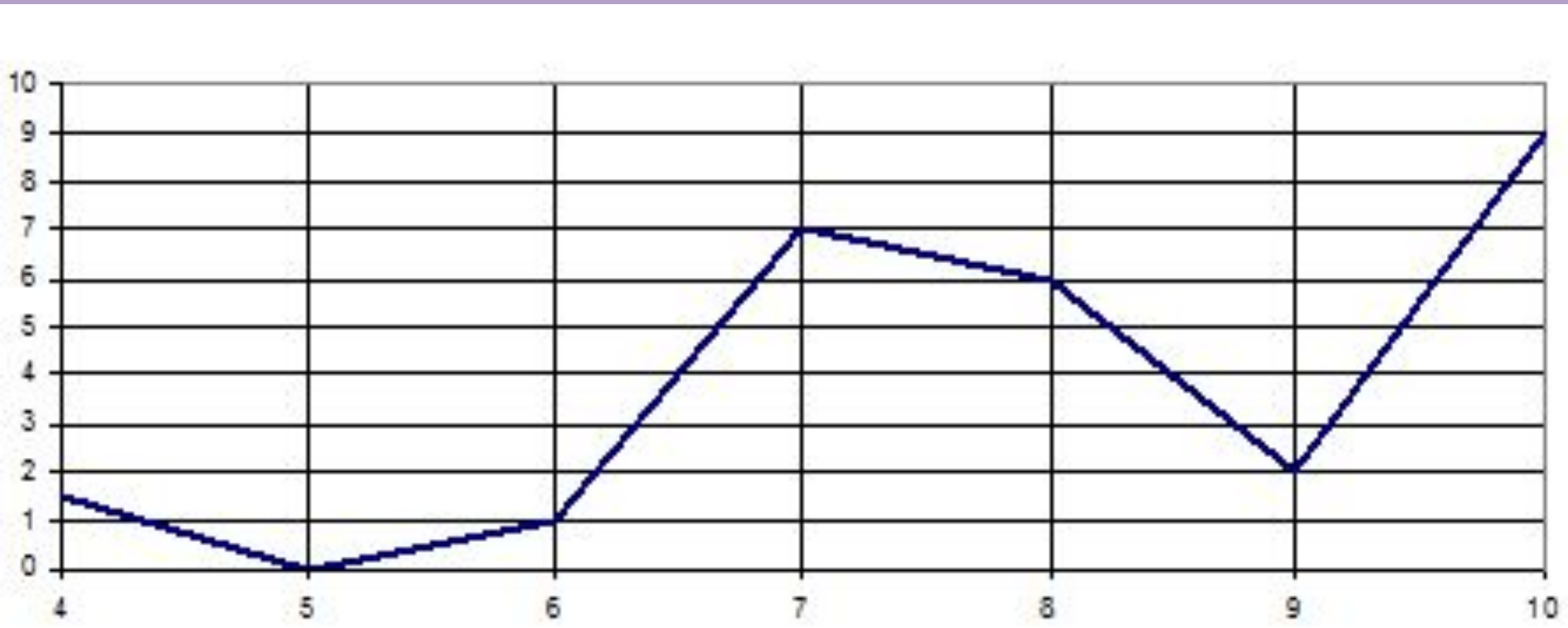
ЗАДАЧА НА ОКРУГЛЕНИЕ КОНЕЧНОГО РЕЗУЛЬТАТА С

1. Теплоход рассчитан на 750 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может

вместить 70 человек. Какое **наименьшее** число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

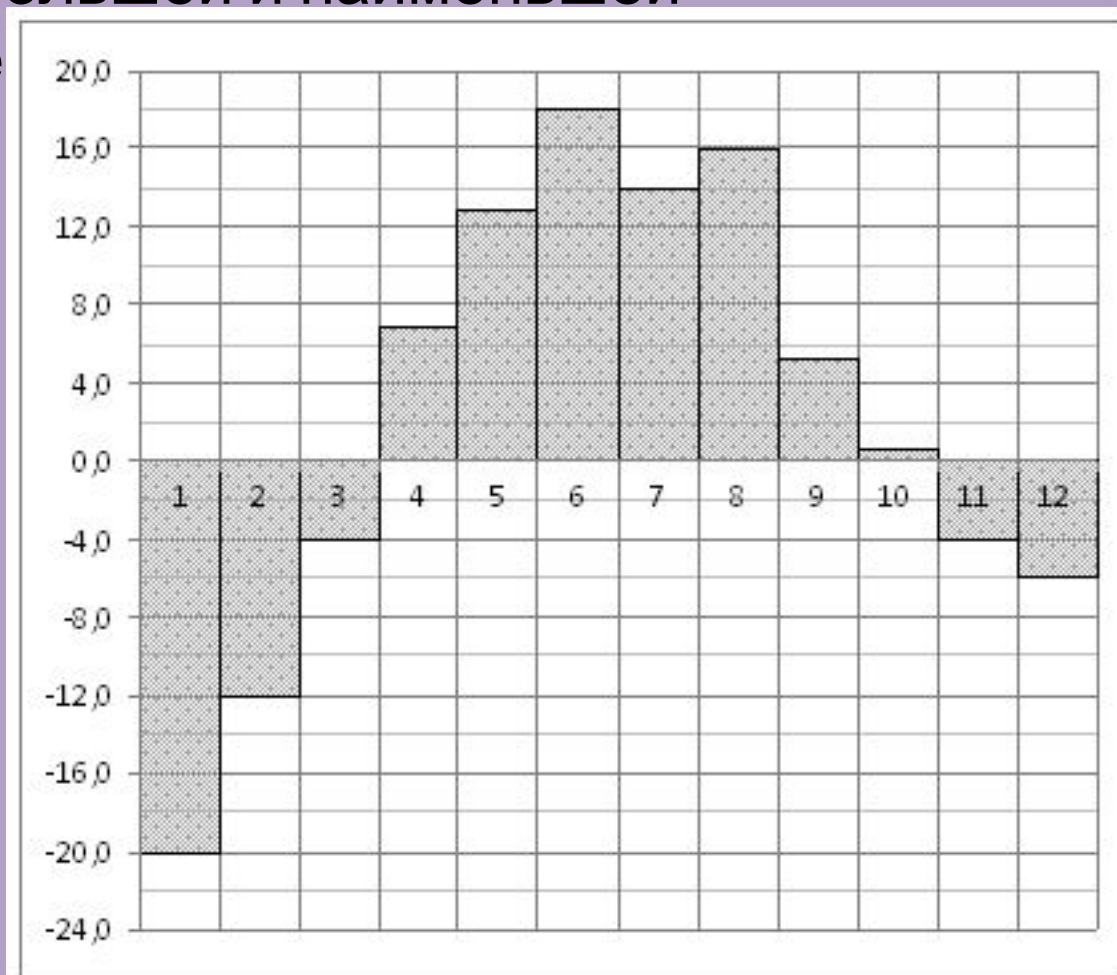
Решение: Правильный ответ: **12 шлюпок**. Делим 775 на 70, получаем 11 и 5 в остатке. Значит, одиннадцать шлюпок будут полностью загружены пассажирами, а в двенадцатой будет сидеть пять человек. И даже если бы там было два человека или один, все равно ответ — 12 шлюпок. Ответ «одиннадцать, а остальные как-нибудь доплывут» — не принимается, это не кино про «Титаник».

На рисунке изображен график осадков в г.Калининграде с 4 по 10 февраля 1974 г. На оси абсцисс откладываются дни, на оси ординат — осадки в мм. Определите по графику, сколько дней из данного периода осадков выпало между 2 и 8 мм.



Ответ:
3

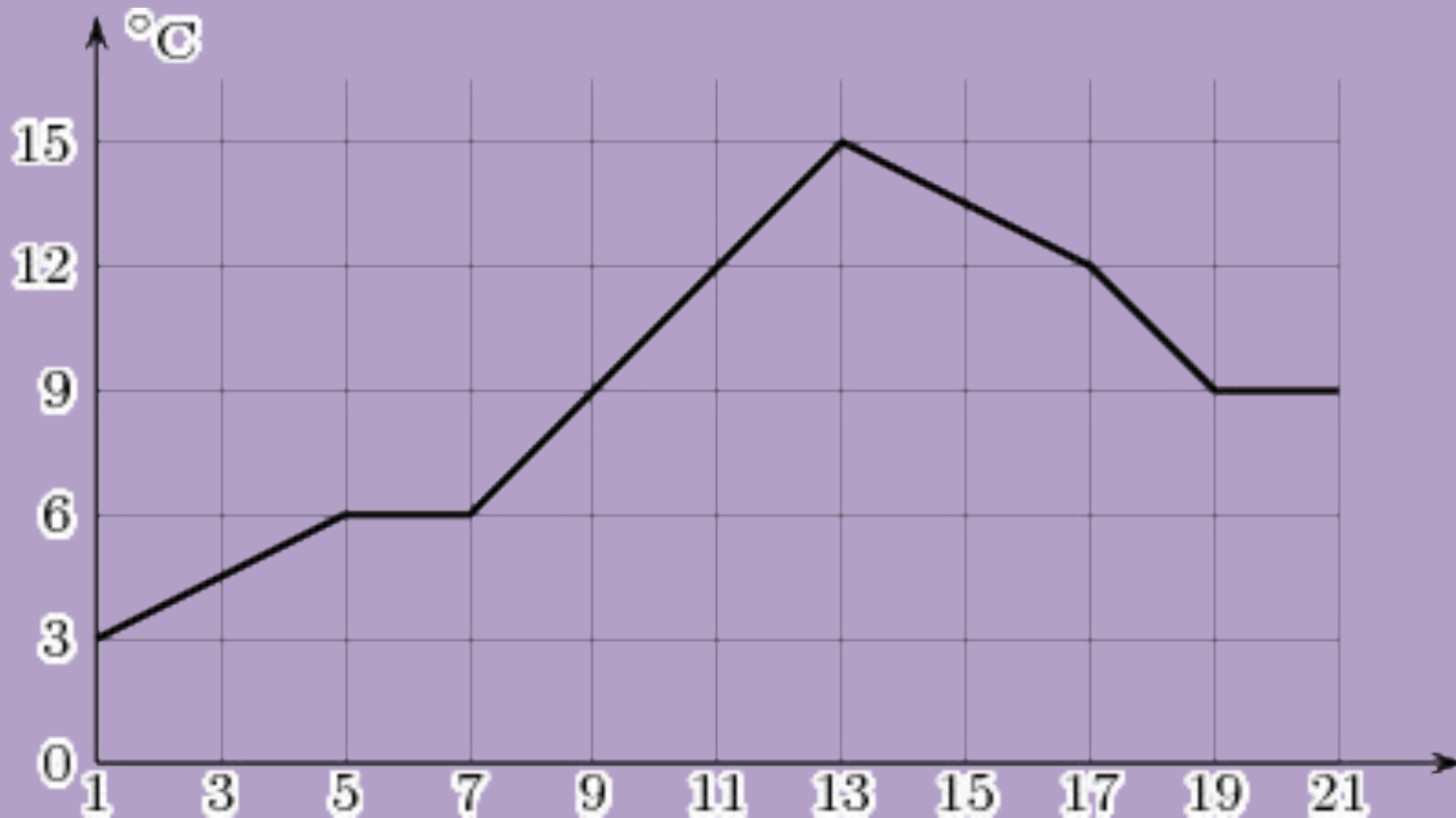
На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали - температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными те



Ответ: 3

8

Посев семян тыквы рекомендуется проводить в мае при дневной температуре воздуха не менее $^{\circ}\text{C}$. На рисунке показан прогноз дневной температуры воздуха в первой и второй декадах мая. Определите, в течение скольких дней за этот период можно производить посев тыквы.



Ответ:
7

1) При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10 \text{ м}$. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону.

$$l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$$

где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-3} (\text{°C})^{-1}$ - коэффициент теплового расширения, t° - температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 6 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Решение

$$l(t^{\circ}) - l_0 = 6(\text{мм})$$

$$6\text{мм} = 6 \cdot 10^{-3}\text{м}$$

$$10(1 + 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot t) - 10 = 6 \cdot 10^{-3}$$

$$10(1 + 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot t - 1) = 6 \cdot 10^{-3}$$

$$1,2 \cdot 10^{-5} \cdot t = 6 \cdot 10^{-4}$$

$$t = \frac{6 \cdot 10^{-4}}{1,2 \cdot 10^{-5}}$$

$$t = \frac{60}{12} \cdot 10^{-4 - (-5)}$$

$$t = 5 \cdot 10^{-4+5}$$

$$t = 5 \cdot 10^1 \quad t = 50$$

• ответ: 50

2) Некоторая компания продает свою продукцию по цене $p=400$ руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляет $v= 200$ руб., постоянные расходы предприятия $f= 500\ 000$ руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия, выраженная в рублях выражается по формуле:

$$\pi(q) = q(p - v) - f$$

Определите наименьший месячный объем производства q (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше 300 000 руб.

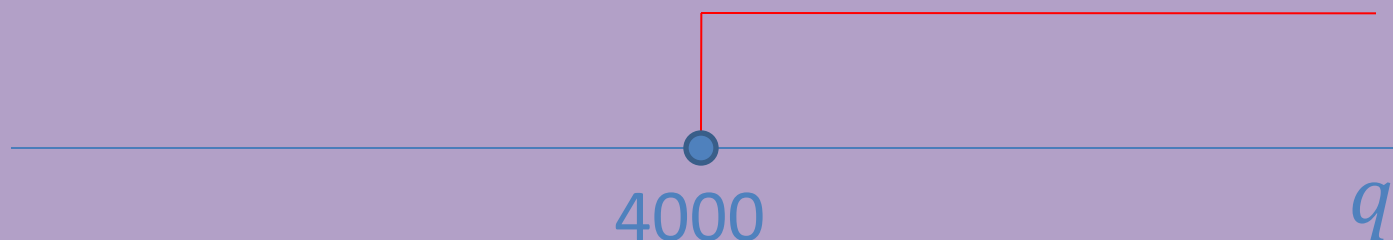
Решение

$$q(400 - 200) - 500000 \geq 300000$$

$$q \cdot 200 \geq 300000 + 500000$$

$$200 \cdot q \geq 800000 \quad | : 200$$

$$q \geq 4000$$



$$[4000; +\infty)$$

4000 – наименьший объем производства

• Ответ: 4000

3) Зависимость объема спроса q на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задается формулой:

$$q = 60 - 5p$$

Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) определяется как

$$r(q) = q \cdot p$$

Определите максимальный уровень цены p , при котором месячная выручка $r(p)$ составит не менее 160 тыс. руб. Ответ переведите в тыс. руб.

Решение

$$a = 60 - 5p$$

$$r(p) = q \cdot p$$

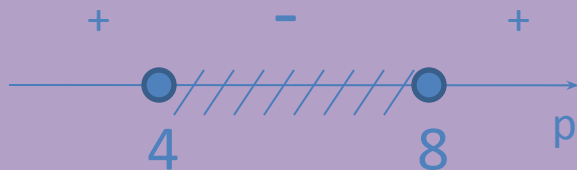
$$r(p) \geq 160$$

$$(60 - 5p) \cdot p \geq 160$$

$$60p - 5p^2 - 160 \geq 0$$

$$-5p^2 + 60p - 160 \geq 0 \quad | : (-5)$$

$$p^2 - 12p + 32 \leq 0$$



$[4; 8]$

8 – максимальный уровень

Ответ :

$$p^2 - 12p + 32 = 0$$

$$D_1 = \left(-\frac{12}{2}\right)^2 - 1 \cdot 32$$

$$= 36 - 32 = 4 > 0$$

\Rightarrow кв. ур – е имеет 2 корня

$$p_1 = 6 + 2 \quad p_2 = 6 - 2$$

$$p_1 = 8 \quad p_2 = 4$$

4) Трактор тащит сани с силой $F = 100 \text{ кН}$ направленной под острым углом α к горизонту. Работа трактора, выраженная в килоджоулях, на участке длиной $S = 50 \text{ м}$ равна

$$A = FS \cos \alpha$$

При каком максимальном угле α (в градусах) совершенная работа будет не менее 2500 кДЖ?

Решение

$$A = FS \cos \alpha$$

$$F = 100, S = 50$$

$$A \geq 2500$$

$$100 \cdot 50 \cdot \cos \alpha \geq 2500$$



$$5000 \cos \alpha \geq 2500$$



$$\cos \alpha \geq \frac{1}{2}$$



$$0 < \alpha < 60$$

60° — максимальный угол

- Ответ : 60

5) Находящийся в воде водолазный колокол содержащий в начальный момент времени воздуха $v = 2$ моля при давлении $p_1 = 1,5$ атмосферы, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотерическое сжатие воздуха. Работа (в джоулях), совершаемая водой, при сжатии воздуха, определяется выражением

$$A = \alpha v T \log_2 \frac{p_1}{p_2}$$

где $\alpha = 5,75$ - постоянная, $T = 300\text{K}$ - температура воздуха, p_1 (атм) начальное давление, p_2 (атм) - конечное давление воздуха в колоколе. До какого наибольшего давления p_2 (атм) можно сжать воздух в колоколе, если при сжатии воздуха совершается работа не более чем 6900Дж ?

Решение

$$A = \alpha v T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$$

$$\alpha = 5,75$$

$$T = 300$$

$$A \leq 6900$$

$$5,75 \cdot 2 \cdot 300 \cdot \log_2 \frac{p_2}{1,5} \leq 6900 \iff 3450 \cdot \log_2 \frac{p_2}{1,5} \leq 6900 \quad | : 3450$$

$$\iff \log_2 \frac{p_2}{1,5} \leq 2 \iff \log_2 \frac{p_2}{1,5} \leq \log_2 4 \iff 0 < \frac{p_2}{1,5} \leq 4$$

$$\iff 0 < p_2 \leq 6$$



$$(0; 6]$$

6 – наибольшее давление

6) В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону

$$m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$$

где m_0 - начальная масса изотопа, t - время, прошедшее от начала распада, T - период полураспада в минутах.

В лаборатории получили газ, содержащий изотопа азота-13, период полураспада которого $T = 10$ мин.

В течении скольких минут масса изотопа азота-13 будет не меньше 5 мг?

Решение

$$m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$$

$$m_0 = 40, T = 10$$

$$m(t) \geq 5$$

$$40 \cdot 2^{-\frac{t}{10}} \geq 5$$



$$2^{-\frac{t}{10}} \geq \frac{5}{40}$$



$$2^{-\frac{t}{10}} \geq \frac{1}{8}$$



$$2^{-\frac{t}{10}} \geq 2^{-3}$$



$$-\frac{t}{10} \geq -3 \mid : \left(-\frac{1}{10}\right)$$



$$t \leq 30$$



- Ответ : 30

7. Мотоциклист, движущийся по городу с постоянной скоростью $V_0 = 57$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 18$ км/ч². Расстояние от мотоциклиста до города определяется выражением $S = V_0 t + at^2$, где t – время в часах от момента выезда из города. Определить наибольшее время (в минутах), в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор обеспечивает покрытие на расстояние не далее, чем 42 км от города

Решение

$$57t + 18t^2/2 \leq 42, \quad 9t^2 + 57t - 42 \leq 0$$

$$3(t + 7)(t - 2/3) \leq 0, \quad t \in [-7; 2/3]$$

$$t_{\max} = 2/3 \text{ ч} = 2/3 \cdot 60 \text{ мин} = 40 \text{ мин}$$

Ответ: 40

8. Модель камнеметательной машины выстреливает камни под определенным углом к горизонту с фиксированной начальной скоростью. Траектория полета камня в системе координат, связанной с машиной, описывается формулой $y = ax^2 + bx$, где $a = -1/200$ м, $b = 9/20$ – постоянные параметры, x – горизонтальная составляющая расстояния от машины до камня, y – высота камня над землей. На каком расстоянии (в метрах) от крепостной стены, высота которой 7 м, нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над ней на высоте не менее 2-х метров?

По условию $y \geq 7 + 2 = 9$, т.е. $ax^2 + bx \geq 9$,

$$-x^2 / 200 + 9x / 20 \geq 9, \quad x^2 - 90x + 1800 \leq 0,$$

Ответ: 60

$$x \in [30; 60], \quad x_{\max} = 60$$