Двоичные Б-деревья (ДБД)
m=1

Б-деревья первого порядка не имеет смысла использовать для представления больших множеств данных, требующих вторичной памяти.

Кроме неэффективного обращения к внешнему носителю, приблизительно половина страниц будут содержать только один элемент.

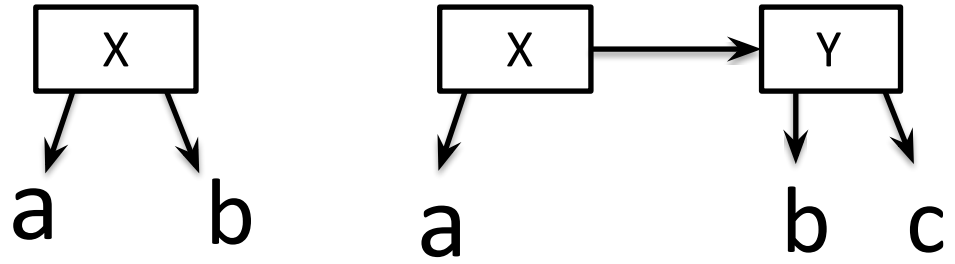
Поэтому забудем о внешней памяти и вновь займемся построением деревьев поиска, находящихся в оперативной памяти.

Определение. ***Двоичное Б-дерево*** состоит из страниц с одним или двумя элементами, страница содержит две или три ссылки на поддеревья.

Пример:

Так как имеем дело с оперативной памятью, то необходимо её эффективно использовать. Поэтому *представление страницы в виде массива уже не подходит.*

Решение – ***динамическое размещение на основе списочной структуры***. Страница - список из одного или двух элементов.



Так как каждая страница может иметь не более **трех** потомков (содержать не более трех ссылок), то попытаемся *объединить ссылки на потомков и ссылки внутри страницы* (вертикальные и горизонтальные).

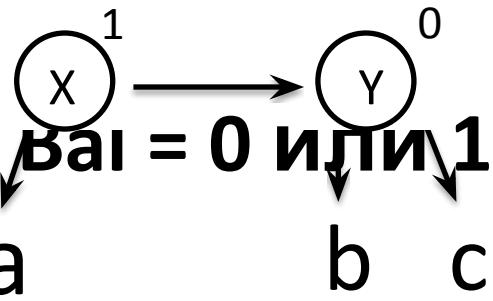
Тогда **страницы Б-дерева теряют свою целостность**. Элементы начинают играть роль вершин в двоичном дереве.

Однако,

1. Необходимо делать различия между горизонтальными и вертикальными ссылками;
2. Необходимо следить, чтобы все листья были на одном уровне.

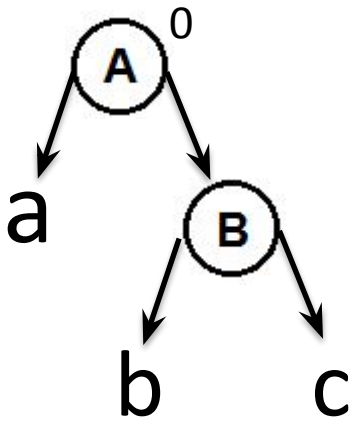
Введем логические переменные **HR** и **VR** – горизонтальный и вертикальный рост дерева.

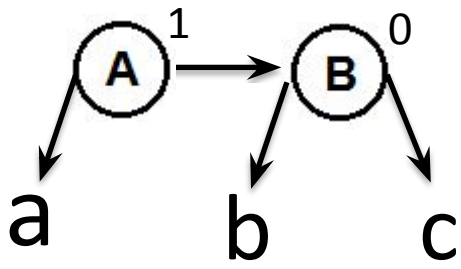
Показатель баланса **Bal = 0 или 1**



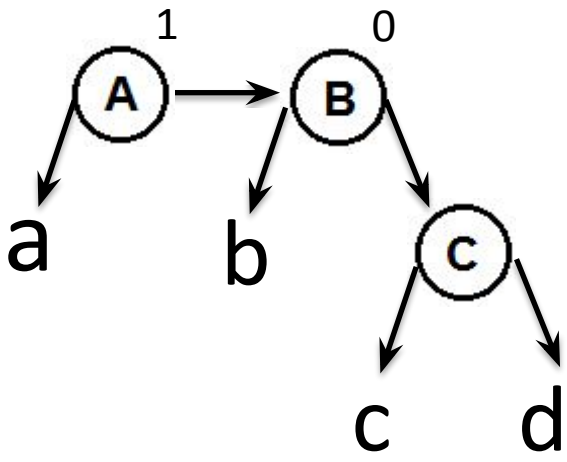
Bal помещаем в структуру дерева

Рассмотрим **добавление вершины в ДБД**.
Различают 4 возможных ситуации, возникающие при росте левых и правых поддеревьев

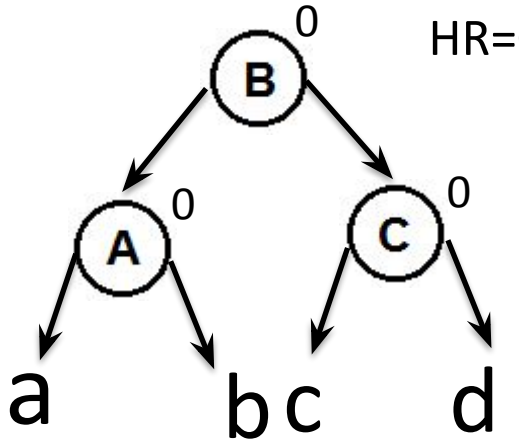


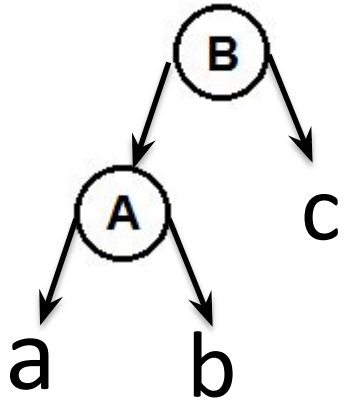


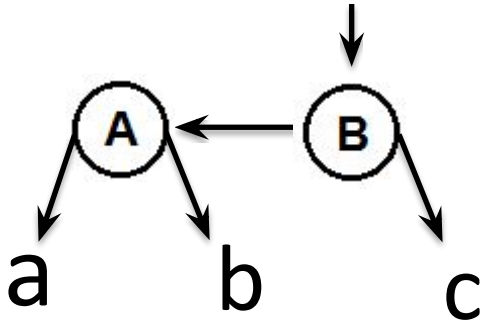
VR=0
HR=1

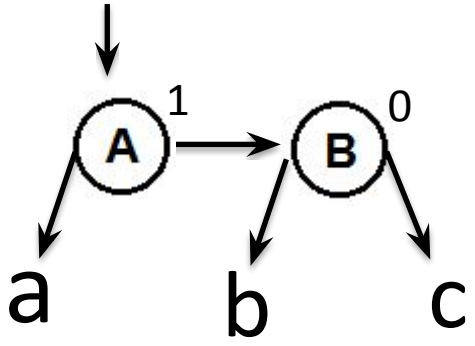


VR=1
HR=0

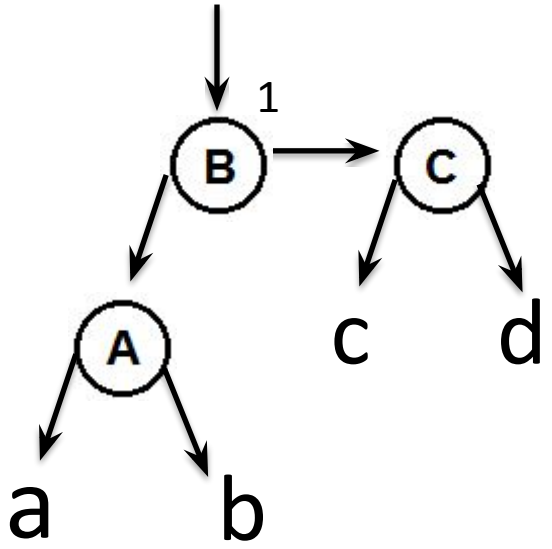


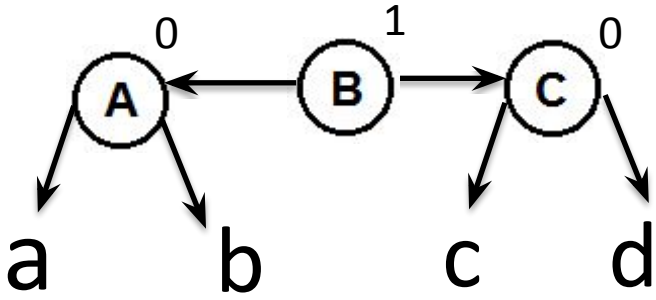




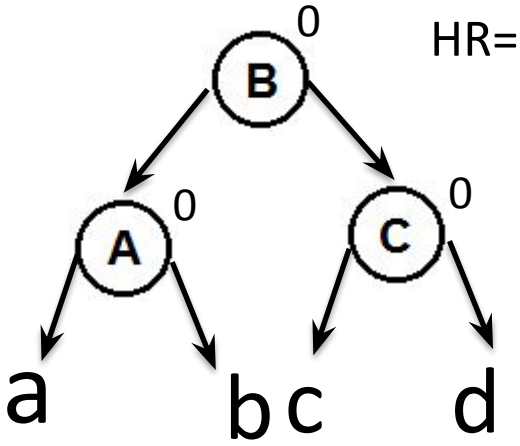


VR=0
HR=1





VR=1
HR=0



Алгоритм построения ДБД

VR=1 HR=1

B2INSERT(D, Vertex *&p)

IF (p=NULL) <память по адресу p> , p-->Data = D,

p-->Left = p-->Right = NULL, p-->Bal = 0, VR = 1

ELSE IF (p-->Data > D) **B2INSERT(D, p-->Left)**

IF (VR=1)

IF (p-->Bal=0) q=p-->Left, p-->Left=q-->Right, q-->Right=p,

p=q, q-->Bal=1, VR=0, HR=1

ELSE p-->Bal=0, VR=1, HR=0

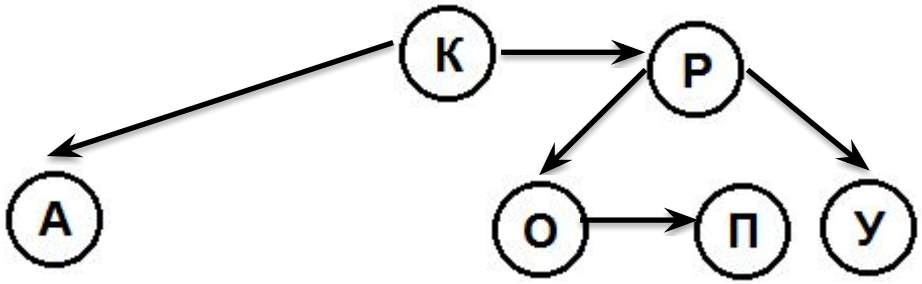
FI

ELSE HR=0

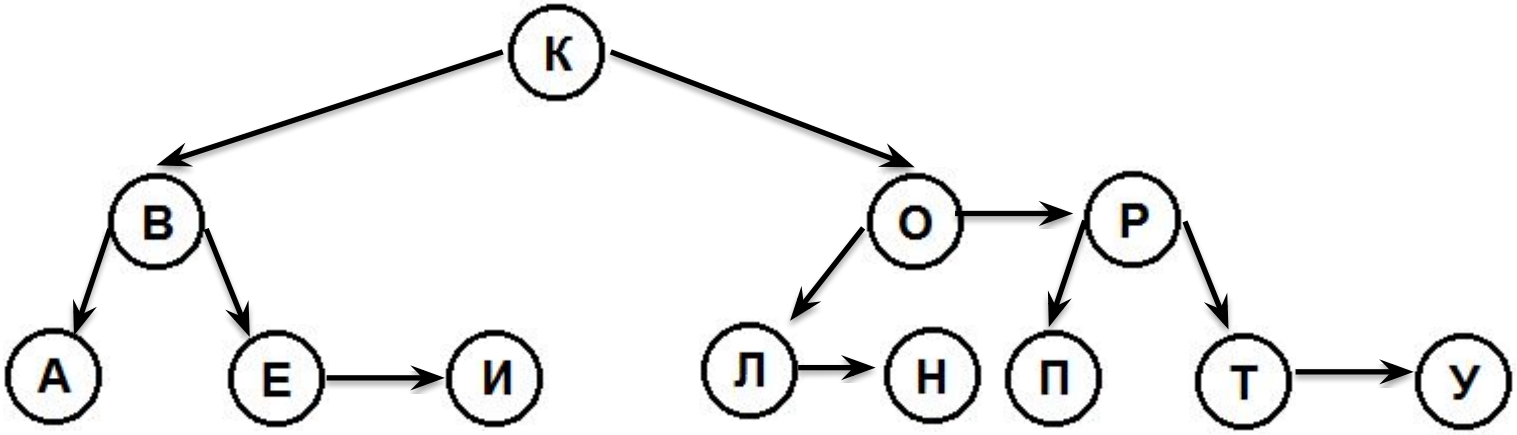
FI

```
ELSE IF (p-->Data<D) B2INSERT(D, p-->Right)
        IF (VR=1) p-->Bal=1, HR=1, VR=0
        ELSE  IF (HR=1)
                IF(p-->Bal=1) q=p-->Right,  p-->Bal=0,
                                q-->Bal=0, p-->Right=q-->Left,
                 q-->Left=p,  p=q, VR=1, HR=0
                ELSE   HR=0
                FI
              FI
        FI
      FI
FI
```

К У Р А П О В Е Л Н И Т



К У Р А П О В Е Л Н И Т



Очевидно, что двоичные Б-деревья представляют собой **альтернативу критерию АВЛ-сбалансированности.**

Отметим некоторые отличия:

АВЛ-деревья – подмножество всех двоичных деревьев. Следовательно, **класс ДБД шире**, а их длина пути поиска в среднем хуже, чем у АВЛ-деревьев.

Высота двоичного Б-дерева:

$$h \le \frac{\log_2(n+1)+1}{\log_2(m+1)} + 1$$

При m=1:

$$h \le \frac{\log_2(n+1)+1}{\log_2(1+1)} + 1 = \log_2(n+1)$$

Длина пути ДБД может в два раза превышать высоту:

$$\mathbf{L \le 2 * log_2(n+1)}$$

Для сравнения, **в плохом АВЛ-дереве**:

$$\mathbf{L \le 1{,}44 * log_2(n+2)}$$

Однако, **при построении ДБД реже приходится переставлять вершины** (повороты выполняются лишь в двух случаях).

Поэтому ДБД предпочтительней, когда **чаще добавляются вершины**, АВЛ-деревья предпочтительнее, когда **чаще производится поиск элементов**.

Кроме того, существует зависимость от особенностей реализации, поэтому **вопрос** о применении того или иного типа деревьев **следует решать индивидуально** для каждой конкретной