

# Лекция 2

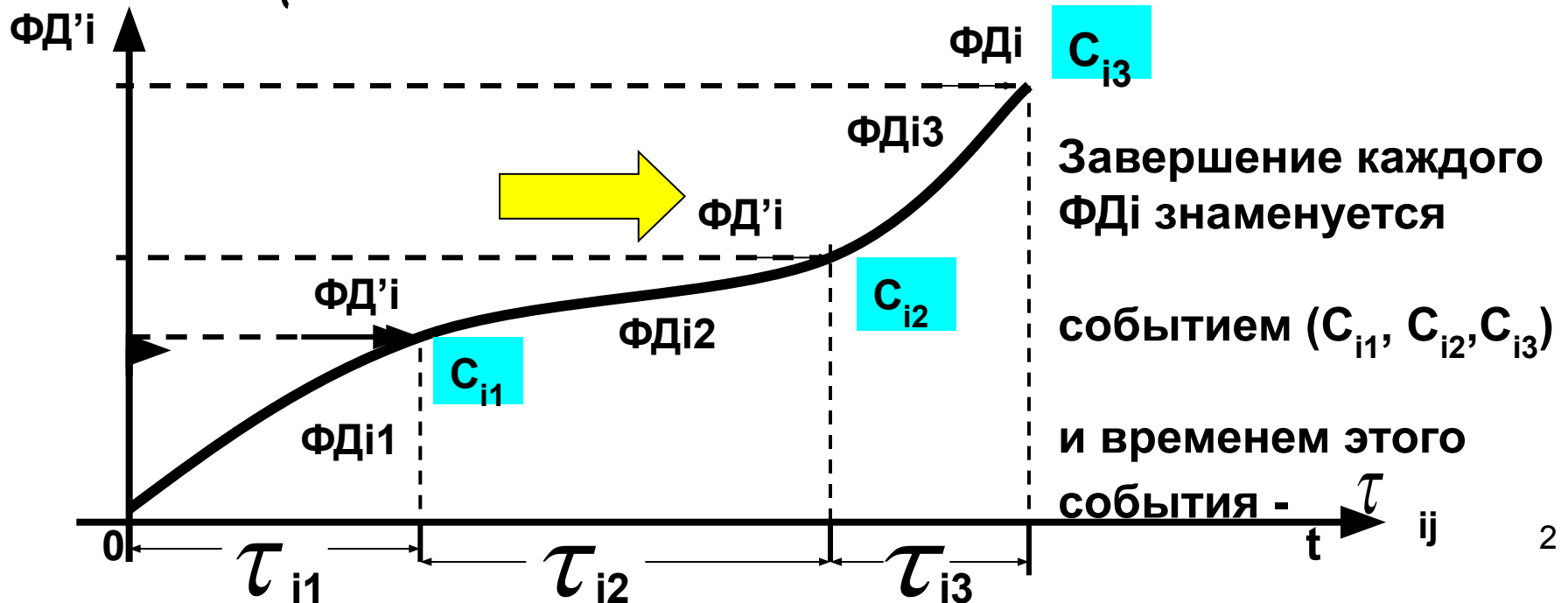
## **Формализация описания поведения объектов сложных систем**

**доцент, к.т.н. Бабалова И.Ф.  
2016 г.**

# Описание функционирования реального объекта для построения ИМ

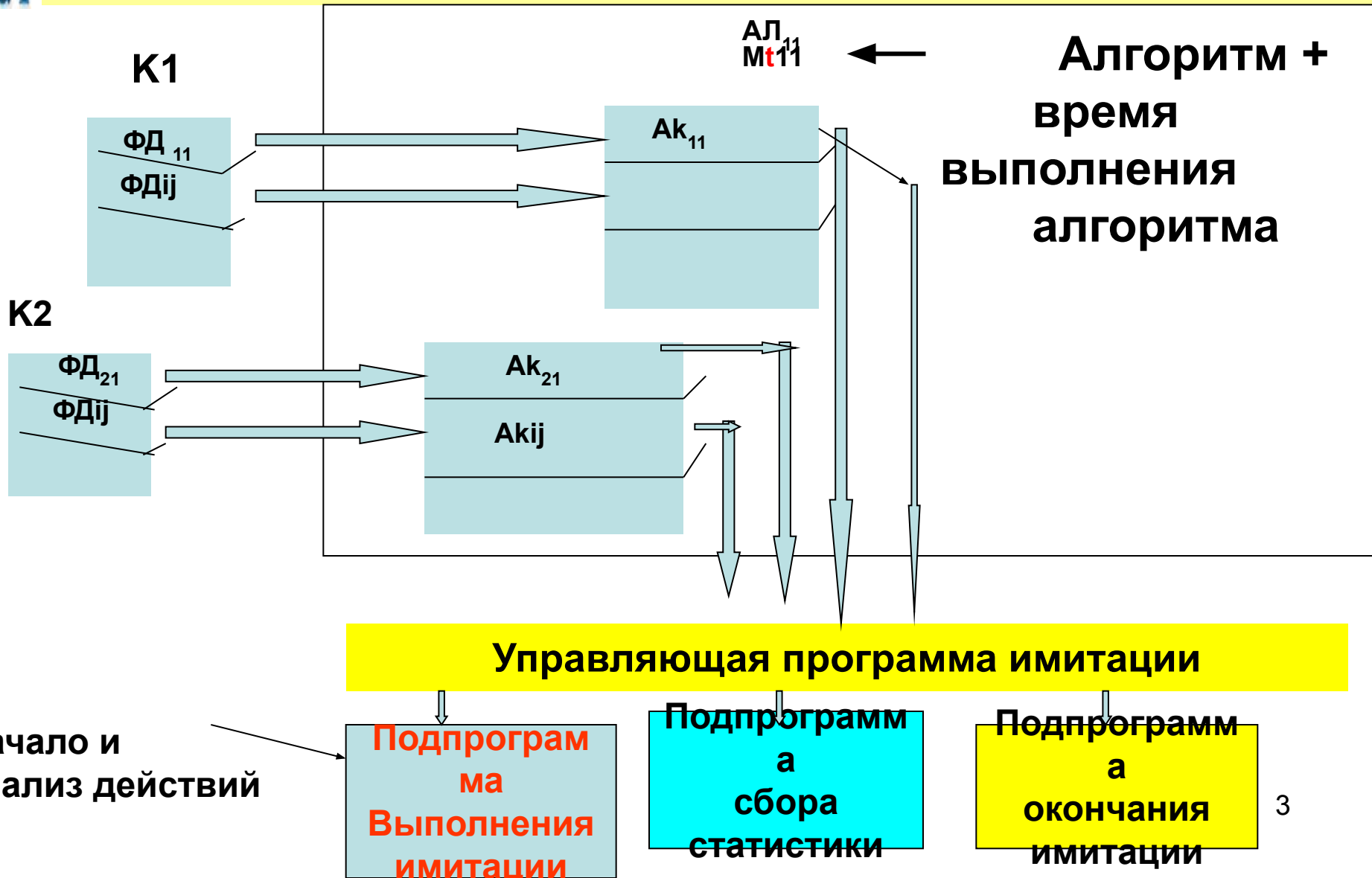
Имитация реального объекта – СС – должна обеспечить преобразование функциональных зависимостей системы в события, процессы, активности

$$\Phi D_i = \{ \Phi D_{i1}, \Phi D_{i2}, \dots, \Phi D_{in} \} \longrightarrow (\Phi D'_i, \tau_i)$$



# Структурная схема имитационных моделей

КС&Т



# Понятие квазипараллелизма в моделях СС

События, происходящие в СС в разных ее компонентах, создают параллельную работу компонент системы. Изменение состояний компонент, приводящее к изменению активностей, происходит при выполнении функциональных действий.

Для реализации этих изменений системе необходимо определенное время. Следовательно, в ИМ необходимо обеспечить имитацию параллельной работы компонент системы. Для этого вводится некоторая глобальная переменная  $t_0$ , которую называют модельным временем. С помощью этой переменной в ИМ обеспечивается синхронизация событий  $S_{ij}$  в модели и организация квазипараллельной работы компонент системы. Приставка «квази» отражает последовательный характер обслуживания событий в модели, одновременно возникающих в компонентах реальной системы.

# Организация квазипараллелизма в имитационных моделях

- 1 Непосредственно активностями  $AK_i$
- 2 Процессный способ  $P_i$
- 3 Событийный способ  $C_i$
- 4 Агрегатный способ  $K_i$
- 5 Транзактный способ  $C_i \rightarrow AK_i$

**Система GPSS World реализует транзактный способ имитации**

# Сложность цифровых устройств как объекта имитационного моделирования

1. Иерархичность структуры: узлы, блоки, устройства, машины, комплексы, сети
2. Сложность алгоритмов работы
3. Заявки на обслуживание требуют как аппаратные, так и программные ресурсы
4. Сложность операционных систем
5. Разнообразие применений в сочетании с низкой достоверностью исходных данных
6. Трудность прогнозирования штатных и внештатных ситуаций в работе.

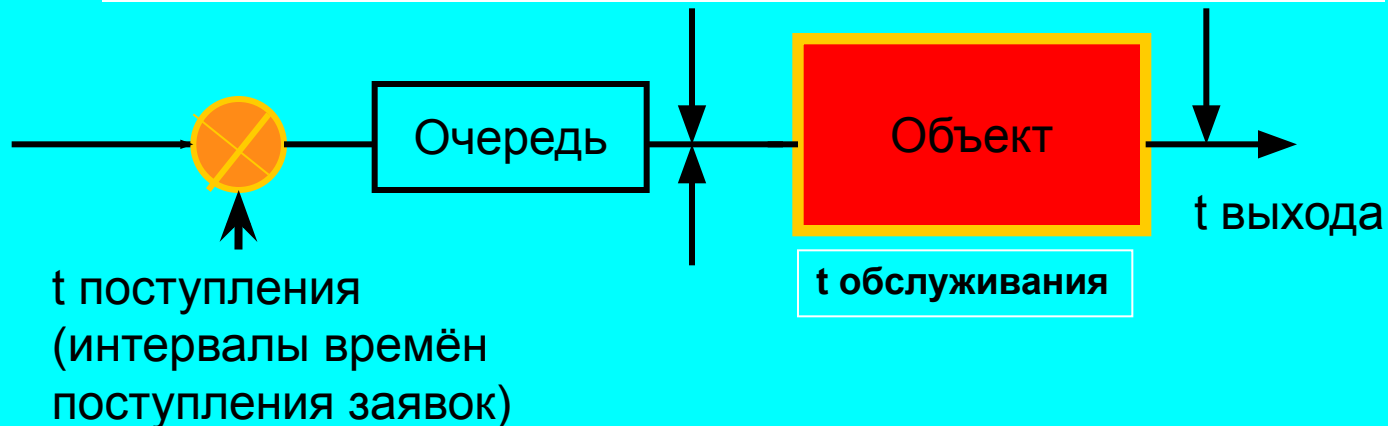
# Системы массового обслуживания

## Определение

Дискретная система со счетным и конечным числом состояний, переходы между которыми происходят скачками под влиянием внешних и внутренних воздействий (событий).

КС&Т

Структура СМО с одним обслуживающим ресурсом



Формирование очереди происходит при  $t$  обл  $>$   $t$  поступления

Очередь – это абстрактный объект. В СМО всегда есть очереди.

# Параметры СМО для построения модели

1. Характеристики входного потока заявок
2. Дисциплина формирования очереди и правило выбора заявок из очереди
3. Законы обслуживания заявок
4. Параметры выходного потока заявок
5. Режим работы СМО

**Параметры ресурсов системы только временные:  
Твхода, Твыхода, Тобслуживания, Точереди.**

Описание поведения системы обеспечивается временными характеристиками ресурсов.

Следовательно, только временные характеристики позволят нам оценить работоспособность любой сложной системы.



# Входные потоки в СМО

Любая система, в которой поток требований на обслуживание встречает ограниченные средства для обработки, это система массового обслуживания

Входной поток заявок описывает заявки, поступающие на обслуживание

Два типа заявок – детерминированные и случайные. Отличия этих типах заявок:

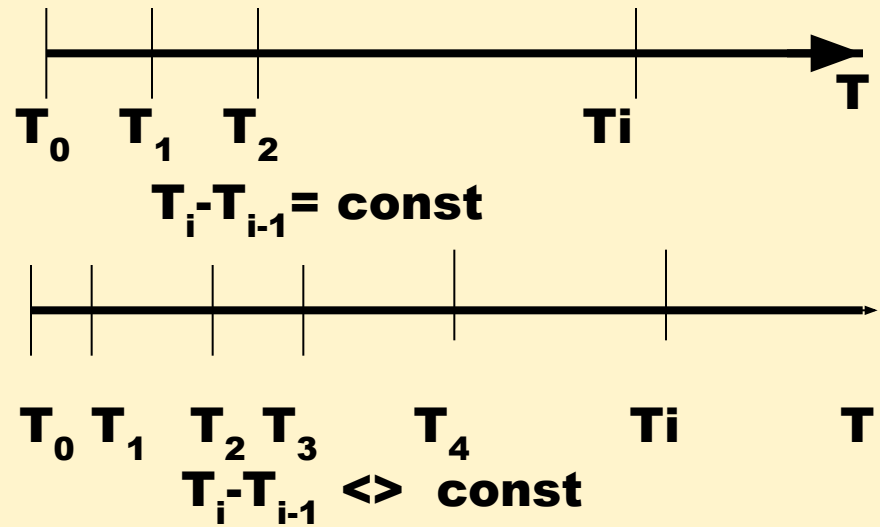
## Детерминированный ПОТОК

Интенсивность поступления заявок

$$\lambda = \frac{1}{t_{ex}}$$

## Случайный поток

$$t_i = t_{вх}$$



Для СМО характерны независимые интервалы времен поступления заявок, как от количества предыдущих заявок, так и от времени их обработки (Закон Пуассона)

- Теорема о максимальном потоке

**Максимальный** поток равен минимальной пропускной способности по всем сечениям СМО.

**Сечение** - это множество каналов передачи требований, удаление которых приводит к разрыву всех возможных путей потоков от начальной до конечной точек пути.

- СМО описывается **марковскими** процессами, в которых вероятность следующего значения  $X_{n+1}$  зависит только от текущего состояния  $X_n$  и не зависит от предыдущих значений процесса. Формула  $m/m/1$ - означает, что поток требований и обработка их описывается марковскими процессами

# Описание потоков заявок

- Поток заявок описывается моментами времени поступления заявок в систему и количеством заявок, поступивших в систему одновременно.
- Законы поступления заявок могут быть детерминированными или случайными

# Элементы теории вероятностей

**Теория вероятностей есть математическая наука, изучающая закономерности в случайных явлениях.**

**Теория вероятностей оперирует понятием СОБЫТИЕ.**

**Событие – это некоторый факт, который может произойти или не произойти**

**Вероятность события - это численная мера степени объективной возможности этого события.**

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

**m-это число благоприятных опытов  
n – общее число опытов**

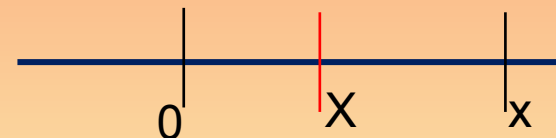
$$\sum_{i=1}^n P_i = 1$$

$$F(x) = P(X < x)$$

$$F(-\infty) = 0$$

$$F(+\infty) = 1$$

Функция распределения  
случайной величины X



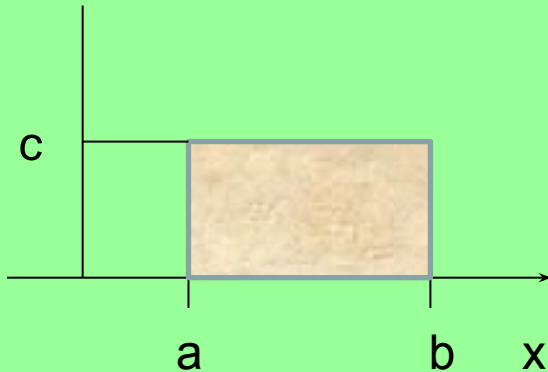
**Случайные величины в результате опыта могут принять то или иное значение.**

**Случайные величины могут быть дискретными или непрерывными** 12

# Характеристики законов распределения случайных значений

## 1. Закон равномерной плотности.

В заданном интервале все значения равновероятны



$C=1/(b-a)$ -это будет величина плотности распределения случайных чисел  $X$  на заданном отрезке

Величина  $M_x$  называется математическим ожиданием случайной величины  $X$ .

$$M_x = (a+b)/2$$

Самостоятельная работа 1

Второй из основных характеристик является величина дисперсии случайной величины.

$Dx = M[x_i - M_x]^2$  --математическое ожидание квадрата разности случайной величины и ее математического ожидания

Для потоков событий в СС характерны типы распределений: равномерное, экспоненциальное, Пуассона, нормальное.

В каждом модельном эксперименте надо доказать использование соответствующего распределения случайных значений.

## Простейший поток и его свойства

Поток – совокупность случайных чисел.

Заявки в СМО формируются случайным образом и время обслуживания случайно.

Для простейшего потока характерны следующие свойства :

**Однородность потока** - Появление событий зависит только от одного фактора - от времени.

Однородный поток может быть :

Регулярный  $t_{i+1} = t_i = \text{const}$

Не регулярный  $t_{i+1} - t_i \neq \text{const}$

Пуассоновский поток – считается простейшим потоком.

# Свойства Пуассоновского потока :

**Стационарность потока** – характеризуется тем, что вероятность попадания некоторого числа событий на участок длиной  $t$  зависит только от длины участка.

**Отсутствие последствий** – число событий на участке длины  $t$  не зависит от того сколько событий произошло вне этого участка.

**Ординарность потока** – вероятность появления двух событий на отрезке времени ничтожно мала по сравнению с вероятностью появления одного события.

## Тема самостоятельной работы № 1

### Основы теории вероятностей и математической статистики

1. Основные понятия теории вероятностей.
2. Понятие о функциях распределения случайных событий.
3. Способы описания функций распределения. Основные параметры функций распределения.
4. Формулы для вычисления параметров функций для указанных ниже распределений:
  - Равномерный закон
  - Экспоненциальный закон
  - Закон Пуассона
  - Нормальный закон
5. Области применения функций распределения каждого из названных видов функций.

**Срок выполнения 2 недели.**

Объём работы не более 4 страниц формата А4.

Необходимо представить графики всех названных функций с указанием на графиках параметров функций распределения.

Материал можно представлять в электронном виде.

Адрес почты: [irina-babalova@rambler.ru](mailto:irina-babalova@rambler.ru)

10.03.2016