

ТЕОРИЯ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Принятие решений с помощью моделей, описываемых нелинейными, недифференцируемыми уравнениями.

Формальная постановка задачи

- Моделью некоего объекта или явления служит система:

$$(1) \quad \begin{cases} \varphi(\bar{x}) \rightarrow \min; (\max) \\ f_j(\bar{x}) \leq b_j; \quad j = 1, 2, \dots, l \\ \bar{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}; \\ \forall i, \quad a_i \leq x_i \leq b_i. \end{cases}$$

- **Требуется вычислить** вектор удовлетворяющий системе (1) т.о., что точность вычислений i -й переменной

Часть 1

Метод решеток

Содержательное описание алгоритма

- а) на каждом отрезке , выбирается M_i , равноотстоящих точек.
- б) вычисляются значения x_i в каждой из полученных точек;
- в) все различные сочетания значений x_i , ($i=1,2,\dots,n$) подставляются в (1), и, если находится такой вектор переменных, который удовлетворяет ограничениям (1), а значение целевой функции лучше ранее найденного, то старое значение забывается, а новое, вместе с вектором запоминается.
- г) для каждого $x_i \in X_j$ справедливо:
$$x_i - \frac{b_i - a_i}{M_i} \leq x_i \leq x_i + \frac{b_i - a_i}{M_i}; i = 1, 2, \dots, n$$
- д) определяются новые диапазоны изменения каждой i -ой переменной.
$$\forall i, (b_i - a_i) \leq E_i$$
- е) если , то алгоритм закончен, в противном случае перейти к шагу а).

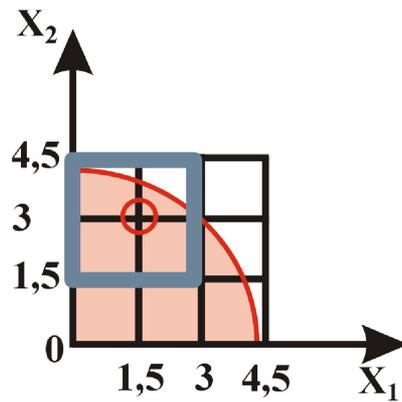
Пример 1

- Пользуясь методом решеток решить задачу:

$$\begin{cases} (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 3)^2 \rightarrow \min; \\ x_1^2 + x_2^2 \leq 16; \\ \forall i, 0 \leq x_i \leq 4,5 \end{cases}$$

- Определить x_1 и x_2 с точностью не менее 0,5.

Первая итерация



6,25;

Рис. 1

$$1) (0; 4,5) = (1,5; 4,5) = (3; 4,5) \\ = (4,5; 4,5) =$$

$$(3; 3) = (4,5; 3) = (4,5; 1,5) =$$

$$(4,5; 0) = (0; 3) = 4; (0; 1,5) =$$

$$(1,5; 0) = 9,25$$

$$(1,5; 1,5) = 2,5; (1,5; 3) = 0,25$$

$$(3; 0) = 10; (3; 1,5) = 3,25; (0; 0)$$

= 13

$$M_1 = M_2 = 4$$

$$B_1 - A_1 = 4,5; B_2 - A_2 = 4,5$$

Вторая итерация

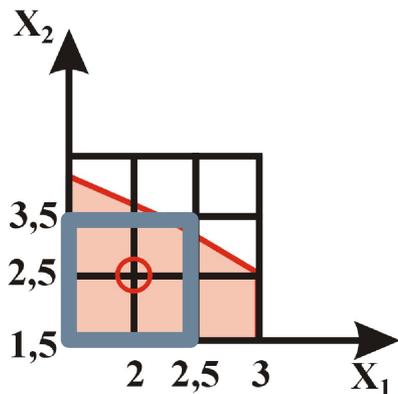


Рис. 2

$$2) (1,5; 4,5) = (2; 4,5) = (2,5; 4,5)$$

=

$$(3; 4,5) = (3,5; 2,5) = (3,5; 3) =$$

$$(1,5; 1,5) = 2,5; (1,5; 2,5) = 0,5;$$

$$(1,5; 3,5) = 0,5; (2; 1,5) = 2,25;$$

$$(2; 2,5) = 0,25; (2; 3,5) = 0,25; (2,5;$$

$$1,5) = 2,5;$$

$$(3; 1,5) = 3,25.$$

$$B_1 - A_1 = 2; B_2 - A_2 = 3$$

Третья итерация

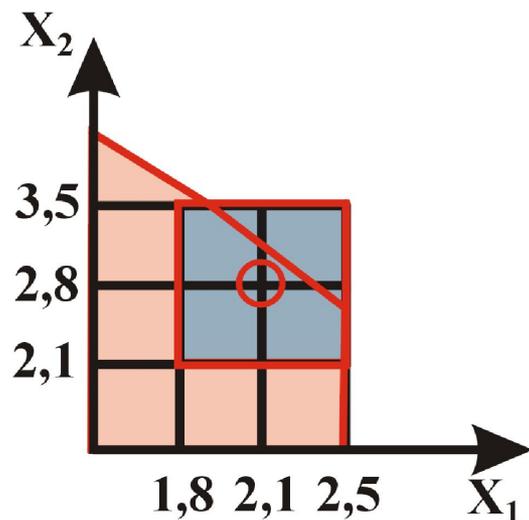


Рис. 3

3) $(2,16; 3,5) = (2,5; 3,5) = (2,5; 2,8) =$
 $(1,5; 1,5) = 2,5; (1,5; 2,1) = 1,25;$
 $(1,5; 2,8) = 0,5; (1,5; 3,5) = 0,5;$
 $(1,8; 1,5) = 2,3; (1,83; 2,1) = 0,72;$
 $(1,83; 2,83) = 0,05; (1,83; 3,5) = 0,27;$
 $(1,83; 2,83) = 0,05; (1,83; 3,5) = 0,27;$
 $(2,16; 1,5) = 2,27; (2,1; 2,1) = 0,72;$
 $(2,1; 2,8) = 0,05; (2,1; 3,5) = 0,27;$
 $(2,5; 1,5) = 2,5; (2,5; 2,1) = 0,94$

Четвертая итерация

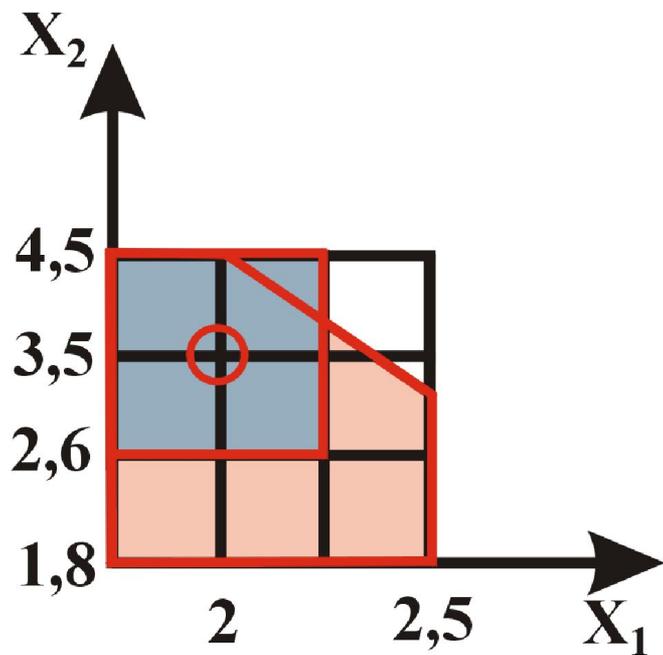


Рис. 4

4) $(2,5; 3,05) = (2,08; 3,5) = (2,29; 3,5) = (2,5; 3,5) = (1,88; 2,16) = 0,72;$

$(1,88; 2,6) = 0,169;$

$(1,88; 3,05) = 0,01; (1,88; 3,5) = 0,264;$

$(2,08; 2,16) = 0,71; (2,08; 2,9) = 0,16;$

$(2,08; 3,05) = 0,010; (2,08; 3,5) = 0,057;$

$(2,29; 2,16) = 0,79; (2,29; 2,6) = 0,84;$

$(2,29; 3,05) = 0,02; (2,2; 3,5) = 0,336;$

САМОСТОЯТЕЛЬНО

- Построить блок-схему алгоритма, реализующего метод решеток для n переменных.
- Определить достоинства и недостатки алгоритма.
- Решить следующую задачу методом решеток:
$$\begin{cases} |x_1 - 1| + |x_2 - 2| \rightarrow \min; \\ x_1^2 + x_2^2 \leq 4; \\ \forall i, 0 \leq x_i \leq 3 \end{cases}$$

при условии, что x_1 и x_2 определены с

Часть 2

Поиск решения методом Монте-Карло

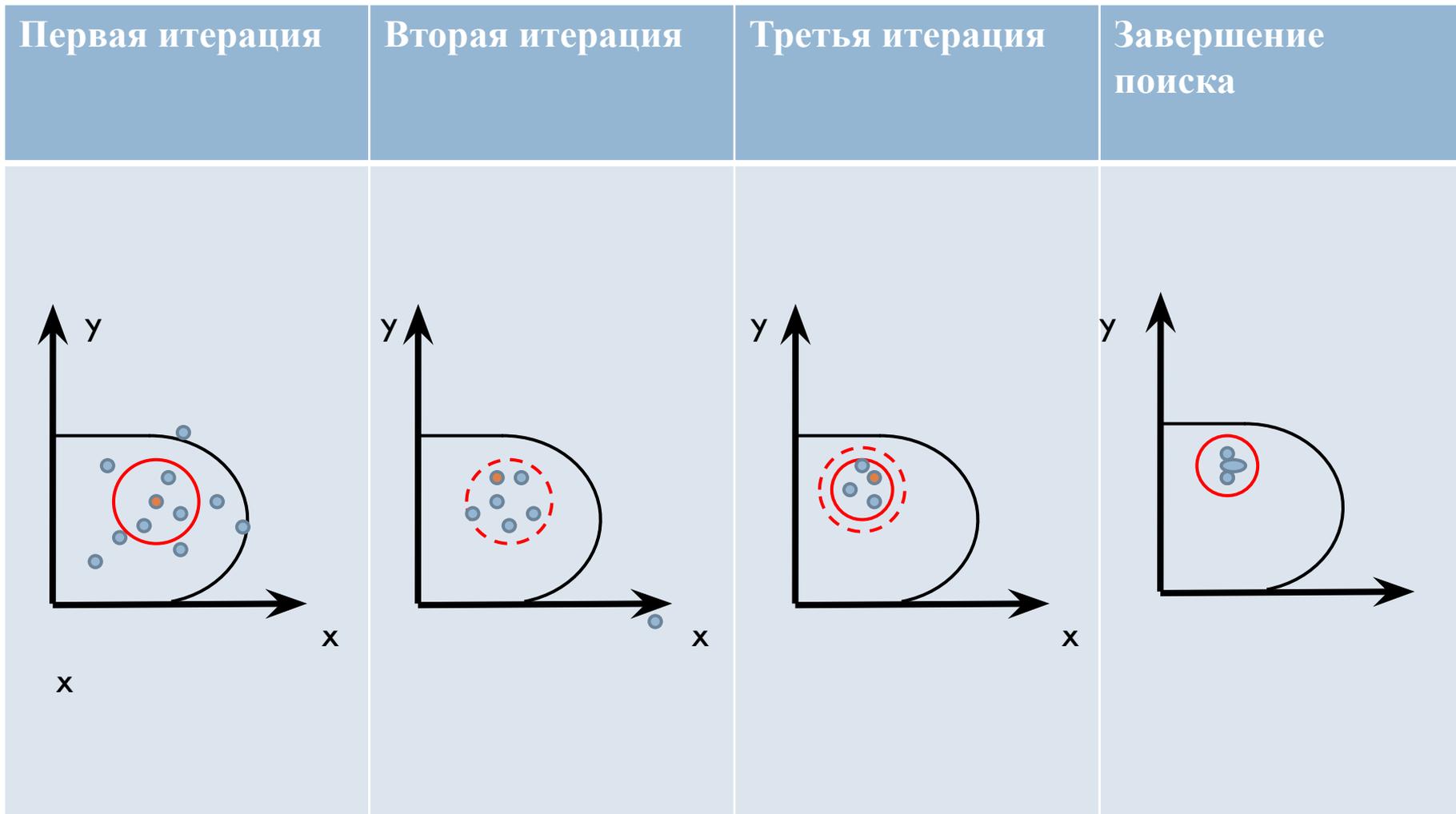
Суть метода Монте-Карло 1

- Применительно к решаемой задаче (1) возможно несколько реализаций метода Монте-Карло.
- Один из них заключается в последовательной генерации сочетаний «случайных» значений переменных в заданном диапазоне, причем для каждого такого сочетания проверяются ограничения и, если они выполняются, то вычисляется новое значение целевой функции, которое сравнивается с хранимым в памяти. Лучшее запоминается, худшее забывается. Поиск прекращается, если выполнено заданное число испытаний либо достигнута заданная точность вычислений.

Суть метода Монте-Карло 2

- 1. Реализуется метод Монте-Карло 1 для заданного числа испытаний n . Если достигнута требуемая точность, то перейти к последнему шагу, в противном случае – к шагу 2.**
- 2. Выбирается сочетание значений переменных с наилучшим значением целевой функции и определяется ε -окрестность этой точки. Перейти к шагу 1.**
- 3. Конец алгоритма.**

Графическая иллюстрация



САМОСТОЯТЕЛЬНО

- Построить блок-схемы первой и второй версий метода Монте-Карло.
- Оценить *a priori* достоинства и недостатки каждого метода.
- Решить задачу:
$$\begin{cases} (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 3)^2 \rightarrow \min; \\ x_1^2 + x_2^2 \leq 16; \\ \forall i, 0 \leq x_i \leq 4,5 \end{cases}$$
- при условии, что:
 - 1) используется генератор случайных чисел с равномерным распределением;
 - 2) число испытаний $n = 100$.