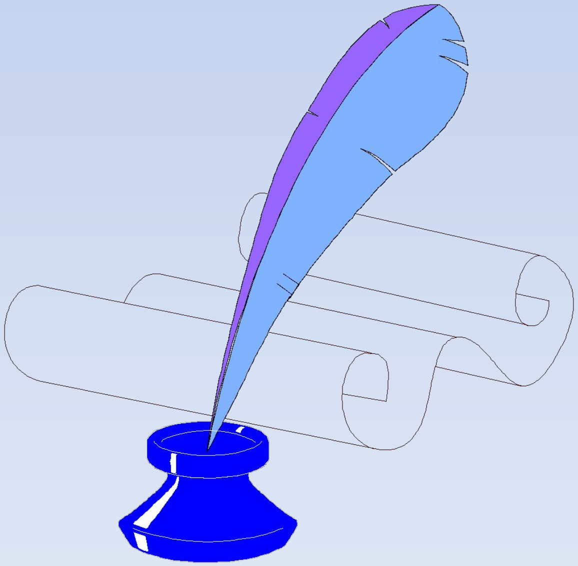
Решение тригонометрических уравнений

**« Пусть математика сложна,
Ее до края не познать,
Откроет двери всем она,
В них только надо
постучать»**



1. sin x=a
2. cos x=a
3. tgx = a
4. ctg x=a
5. sinx=-a
6. cosx = -a
7. tgx = -a

- A) $x = arctga + \pi k, k \in Z$
- B) $x = \pm(\pi - \arccos a) + \pi k, k \in Z$
- C) $x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in Z$
- D) $x = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in Z$
- F) $x = arcctga + \pi k, k \in Z$
- E) $x = (-1)^{k+1} \arcsin a + 2\pi k, k \in Z$
- K) $x = -arctga + \pi k, k \in Z$

1	2	3	4	5	6	7
C	D	A	F	E	B	K

$$\sin x = a$$

$$C.\ \ x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in Z$$

$$cosx = a$$

$$D.\ \ x = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in Z$$

$$tgx = a$$

$$A.\ \ x = arctga + \pi k, k \in Z$$

$$ctgx = a$$

$$F.x = arcctga + \pi k, k \in Z$$

$$\sin x = -a$$

$$E.\ \ x = (-1)^{k+1} \arcsin a + \pi k, k \in Z$$

$$cosx = -a$$

$$B.\ \ x = \pm(\pi - \arccos a) + 2\pi k, k \in Z$$

$$tgx = -a$$

$$K.x = -arctga + \pi k, k \in Z$$

Вычислить

$$а)\arccos\frac{1}{2}=$$

$$б)\arcsin(-\frac{\sqrt{2}}{2})=$$

$$в)\arccos(-\frac{1}{2})=$$

$$г)\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}=$$

$$д)\arccos(-\frac{\sqrt{2}}{2})=$$

$$е)arctg\sqrt{3}=$$

$$а)\arccos\frac{1}{2}=\frac{\pi}{3};$$

$$б)\arcsin(-\frac{\sqrt{2}}{2})=-\frac{\pi}{4};$$

$$в)\arccos(-\frac{1}{2})=\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{2\pi}{3};$$

$$г)\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\pi}{6};$$

$$д)\arccos(-\frac{\sqrt{2}}{2})=\frac{3\pi}{4}$$

$$е)arctg\sqrt{3}=\frac{\pi}{3};$$

$$д)\arccos(-\frac{\sqrt{2}}{2})=\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4};$$

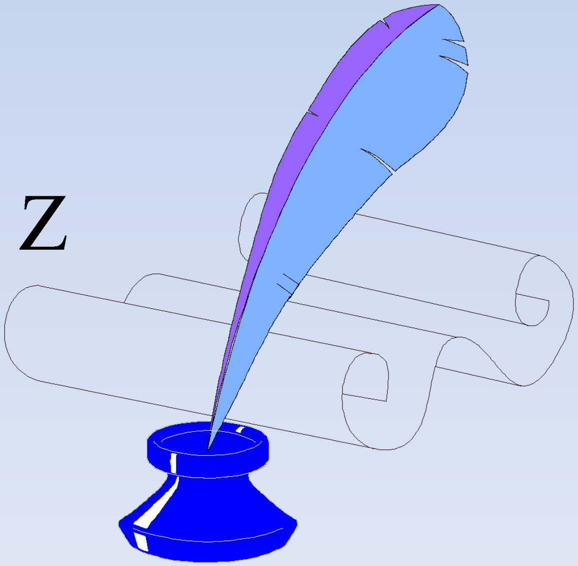
Частные случаи решения тригонометрических уравнений

1) $\sin x = 1$ $\quad x = \dfrac{\pi}{2} + 2\pi k, k - \textit{целое число}$

2) $\cos x = 0$ $\quad x = \dfrac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$

3) $\sin x = 0$ $\quad x = \pi k, k \in Z$

4) $\sin x = -1$ $\quad x = \dfrac{3\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$



Уравнения вида $a\sin^2x + b\sin x + c = 0$ и $a\cos^2x + b\cos x + c = 0$

Например: $2\sin^2x + \sin x - 1 = 0.$

Пусть $t = \sin x$

$2t^2 + t - 1 = 0$

$t_1 = \frac{1}{2}$ $t_2 = -1$

$\sin x = \frac{1}{2}$

$x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n, n \in z$

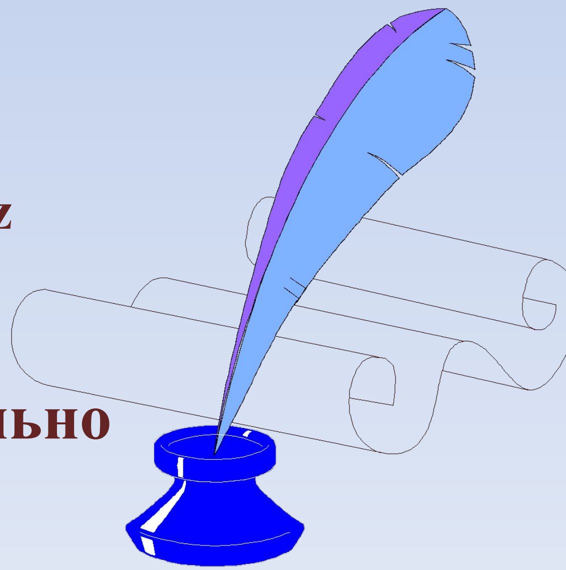
$x = (-1)^n \pi/6 + \pi n, n \in z$

$\sin x = -1$

$x = -\pi/2 + 2\pi k, k \in z.$

Ответ: $x = -\pi/2 + 2\pi k, k \in z;$ $x = (-1)^n \pi/6 + \pi n, n \in z$

Вывод: сводятся к квадратным относительно $t = \sin x$ и $t = \cos x$



Уравнения вида $a\sin^2x + b\cos^2x + c = 0$ и $a\cos^2x + b\sin^2x + c = 0$

Например: $2\cos^2x + 3\sin^2x + 2\cos x = 0$.

Заменим $\sin^2x = 1 - \cos^2x$

$2\cos^2x + 3(1 - \cos^2x) + 2\cos x = 0$

$\cos^2x - 2\cos x - 3 = 0$

Пусть $t=\cos x$

$t^2 - 2t - 3 = 0$

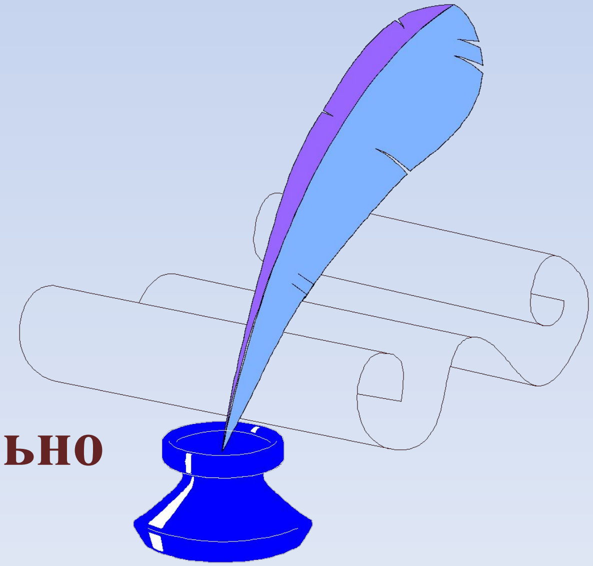
$t_1 = 3,\quad t_2 = -1$

$\cos x = 3$ не имеет решения, т.к. $3>1$

$\cos x = -1$

$x = \pi + 2\pi n,\ n \in z.$

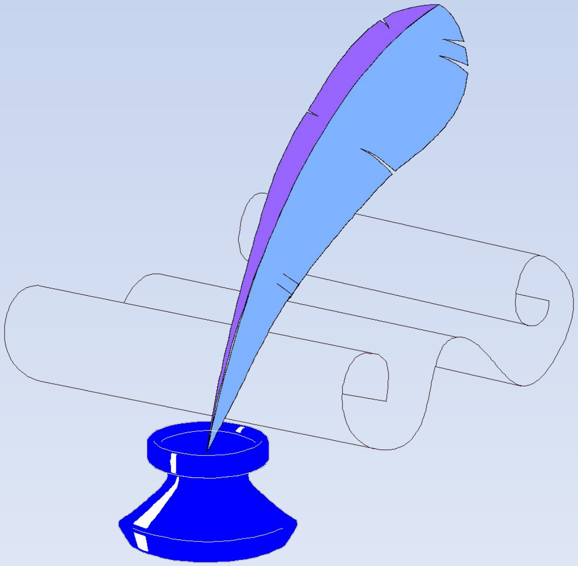
Ответ: $x = \pi + 2\pi n,\ n \in z.$



Вывод: сводятся к квадратным относительно $t=\cos x$ или $t=\sin x$

Рассмотрели первый метод решения тригонометрических уравнений

1. Сведение к квадратному уравнению.



1 вариант

$$2+2\cos^2 x = 2\sin x$$

Ответ:

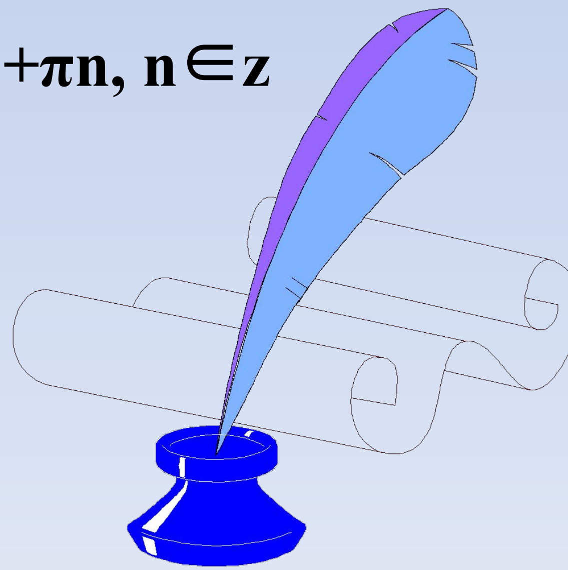
x= $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n\epsilon Z$

2 вариант

$$3\sin x = 2\cos^2 x$$

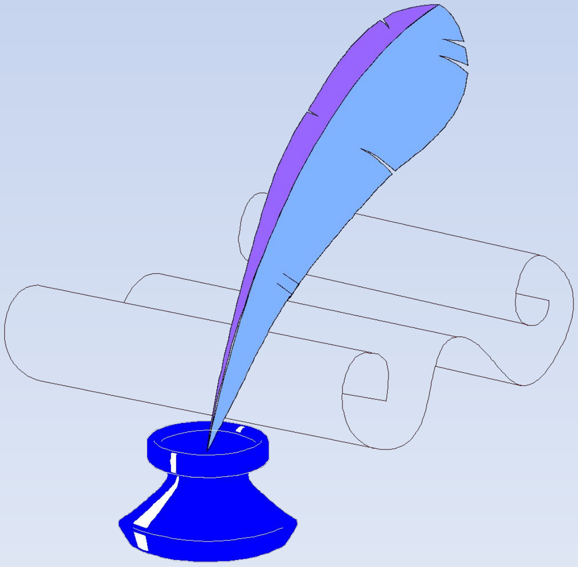
Ответ:

x= $(-1)^n \pi/6 + \pi n, n \in z$



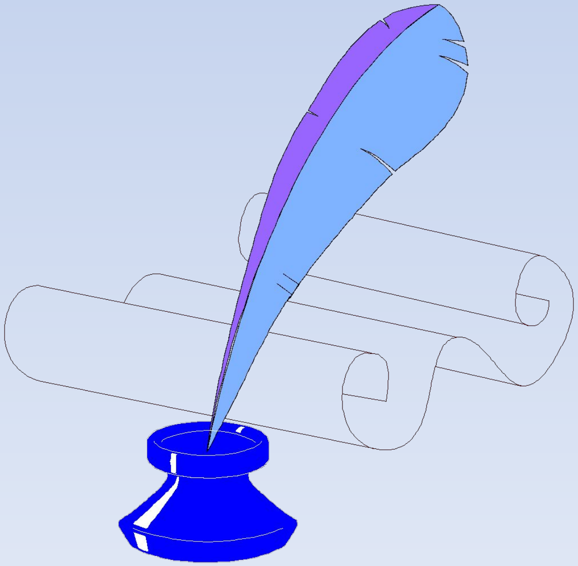
2. Решение однородных уравнений.

3. Решение уравнений разложением на множители.



Если вы хотите участвовать в большой жизни, то наполняйте свою голову математикой, пока есть к тому возможность. Она окажет вам потом огромную помощь во всей вашей работе.

(М.И. Калинин)



Спасибо за урок

Чердынцева Л.А., преподаватель математики ГБПОУ РХ ТКХиС