Другие варианты задач оптимизации

Задача оптимизации

В широком смысле общая задача оптимизации параметров систем автоматизации заключается в поиске экстремума критерия (целевой функции) при заданных ограничениях в виде равенств или неравенств.

Основные методы решения задач оптимизации

Для решения большинства оптимизационных задач используются следующие методы:

- Математическое программирование
- Линейное программирование
- Нелинейное программирование
- Дискретное программирование

Другие варианты задач оптимизации

Помимо основных вариантов решения задач оптимизации, существуют и другие варианты, такие как:

- Двоичные переменные
- Задачи с дискретными переменными
- Задача стохастического программирования
- Детерминированный эквивалент стохастической задачи
- Оптимизация при недетерминированных условиях

Двоичные переменные

Данный метод решает задачи, в которых искомые переменные могут принимать не любые целые значения, а только одно из двух: либо 0, либо 1

Например, если линия электропередачи входит в оптимальную электрическую сеть, то двоичная переменная, равна 1; если нет, то двоичная переменная равна 0.

Преимущество данного метода в том, что он позволяет накладывать на решаемую задачу целый ряд логических условий типа «если … , то …».

Варианты логических условий

Если в оптимальное решение должен входить один из двух вариантов, то сумма переменных:

$$\boxed{\delta_i + \delta_j = 1}$$

Если в оптимальное решение должны входить оба варианта, то сумма переменных:

$$\boxed{\delta_i + \delta_j = 2}$$

Если в оптимальное решение может входить или не входить, каждый из двух вариантов, то сумма переменных:

$$\boxed{\delta_i + \delta_j \geq 0}$$

Если при входе в оптимальное решение *i*–го варианта в это решение должен войти и *j*–й вариант, то:

$$\boxed{\delta_i = \delta_j.}$$

Задача стохастического программирования

Этот метод используется для решения оптимизационных задач со случайной исходной информацией.

Например, мощности нагрузок в системе электроснабжения можно считать случайными величинами.

В этом случае, при решении практических задач достаточно часто применяют нормальный стандартный закон распределения.

Задачи с целочисленными переменными

Пре решении оптимизационных задач все искомые переменные или их часть должны принимать только значения целых чисел.

Математическая модель таких задач аналогична линейным и нелинейным моделям и содержит целевую функцию, систему ограничений и граничные условия. Однако система ограничений дополняется ограничениями типа:

$$x_k \text{ – целое}, \quad k = 1, 2, \ldots l,$$

где l – количество целочисленных переменных, $l \le n$;
n – общее количество переменных.

Такие … личивают объём вычислений.

Например, в диапазоне: $\boxed{0 \leq x \leq 3}$

Целочисленная переменная x имеет 4 значения (x=0,1,2,3), а непрерывная переменная – бесконечное количество. Поэтому, попытка решить задачу путём полного перебора значений приведёт к большому объёму вычислений.

Один из вариантов решения такой задачи, это округлять непрерывные переменные до целых чисел как в большую, так и в меньшую сторону, но в этом случае решение может быть неоптимальным, либо даже недопустимым.

Задачи с дискретными переменными

В ряде практических оптимизационных задач заранее известен набор допустимых решений, из которых требуется выбрать оптимальное решение.

Например, компенсирующее устройство мощностью Q можно разместить в узлах 1, 2, …n системы электроснабжения. Необходимо выбрать оптимальный узел, который будет соответствовать выбранному критерию.

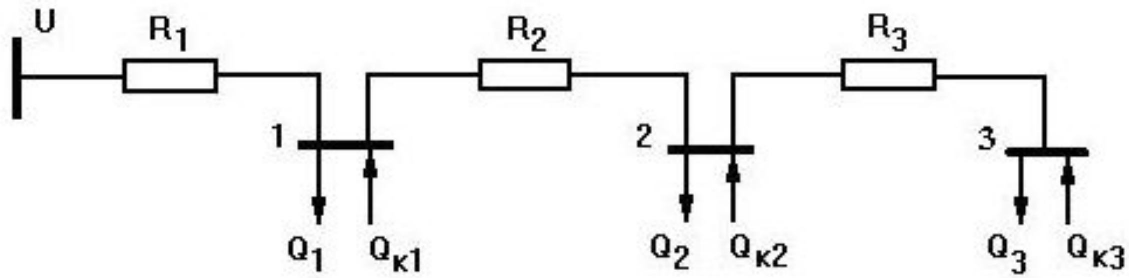
Пример

Составить математическую модель для определения в схеме электроснабжения оптимального узла установки компенсирующего устройства, заданной мощности. Критерий оптимальности - минимум потерь активной мощности в схеме.

Исходные данные:

Напряжение схемы	U= 10 кВ;
Сопротивления линий	$R1$=0,4,$R2$=0,5,$R3$=0,6 Ом;
Реактивная нагрузка узла 1	$Q1$=600 квар;
Реактивная нагрузка узла 2	$Q2$=500 квар;
Реактивная нагрузка узла 3	$Q3$=400 квар;
Мощность компенсирующего устройства	Qk =1000 квар

Решение



1. Обозначим переменными $Qk1$, $Qk2$ и $Qk3$ мощности компенсирующих устройств. Это дискретные переменные, каждая из которых может принимать два значения 0 или 1000 квар.

2. Каждой переменной $Qk1$, $Qk2$ и $Qk3$ поставим в соответствие двоичную переменную δ1, δ2 и δ3.

3. Целевая функция, представляющая собой потери мощности в схеме, будет иметь следующий вид:

$$\Delta P = a_1(Q_1 + Q_2 + Q_3 - Q_{k1}\delta_1 - Q_{k2}\delta_2 - Q_{k3}\delta_3)^2 + a_2(Q_2 + Q_3 - Q_{k2}\delta_2 - Q_{k3}\delta_3)^2 + a_3(Q_3 - Q_{k3}\delta_3)^2 \rightarrow \min,$$

4. Поскольку компенсирующее устройство может быть установлено только в одном узле, сумма двоичных переменных должна быть равна 1

$$\delta 1 + \delta 2 + \delta 3 = 1$$

5. Величина дискретной переменной Qki будет зависеть от значения соответствующей двоичной переменной δi. Переменная Qki =Qk при δi=1 и Qki = 0 при δi=0. Запишем эти условия:

$$Q_{k1} = Q_k\delta_1,$$
$$Q_{k2} = Q_k\delta_2,$$
$$Q_{k3} = Q_k\delta_3.$$

Граничные условия не записываем, поскольку имеем только двоичные и дискретные переменные.

6. Далее остаётся вычислительная процедура. Программное обеспечение Excel позволяет решать оптимизационные задачи с дискретными переменными.

Рабочее поле ввода исходной информации

	A	B	C	D	E	F
1	**Исходные данные**			**Переменные**		
2	Q1=	600		Qk1=	0	
3	Q2=	500		Qk2=	0	
4	Q3=	400		Qk3=	0	
5	a1=R1/U^2=	0,004		δ1=	0	
6	a2=R2/U^2=	0,005		δ2=	0	
7	a3=R3/U^2=	0,006		δ3=	0	
8	Qk=	1000				
9				**Целевая функция**		
10	**Лев. часть ограничений**			Z=	14010	
11	δ1+δ2+δ3=	0				
12	Qk*δ1-Qk1=	0				
13	Qk*δ2-Qk2=	0				
14	Qk*δ3-Qk3=	0				
15						

В ячейках *B*2…*B*8 находится числовая исходная информация. Искомые значения дискретных переменных *Q*k1,*Q*k2 ,*Qk3* и двоичных переменных δ1,δ2,δ3 находятся в ячейках *E*2…*E*7.

Целевая функция задачи

$$\Delta P = a_1(Q_1 + Q_2 + Q_3 - Q_{k1}\delta_1 - Q_{k2}\delta_2 - Q_{k3}\delta_3)^2 + a_2(Q_2 + Q_3 - Q_{k2}\delta_2 - Q_{k3}\delta_3)^2 + a_3(Q_3 - Q_{k3}\delta_3)^2,$$

где: a1 = R1/U^2 = 0.004;
a2 = R2/U^2 = 0.005;
a3 = R3/U^2 = 0.006.

Вводим выражение для вычисления значения этой целевой функции в ячейку *E*10.

В ячейки *B*11 …*B*14 вводятся выражения для вычисления левых частей ограничений:

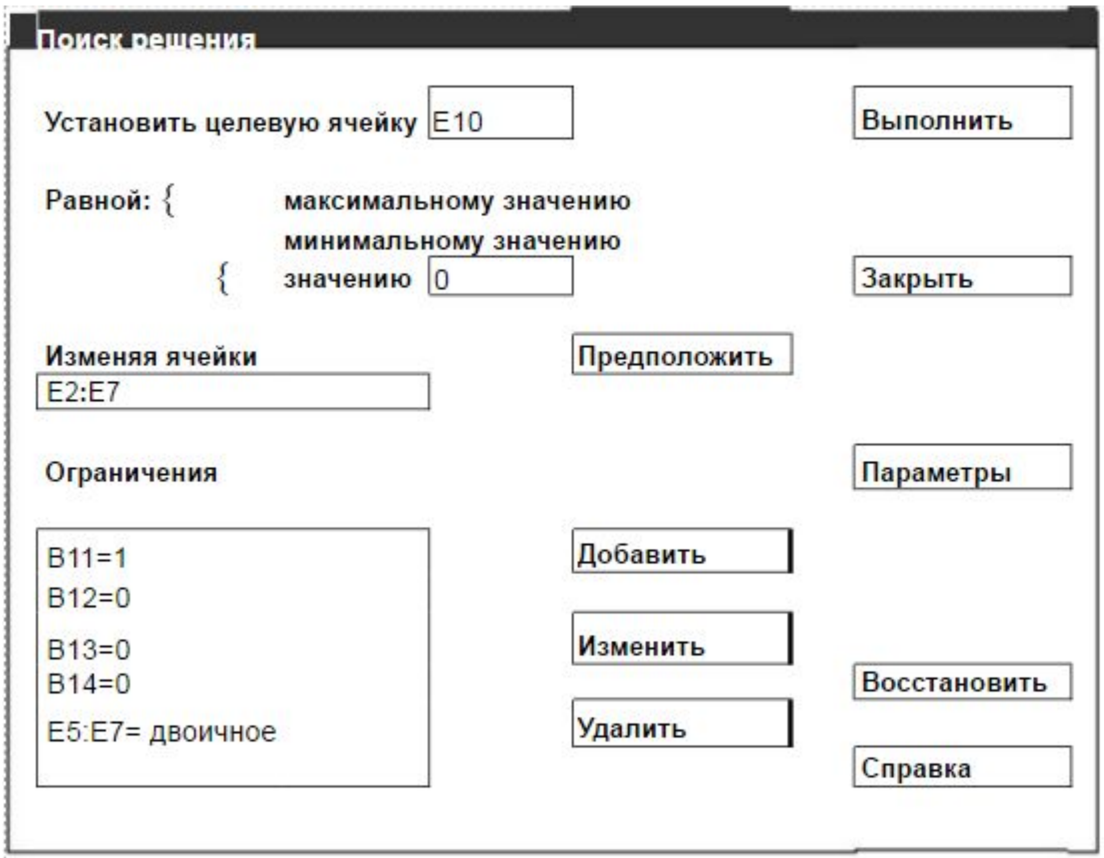
=*E*5+*E*6+*E*7;

=*B*8**E*5 -*E*2;

=*B*8**E*6 -*E*3;

=*B*8**E*7 - E4.

В диалоговом окне «Поиск решения»: устанавливается адрес ячейки целевой функции *E*10; отмечается, что ищется минимальное значение целевой функции; указываются адреса ячеек с искомыми переменными*E*2…*E*7. И ограничение вида *E*5:*E*7 = двоичное.



Результат решения дискретной задачи, выданный компьютером на рабочее поле

	A	B	C	D	E	F
1	**Исходные данные**			**Переменные**		
2	Q1=	600		Qk1=	0	
3	Q2=	500		Qk2=	1000	
4	Q3=	400		Qk3=	0	
5	$a1=R1/U^2=$	0,004		$\bar{\delta}$1=	0	
6	$a2=R2/U^2=$	0,005		$\bar{\delta}$2=	1	
7	$a3=R3/U^2=$	0,006		$\bar{\delta}$3=	0	
8	Qk=	1000				
9				**Целевая функция**		
10	**Лев. часть ограничений**			Z=	2010,0	
11	$\bar{\delta}$1+$\bar{\delta}$2+$\bar{\delta}$3=	1				
12	Qk*$\bar{\delta}$1-Qk1=	0				
13	Qk*$\bar{\delta}$2-Qk2=	0				
14	Qk*$\bar{\delta}$3-Qk3=	0				
15						

Таким образом, для обеспечения минимальных потерь мощности компенсирующее устройство мощностью 1000 квар следует установить в узле 2 схемы электроснабжения.

Спасибо за внимание!