

Вычисление НОД

НОД = наибольший общий делитель двух натуральных чисел – это наибольшее число, на которое оба исходных числа делятся без остатка.

Перебор:

1. Записать в переменную k минимальное из двух чисел.
2. Если a и b без остатка делятся на k , то стоп.
3. Уменьшить k на 1.
4. Перейти к шагу 2.



Где будет НОД?



Почему алгоритм обязательно закончится?

это цикл с условием!

Алгоритм Евклида

Надо: вычислить наибольший общий делитель (НОД) чисел a и b .

Заменяем большее из двух чисел **разностью** большего и меньшего до тех пор, пока они не станут равны. Это и есть НОД.

$$\begin{aligned}\text{НОД}(a, b) &= \text{НОД}(a-b, b) \\ &= \text{НОД}(a, b-a)\end{aligned}$$



Евклид
(365-300 до. н. э.)

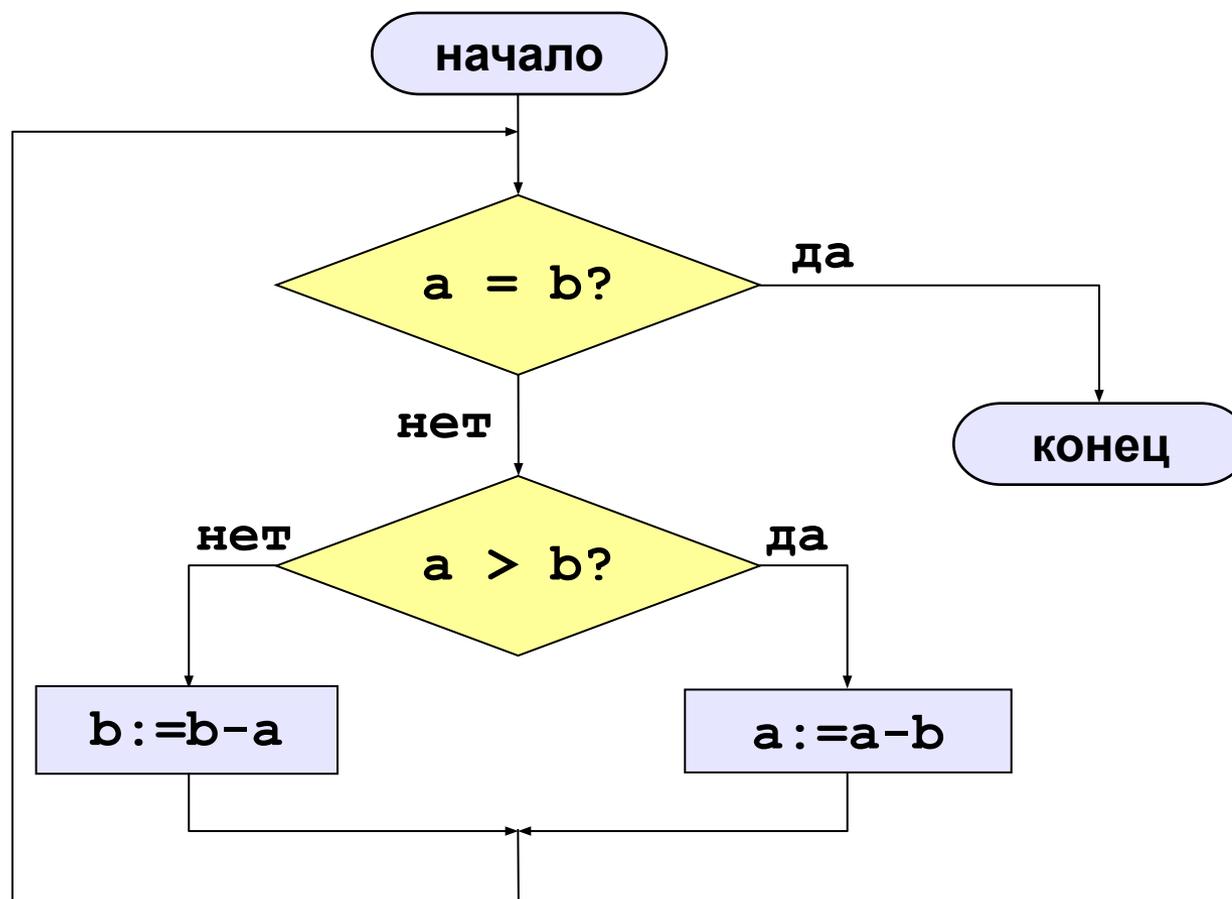
Пример:

$$\begin{aligned}\text{НОД}(14, 21) &= \text{НОД}(14, 21-14) = \text{НОД}(14, 7) \\ &= \text{НОД}(7, 7) = 7\end{aligned}$$

⊖ много шагов при большой разнице чисел:

$$\text{НОД}(1998, 2) = \text{НОД}(1996, 2) = \dots = 2$$

Блок-схема алгоритма



Алгоритм Евклида

```
нц пока  $a \neq b$   
  если  $a > b$   
    то  $a := a - b$   
  иначе  $b := b - a$   
все  
кц
```



Где будет НОД? Как его вывести?



Как вывести НОД в формате $\text{НОД}(14,21) = 7$?



А без дополнительных переменных?

Модифицированный алгоритм Евклида

Заменяем большее из двух чисел **остатком от деления** большего на меньшее до тех пор, пока меньшее не станет равно нулю. Тогда большее — это НОД.

$$\begin{aligned}\text{НОД}(a, b) &= \text{НОД}(\text{mod}(a, b), b) \\ &= \text{НОД}(a, \text{mod}(b, a))\end{aligned}$$

Пример:

$$\text{НОД}(14, 21) = \text{НОД}(14, 7) = \text{НОД}(0, 7) =$$

Еще ⁷ один вариант:

$$\text{НОД}(2 \cdot a, 2 \cdot b) = 2 \cdot \text{НОД}(a, b)$$

$$\text{НОД}(2 \cdot a, b) = \text{НОД}(a, b) \quad | \quad \text{при нечетном } b$$