

**Обобщающий урок по
теме: «Показательные
неравенства»**

**выполнила
учитель математики
МБОУ СОШ №76 п. Гигант
Коваль Н.М.**

Показательные неравенства

Определение

Простейшие
неравенства

Решение неравенств

Определение

Показательные неравенства –

это неравенства, в которых

неизвестное содержится в

показателе степени.

Примеры: $3^x \leq 9;$ $2^x + 5 \cdot 2^{x+1} > 11$

Виды неравенств

- Линейное нер-во
- $2x+7>0$
- $-8x+4<0$
- Квадратное нер-во
- $x^2-4x+3>0$

Простейшие показательные неравенства – это неравенства вида:

$$a^x > a^b$$

$$a^x \geq a^b$$

$$a^x < a^b$$

$$a^x \leq a^b$$

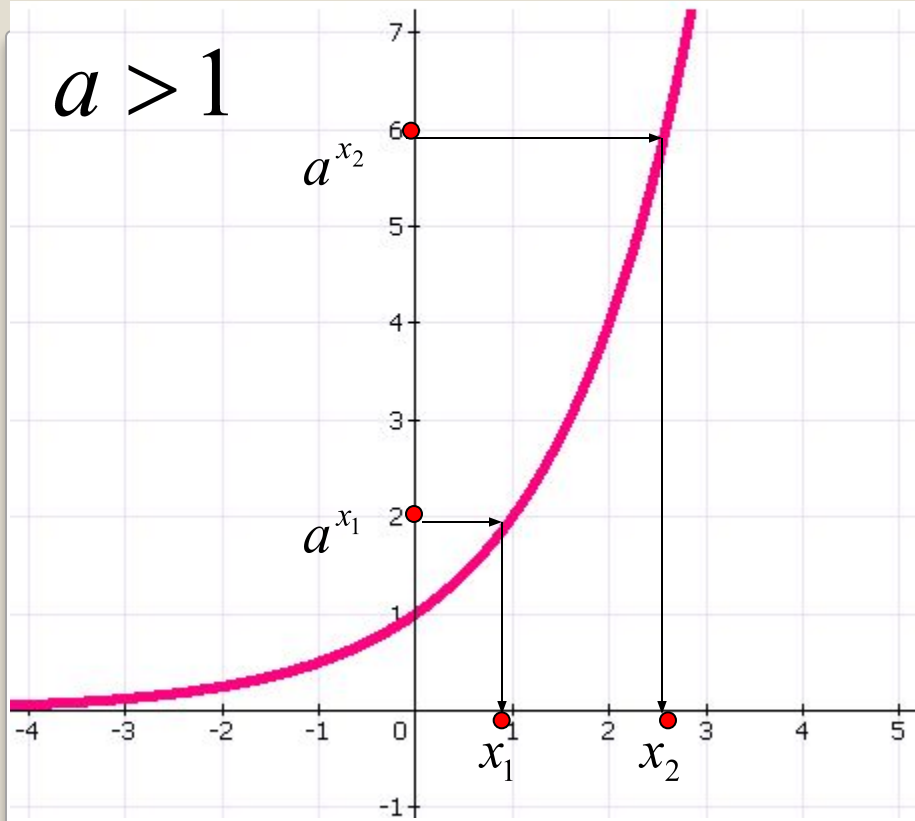
где $a > 0$, $a \neq 1$, b – любое число.

При решении **простейших** неравенств используют свойства возрастания или убывания показательной функции.

$$\left. \begin{array}{l} a^x > a^b \\ a > 1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow x > b$$

$$\left. \begin{array}{l} a^x > a^b \\ 0 < a < 1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow x < b$$

$$a > 1$$

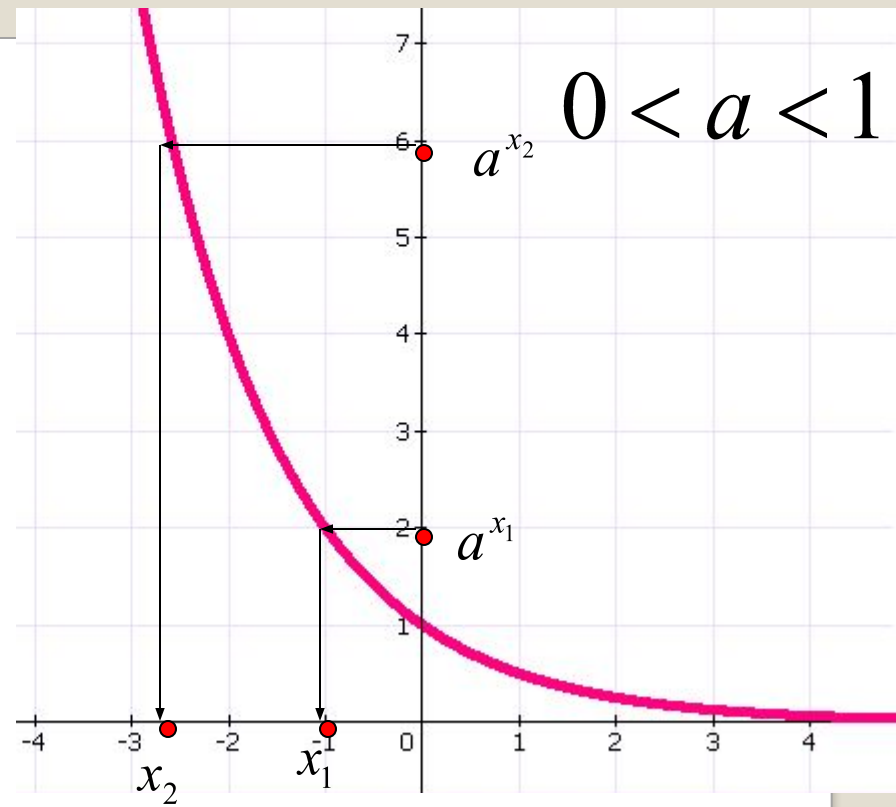


$$a^{x_1} < a^{x_2}$$

$$x_1 < x_2$$

$$y = a^x$$

$$0 < a < 1$$



$$a^{x_1} < a^{x_2}$$

$$x_1 > x_2$$

Какие из перечисленных функций являются возрастающими, а какие убывающими?

1) $y = 5^x$ *возрастающая, т.к. $5 > 1$*

2) $y = 0,5^x$ *убывающая, т.к. $0 < 0,5 < 1$*

3) $y = 10^x$ *возрастающая, т.к. $10 > 1$*

4) $y = \pi^x$ *возрастающая, т.к. $\pi > 1$*

Какие из функций являются возрастающими, а какие убывающими?

$$5) y = \left(\frac{2}{3}\right)^x \quad \text{убывающая, т.к. } 0 < \frac{2}{3} < 1$$

$$6) y = 49^{-x} \quad \text{убывающая, т.к. } 49^{-1} = \frac{1}{49} \text{ и } 0 < \frac{1}{49} < 1$$

При $a > 1$ функция возрастает

$$a^x < a^{x_0}$$

$$a^x > a^{x_0}$$

$$x < x_0$$

$$x > x_0$$

При $0 < a < 1$ функция убывает

$$a^x < a^{x_0}$$

$$a^x > a^{x_0}$$

$$x > x_0$$

$$x < x_0$$

Решения показательных неравенств:

- 1. Способ Уравнивание оснований правой
и левой части**

Решите неравенство:

$$3^x > 81$$

$$3^x > 3^4$$

т.к. $3 > 1$, то функция $y = 3^x$ возрастающая

$$\underline{x > 4}$$

$$x \in (4; +\infty)$$

Решите неравенство:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

т.к. $0 < \frac{1}{2} < 1$, то функция $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ убывающая

$$x \leq \frac{3}{2}$$

$$x \in \left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$$

Решите неравенство:

$$2^{3x} \geq \frac{1}{2};$$

$$2^{3x} \geq 2^{-1};$$

т.к. основание $2 > 1$, то функция возрастающая

$$3x \geq -1;$$

$$\underline{x \geq -\frac{1}{3};}$$

$$x \in \left[-\frac{1}{3}; +\infty \right)$$

Показательные неравенства

- Простейшие показательные неравенства
- Неравенства, решаемые вынесением за скобки степени с меньшим показателем
- Неравенства, решаемые введением новой переменной

Простейшие показательные неравенства

$$1). \quad 3^x > 9 \Leftrightarrow 3^x > 3^2 \Leftrightarrow x > 2$$

Ответ: $x > 2$.

$$2). \quad \left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow x < 2$$

Ответ: $x < 2$.

Решение

показательных неравенств

Способ 2: Вынесение за скобки степени с меньшим показателем

$$3^{x-3} + \frac{1}{3} \cdot 3^x > 10$$

$$3^{x-3} \left(1 + \frac{1}{3} \cdot 3^3\right) > 10$$

$$3^{x-3} (1 + 9) > 10$$

$$3^{x-3} \cdot 10 > 10 \quad | : 10$$

$$3^{x-3} > 1$$

$$3^{x-3} > 3^0$$

$3 > 1$, то $x - 3 > 0$

$$x > 3.$$

Ответ: $x > 3$

Решение показательных

неравенств

Способ 3: введение новой переменной

$$9^x - 10 \cdot 3^x < -9$$

$$3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 9 < 0$$

$$3^x = t \quad (t > 0)$$

$$t^2 - 10t + 9 < 0$$

$$D = 10^2 - 4 \cdot 9 = 100 - 36 = 64 = 8^2$$

$$t_1 = \frac{10+8}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

$$t_2 = \frac{10-8}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$(t-9)(t-1) < 0$$



$$1 < t < 9$$

$$1 < 3^x < 9$$

$$3^x < 3^2; \quad 3^x > 3^0;$$
$$x < 2 \quad \quad \quad x > 0.$$

3 > 1, то

Ответ: $x < 2$. $x > 0$

Решить самостоятельно

- Работа по вариантам, на индивидуальных карточках .