

*** Введение в теорию
графов.**

**Способы представления
ориентированных и
неориентированных
графов**

Лекция 22

* Основные понятия и определения

Граф G определяется двумя множествами - множеством вершин V и множеством пар вершин E . Пишут $G=(V, E)$. Будем также использовать обозначения $|V| = n$ и $|E| = m$.

Если пара вершин неупорядочена, то ее принято называть *ребром*. Если упорядочена - *дугой*.

Граф, состоящий только из ребер называется *неориентированным графом*. Граф, содержащий только дуги - *ориентированным графом* или *орграфом*.

Две вершины x и y , соединенные ребром (x, y) , называют *смежными вершинами*. Если вершины соединены дугой (x,y) , то вершина x смежна вершине y , а обратной смежности нет.

Два ребра называют *смежными ребрами*, если они имеют общую вершину.

Ребро и любая из двух его вершин называются *инцидентными*.

Любому ребру или вершине графа может быть присвоен вес, такой граф называется *взвешенным*.

Вес вершины - число, которое характеризует вершину, *вес ребра* - число, характеризующее отношение между двумя вершинами.

Например, для графа автомобильных дорог вес ребра может означать длину дороги от одного города до другого.

Граф называется *связным*, если между любой парой вершин графа существует как минимум один путь.

* Способы представления графа в памяти

- Матрица инцидентности
- Матрица смежности
- Список пар вершин, соответствующих ребрам графа
- Списки инцидентности

В теории графов классическим способом представления графа служит **матрица инцидентности**.

Это матрица A с n строками, соответствующими вершинам, и m столбцами, соответствующими ребрам. Для ориентированного графа столбец, соответствующий дуге (x, y) содержит 1 в строке, соответствующей вершине x , -1 в строке, соответствующей вершине y , и нули во всех остальных строках. В случае неориентированного графа столбец, соответствующий ребру $\{x, y\}$, содержит 1 в строках, соответствующих x и y , и нули в остальных строках.

Этот способ один из самых худших способов представления графов с алгоритмической точки зрения. Он требует $n \cdot m$ ячеек памяти, причем большинство этих ячеек занято нулями. Неудобен также доступ к информации.

Матрица инцидентности лучше всего подходит для операции «перечисление ребер, инцидентных вершине x ».

Лучшим способом представления графа является **матрица смежности**, определяемая как матрица $V = [b_{ij}]$ размера $n \times n$, где $b_{ij} = 1$, если существует ребро, идущее из вершины x в вершину y , $b_{ij} = 0$ в противном случае. Если граф взвешенный, то вместо 1 в матрице ставится вес ребра, идущего из вершины i в вершину j .

Здесь мы подразумеваем, что ребро $\{x, y\}$ неориентированного графа идет как от x к y , так и от y к x , так что матрица смежности такого графа всегда является симметричной.

Недостатком является тот факт, что независимо от числа ребер объем занятой памяти составляет n^2 .

Этот способ хорош, когда нам надо проверять смежность или находить вес ребра по двум заданным вершинам.

Более экономным в отношении памяти (особенно в случае, неплотных графов, когда m гораздо меньше n^2) является метод представления графа с помощью **списка пар, соответствующих его ребрам.**

Пара соответствует дуге $\langle x, y \rangle$, если граф ориентированный, и ребру $\{x, y\}$ в случае неориентированного графа. Очевидно, что объем памяти в этом случае составляет $2m$.

Неудобством является большое число шагов, необходимое для получения множества вершин, к которым ведут ребра из данной вершины.

Ситуацию можно значительно улучшить, упорядочив множество пар лексикографически и применяя двоичный поиск, но лучшим решением во многих случаях оказывается структура данных, которая называется **СПИСКАМИ ИНЦИДЕНТНОСТИ**.

Она содержит для каждой вершины v список вершин u , таких, что v смежно с u . Каждый элемент такого списка является записью, содержащей вершину и указатель на следующую запись в списке.

* Домашнее задание

1. Составить опорный конспект лекции по теме «Введение в теорию графов. Способы представления ориентированных и неориентированных графов» на основе презентации.
2. Комбинаторика для программистов. Липский В. М.: «Мир», 1988, стр. 79-83.