

Современные аспекты линейного кодирования

Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна



Актуальность

Линейное кодирование позволяет:

- Конкретизировать информацию;
- Выбирать оптимальные решения;
- Обеспечить надежность передачи информации по каналам связи;
- согласование параметров передаваемой информации с особенностями канала связи;



Цель

- Изучение современных аспектов линейного кодирования



Задачи


- Дать определение линейному кодированию;
- Изучить его параметры и свойства;
- Разобрать методы его осуществления;



Введение

В связи с появлением современных технологий и средствами передачи информации, возрастающим объемом потоком данных появилась необходимость кодирования информации.

Кодирование изучает, как лучше упаковать данные, чтобы после передачи сигнала можно было надежно и просто выделить полезную информацию из них.



Помехоустойчивые коды и их применение

- Помехоустойчивые коды – это коды, позволяющие обнаруживать и исправлять ошибки в кодовых словах, которые возникают при передаче по каналам связи.



Помехоустойчивые коды и их применение

- Применение помехоустойчивых кодов для повышения верности передачи данных связано с решением задач кодирования и декодирования.

Помехоустойчивые коды и их применение

□ Кодирование:

СООБЩЕНИЕ → ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ КОДОВ

□ Декодирование:

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ КОДОВ → СООБЩЕНИЕ

Основные параметры помехоустойчивых кодов

Основные параметры помехоустойчивых кодов следующие:

- n – общее число элементов кодовой комбинации;
- k – количество информационных элементов;
- r – количество проверочных разрядов кодовой комбинации $r = n - k$;
- d_0 – кодовое расстояние Хэмминга;
- R – скорость кода $R = \frac{r}{n}$. Характеризует качество кода;
- D_k – избыточность кода;
- p_{00} – вероятность обнаружения ошибки (искажения);
- $p_{н0}$ – вероятность не обнаружения ошибки (искажения);

Классификация помехоустойчивых кодов

Рисунок 1 – классификация помехоустойчивых кодов



Линейные коды. Параметры и свойства

Линейные коды – это коды, в которых проверочные символы представляют собой линейные комбинации информационных символов. Для двоичных кодов в качестве линейной операции используют сложение по модулю 2.


$$0 \oplus 0 = 0; 0 \oplus 1 = 1; 1 \oplus 0 = 1; 1 \oplus 1 = 0.$$

Линейные коды. Параметры и свойства

Кодовый вектор \rightarrow 1 и 0

Вес кодового вектора (кодовой комбинации) равен его числу ненулевых компонентов.


Расстояние между двумя кодовыми векторами равно весу вектора, полученного в результате сложения исходных векторов по модулю 2.



Линейные коды. Параметры и свойства

Преимущество линейного кодирования: благодаря линейности для запоминания или перечисления всех кодовых слов достаточно хранить в памяти кодера или декодера существенно меньшую их часть.

Недостаток: линейные коды хорошо справляются с редкими, но большими пачками ошибок, их эффективность при частых, но небольших ошибках менее высока.



Линейные коды. Параметры и свойства

Применение:

- в системах цифровой связи, в том числе: спутниковой, радиорелейной, сотовой, передаче данных по телефонным каналам;
- в системах хранения информации, в том числе магнитных и оптических;
- в сетевых протоколах различных уровней;



Код Шеннона-Фано

Алгоритм Шеннона — Фано — один из первых алгоритмов сжатия.

Алгоритм префиксные, то есть никакое кодовое слово не является началом любого другого. Это свойство позволяет однозначно декодировать любую последовательность кодовых слов.

Код Шеннона-Фано

a_i	$p(a_i)$	1	2	3	4	Итого
a_1	0.36	0	00			00
a_2	0.18		01			01
a_3	0.18	1	10			10
a_4	0.12		11	110		110
a_5	0.09			111	1110	1110
a_6	0.07		1111		1111	

Рисунок 2 - Пример построения кодовой схемы для шести символов $a_1 - a_6$ и вероятностей p_i

Код Шеннона-Фано

Исходные символы:

- A (частота встречаемости 50)
- B (частота встречаемости 39)
- C (частота встречаемости 18)
- D (частота встречаемости 49)
- E (частота встречаемости 35)
- F (частота встречаемости 24)

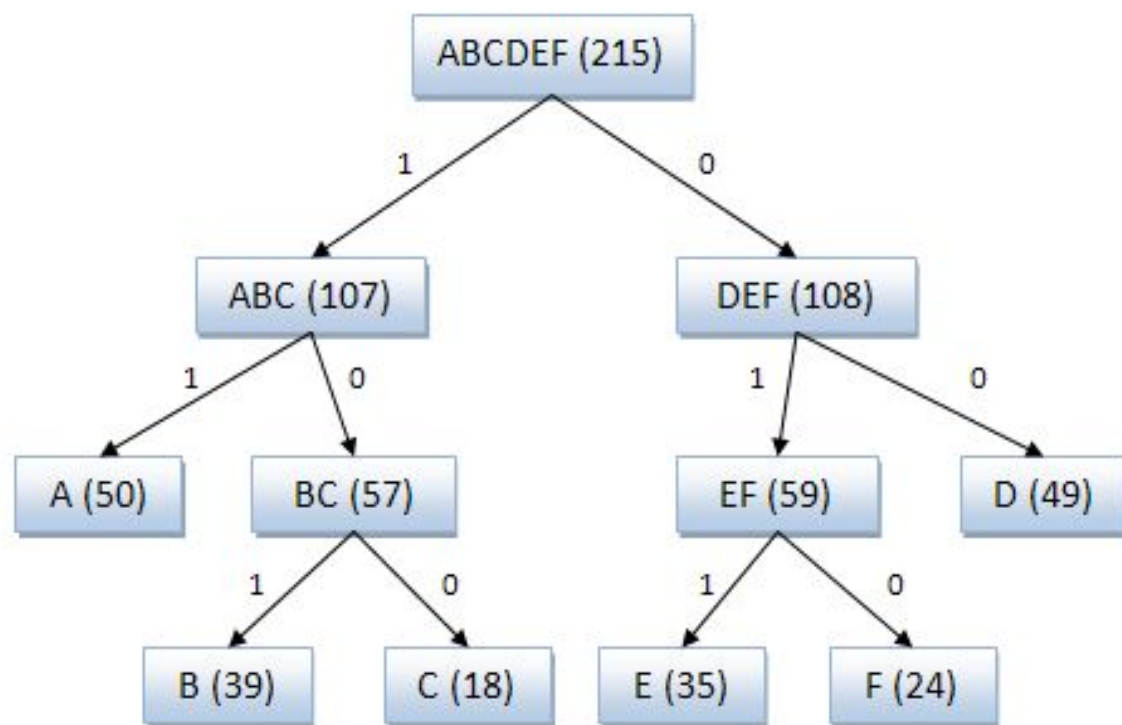


Рисунок 3 – Пример кодового дерева



Код Хаффмана

- Алгоритм Хаффмана — жадный алгоритм оптимального префиксного кодирования алфавита с минимальной избыточностью.
- Этот метод кодирования состоит из двух основных этапов:
 - 1) Построение оптимального кодового дерева.
 - 2) Построение отображения код-символ на основе построенного дерева.

Код Хаффмана

□ Таблица 1 – исходные данные

Символы	Вероятности
a_1	0,2
a_2	0,07
a_3	0,3
a_4	0,03
a_5	0,4

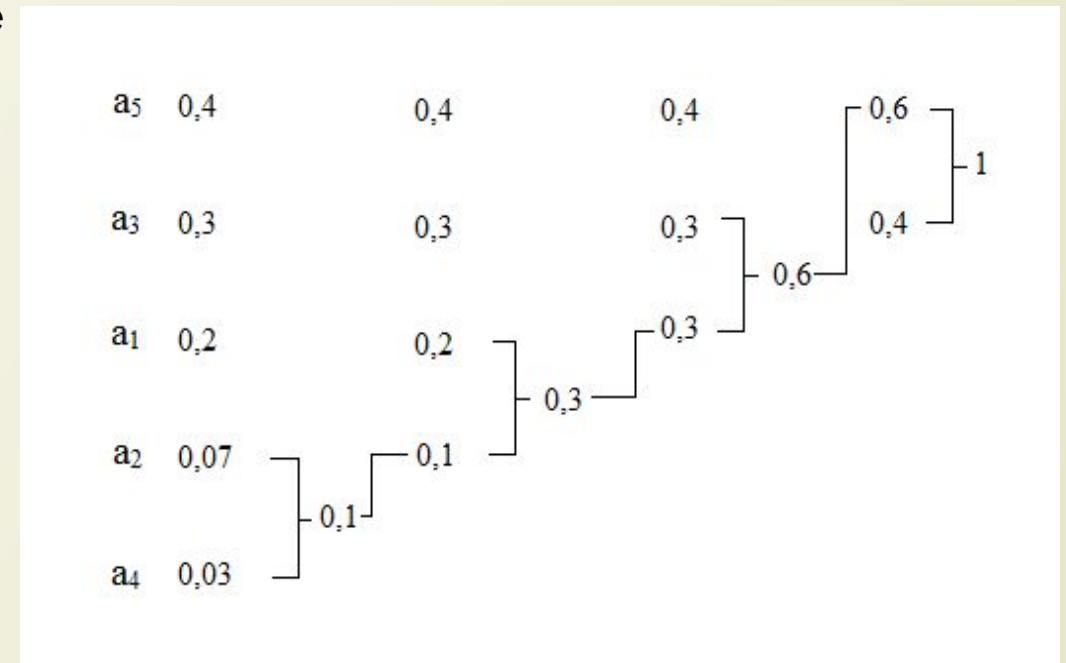


Рисунок 4 – Код Хаффмана

□ Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

Код Хаффмана

Теперь строим дерево кода Хаффмана:

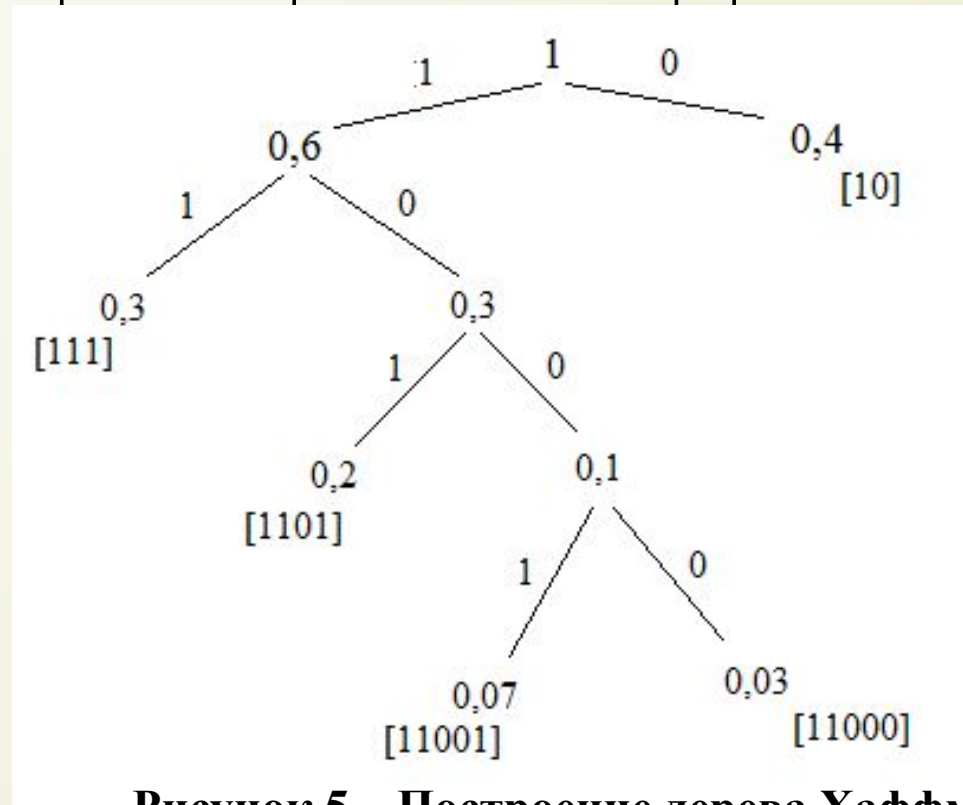


Рисунок 5 – Построение дерева Хаффмана

Код Хэмминга

- Коды Хэмминга — вероятно, наиболее известный из первых самоконтролирующихся и самокорректирующихся кодов. Позволяет исправлять одиночную ошибку и находить двойную.

$t_{об}$ — обнаруживающая способность, т.е. сколько ошибок может обнаружить;

$t_{и}$ — исправляющая способность, т.е. сколько ошибок может исправить;

Код Хэмминга

□ $t_{об} = d_0 - 1$

$$t_{н} = \begin{cases} \frac{d_0 - 1}{2}, & \text{где } d_0 \text{ — нечетная} \\ \frac{d_0}{2}, & \text{где } d_0 \text{ — четная} \end{cases}$$

Рассмотрим правила построения кода Хэмминга при $K=16$ и $d_0=3$:

Определяем количество информационных разрядов из общего количества числа сообщений.

$$k = \log_2 K = \log_2 16 = 4$$

Код Хэмминга

▣ Строим производящую матрицу:

Строим единичную матрицу размером $k \times k$

$$G = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Рисунок 6 – единичная матрица размером 4×4

Код Хэмминга

К информационным элементам дописываем проверочные по следующим правилам:

- число единиц дописываемых разрядов должно быть не менее d_0-1
(«1» $\geq d_0-1$)

- разница между дописываемыми строками должно быть не менее, чем d_0-2 («d» $\geq d_0-2$)

□ «1» $\geq 3-1 = 2$

□ «d» $\geq 3-2 = 1$

Код Хэмминга

$$G = \begin{array}{c|cccc|cccc} & a1 & a2 & a3 & a4 & a5 & a6 & a7 \\ \hline & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$n = k+r = 7$$

$$k = 4$$

$$r = 3$$

Рисунок 7 – производящая матрица

Код Хэмминга

□ Правила формирования проверочной матрицы:

- 1) Транспонируем дописанную подматрицу производящей матрицы;
- 2) Дописываем к транспонированной подматрицы единичной матрицы $r \times r$

$$H = \begin{array}{c|cccc|cccc} & a1 & a2 & a3 & a4 & a5 & a6 & a7 \\ \hline & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Рисунок 8 – проверочная матрица

Код Хэмминга

1) Если на месте проверочного элемента проверочной матрицы стоит 1, то этот проверочный элемент будет равен сумме тех информационных элементов, на местах которых в этой строке проверочной матрицы стоят единицы.

□ Проверочные элементы формируются в проверочной матрице, но работают только для производящей:

$$a_5 = a_1 \oplus a_2 \oplus a_3;$$

$$a_6 = a_1 \oplus a_2 \oplus a_4;$$

$$a_7 = a_2 \oplus a_3 \oplus a_4;$$

Код Хэмминга

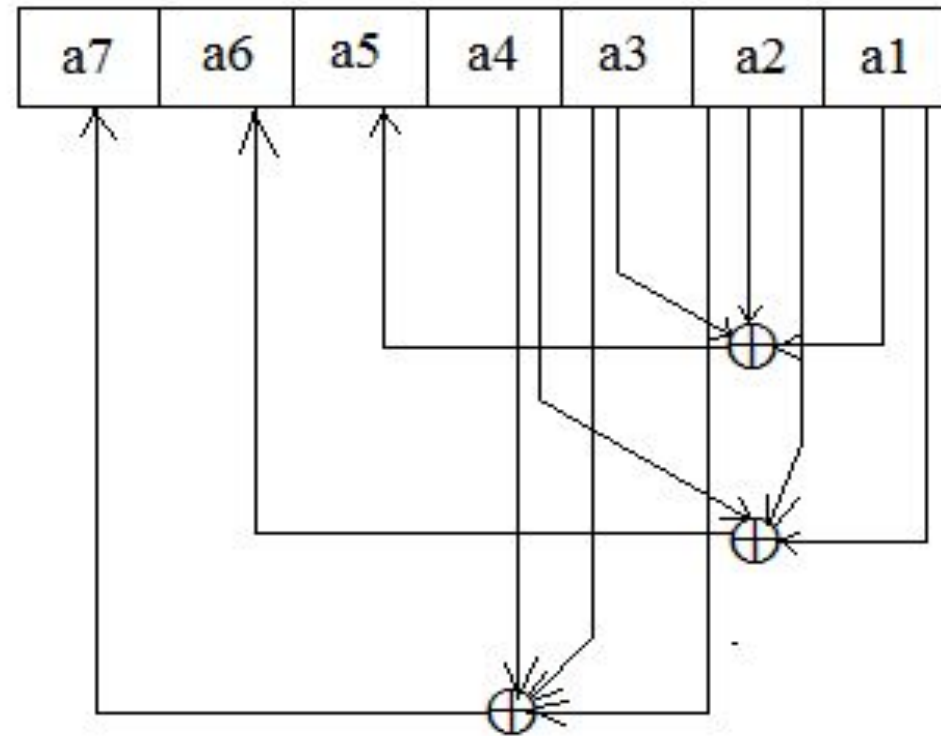


Рисунок 9 - Кодер

Код Хэмминга

- При декодировании определяют синдром ошибки.
- Каждый элемент синдрома определяется как сумма не нулевых элементов в соответствующей строке проверочной матрицы.

$$b_1 = a_1 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus a_5$$

$$b_2 = a_1 \oplus a_2 \oplus a_4 \oplus a_6$$

$$b_3 = a_2 \oplus a_3 \oplus a_4 \oplus a_7$$

Код Хэмминга

□ Кодовая комбинация – 1010101

$$\begin{aligned} b_1 &= 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1 \\ b_2 &= 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1 \\ b_3 &= 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0 \end{aligned}$$



Синдром смотреть в проверочной матрице H

Ошибка в первом элементе a_1

Код Хэмминга

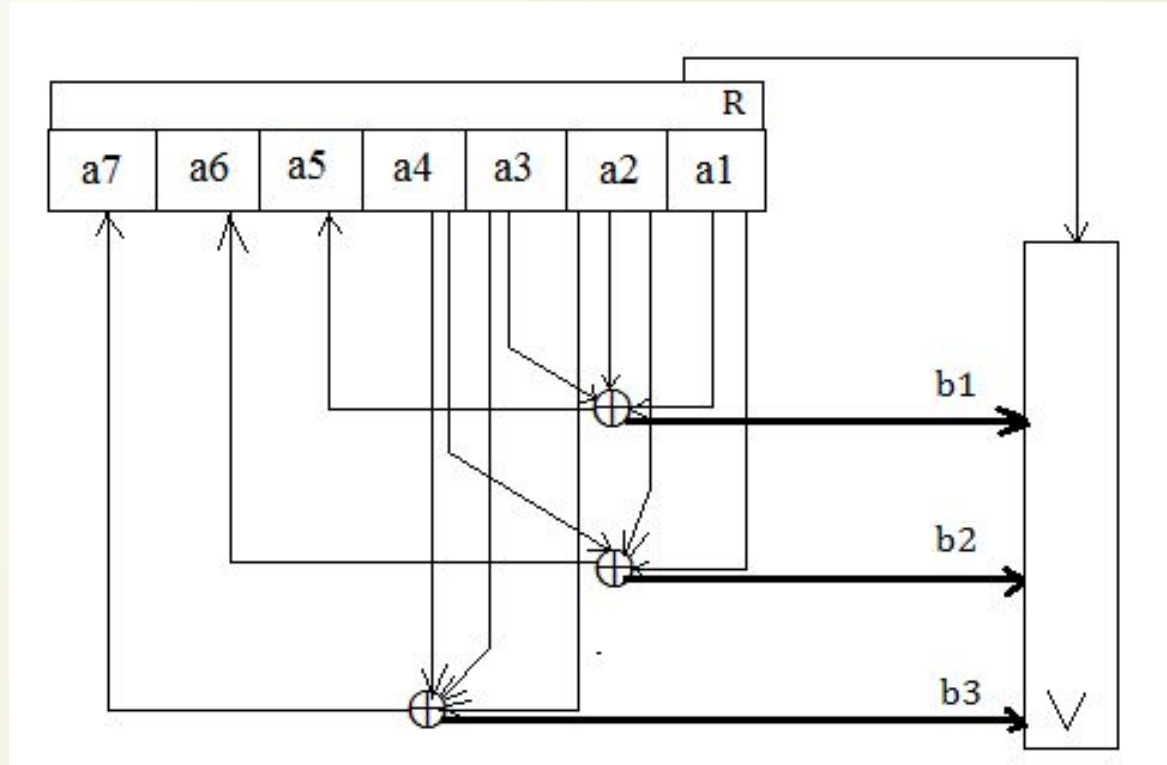


Рисунок 8 – декодер с обнаружением ошибки

Код Хэмминга

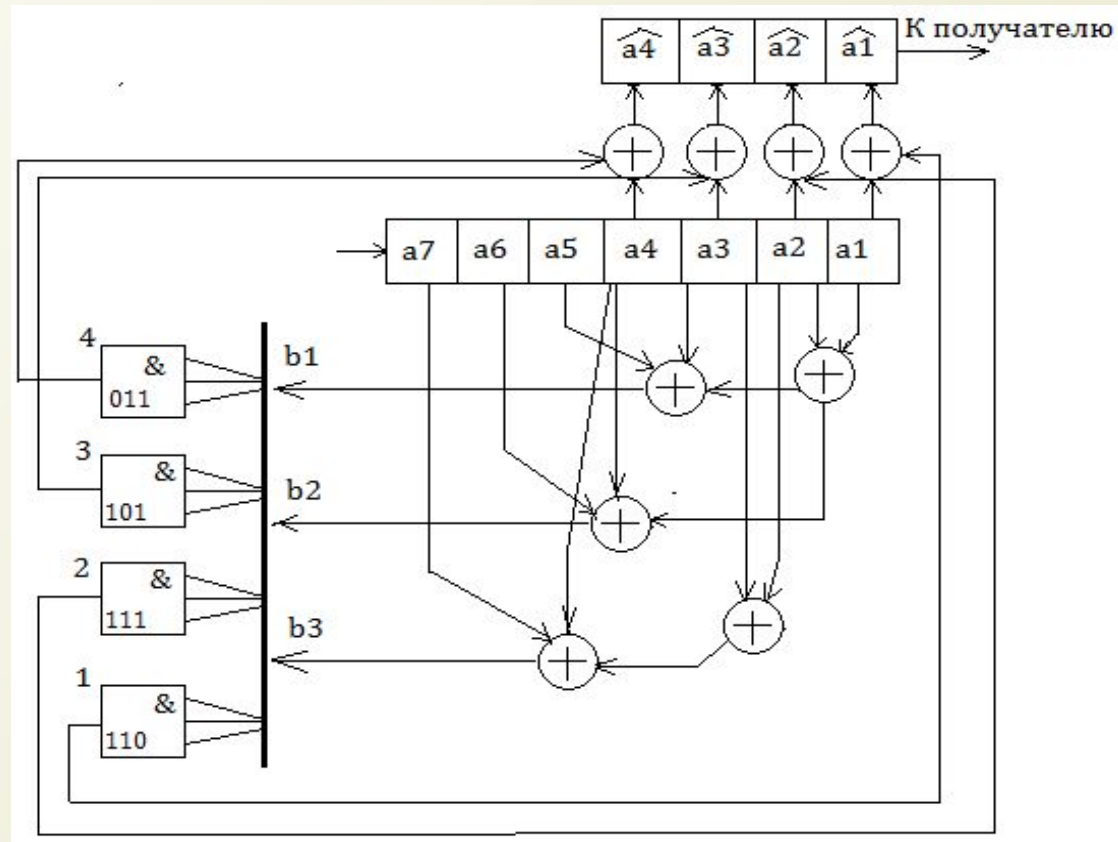


Рисунок 7 – декодер с исправлением ошибки



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Ознакомились с линейным кодированием, узнали, где его применяют, увидели его классификацию. Подробно рассмотрели несколько примеров осуществления кода Шеннона-Фано, Хэмминга и Хаффмана, узнали определение помехоустойчивых кодов.



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

□ Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна