

# Формулы сокращенного умножения.

## Квадрат суммы и квадрат разности.

(урок с использованием технологии УДЕ)

7 класс

Составитель: Агринская Л.Ф.,  
учитель МБОУ СОШ № 27 г.о. Самара

Не бойтесь формул! Учитесь владеть этим тонким инструментом человеческого гения! В формулах увековечены ценнейшие достижения людского рода, в них заключено величие и могущество разума, его торжество над покоренной природой.

*Из книги “Машина“ под редакцией*

*акад. И.И.  
Артоболевского*

## **Цель урока:**

выработать у учащихся умение применять формулы  $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$  как “слева направо”, так и “справа налево” для преобразования целых выражений и для разложения многочленов на множители.

## **Цели ученика:**

знать формулы  $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ , уметь читать выражения с переменными, т.е. переходить от формул к их словесному выражению и словесную формулировку записывать формулой, научиться применять эти формулы для преобразования выражений, самостоятельно составлять задания, решать их, выполнять самопроверку.

**Средства обучения:** средства компьютерных технологий (презентация Power Point), интерактивная доска

**Приёмы обучения:** приемы технологии УДЕ

## □ Заполните таблицу:

	Запишите	$a$ и $b$	$0,5a$ и $2b$	$a$ и $2b^2$	$-ab$ и $(-2b^2)$
1	Квадрат одночлена	$a^2$ и $b^2$			
2	Удвоенное произведение одночленов	$2ab$			
3	Разность квадратов одночленов	$a^2 - b^2$			
4	Квадрат суммы одночленов	$(a + b)^2$			

□ Выполните умножение двучлена на себя, сравните исходное выражение и результат, сделайте вывод:

$$(c+8)^2, (-m-10)^2, (m-n)^2, (7y+6)^2, (12-p)^2$$

В некоторых случаях умножение многочленов можно выполнить короче, воспользовавшись формулами сокращенного умножения.

$$\begin{aligned}
 (a+b)^2 &= \\
 &= (a+b)(a+b) = \\
 &= (a+b)a + (a+b)b = \\
 &= a^2 + ab + ab + b^2 = \\
 &= a^2 + 2ab + b^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (a-b)^2 &= \\
 &= (a-b)(a-b) = \\
 &= (a-b)a - (a-b)b = \\
 &= a^2 - ab - ab + b^2 = \\
 &= a^2 - 2ab + b^2
 \end{aligned}$$

Объединяя эти две формулы, мы можем записать совместно два тождества. **Тождеством** называется равенство верное при любых значениях переменных.

$$\begin{array}{c}
 (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \\
 \xrightarrow{\hspace{10em}} \\
 \xleftarrow{\hspace{10em}}
 \end{array}$$

Читая эти тождества слева направо, получаем формулы сокращенного умножения

$$\begin{aligned}
 (2x+3)^2 &= \boxed{\phantom{4x^2 + 12x + 9}} \\
 (7y-6)^2 &= 49y^2 - 84y + 36
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c}
 (a \pm b) (a \pm b) = a^2 \pm 2ab + b^2 \\
 \xleftarrow{\hspace{10em}} \\
 \xrightarrow{\hspace{10em}}
 \end{array}$$

Читая данные тождества справа налево, получаем формулы разложения многочлена на множители

$$\begin{aligned}
 (2x+3)(2x+3) &= \boxed{\phantom{4x^2 + 12x + 9}} \\
 (7y-6)(7y-6) &= 49y^2 - 84y + 36
 \end{aligned}$$

Квадрат  чисел  $(a \pm b)^2$  равен трехчлену, состоящему

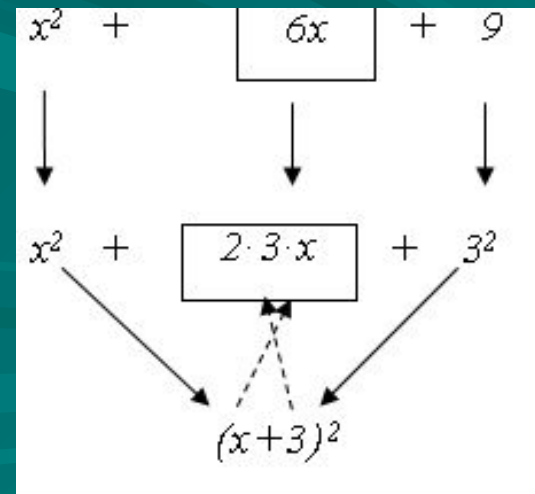
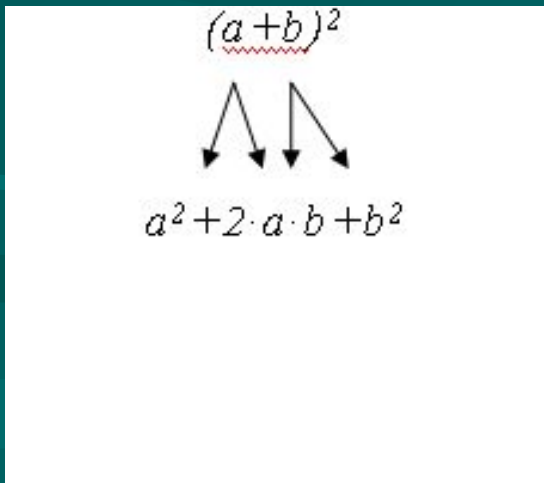
из слагаемых:

1)   $(a^2)$ ;

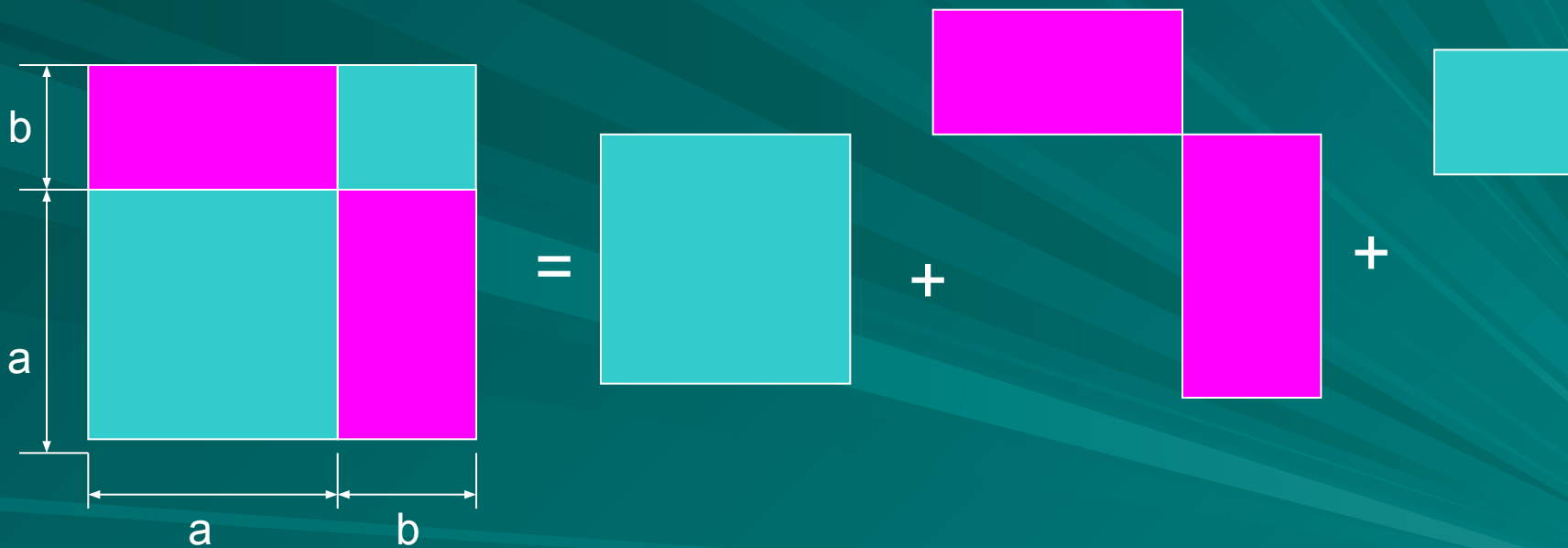
2)  произведение первого числа на второе  $(\pm 2ab)$ ;

3) плюс квадрат второго числа  $(b^2)$ .

### Схема



Геометрический смысл формулы  
 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  для положительных чисел  
 $a$  и  $b$



$S$

$=$

$S_1$

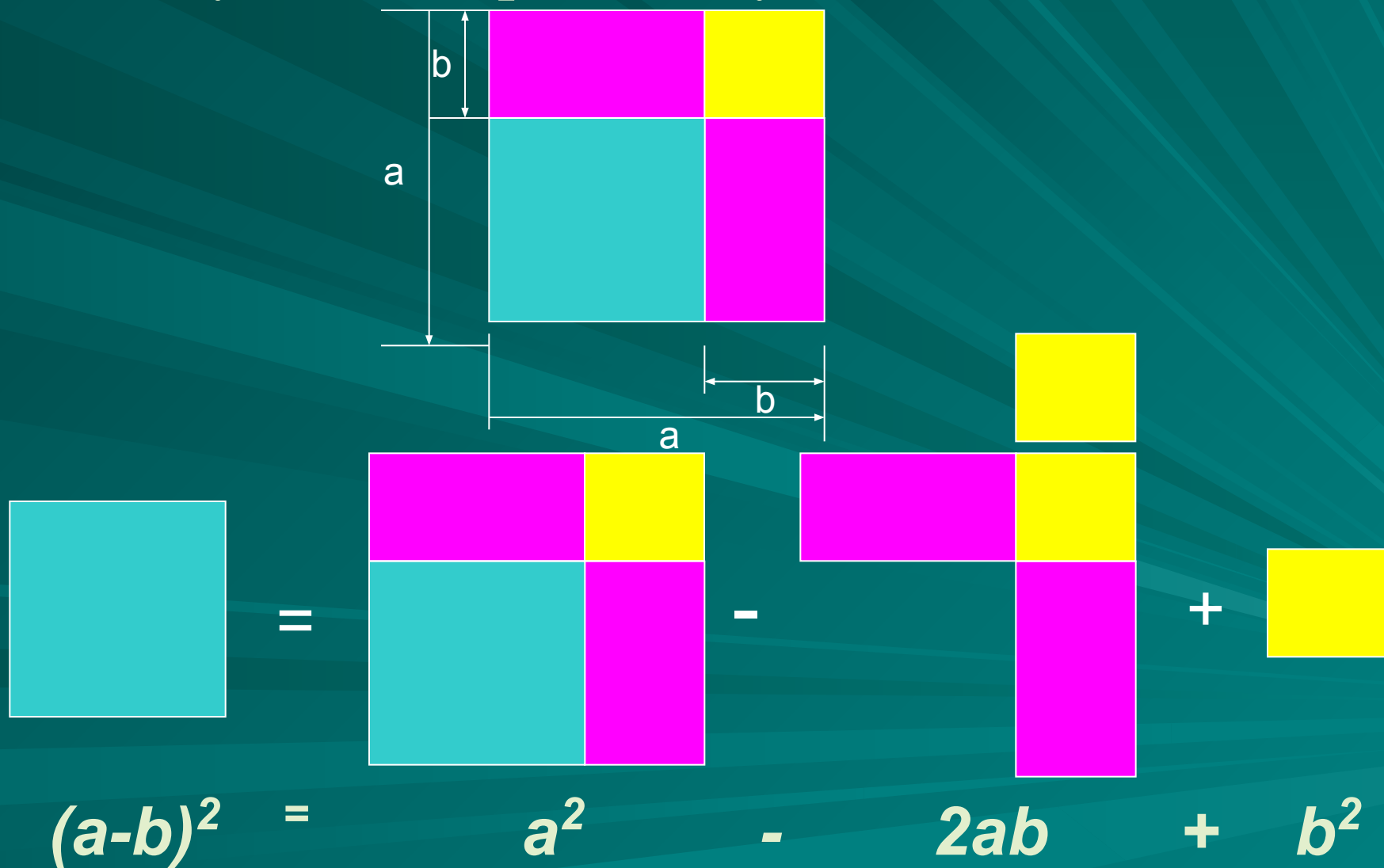
$+$

$S_2$

$+$

$S_3$

Геометрический смысл формулы  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  для положительных чисел  $a$  и  $b$ , удовлетворяющих условию  $a > b$



$$(\square \pm \Delta)^2 = \square^2 \pm 2 \cdot \square \cdot \Delta + \Delta^2$$

Заполните таблицу по образцу:

$\square$	$\Delta$	$(\square + \Delta)^2$	$\square^2 + 2 \cdot \square \cdot \Delta + \Delta^2$	Результат упрощения
$2a$	$6$	$(2a+6)^2=$	$(2a)^2+2 \cdot (2a) \cdot 6+(6)^2=$	$=4a^2+24a+36$
$3a$	$-9$	$(3a-9)^2=$	$(3a)^2+2 \cdot (3a) \cdot (-9)+(-9)^2=$	$=9a^2-54a+81$
		$(3a+b)^2=$		
		$(4a-b)^2=$		
				$= a^2-10a+25$
		$(a^2+2b^3)^2=$		
		$(3a-2b^2)^2=$		



□ **Восстановите пропущенные выражения**

$$\text{а) } 25-10b^2+b^4 = (\square - \square) \cdot (\square - \square) = (\square - \square)^2$$
$$25 \pm 10b^2 + b^4 = (\square \pm \square)^2$$

$$\text{б) } \square + 14e + e^2 = 7^2 + 2 \cdot \square \cdot e + e^2$$
$$(\square - \square)^2 = 49 - \square + e^2$$
$$(\square \pm \square)^2 = 49 \pm 14e + e^2$$

□ **Выполните сокращение дробей, запишите пропущенные выражения; проверьте ответ умножением многочленов:**

$$\text{а) } \frac{25 + 10a + a^2}{5 + a} = \frac{\square}{\square} = \square$$

$$\text{б) } \frac{25 - 10a + a^2}{5 - a} = \frac{\square}{\square} = \square$$

Используя формулы  $(a \pm b)^2$ , вычислите по аналогии  $21^2; 19^2; \left(14\frac{1}{4}\right)^2; \left(13\frac{13}{14}\right)^2$  и соотнесите квадраты чисел и ответы

Образец:

$$\begin{aligned} \text{а) } 31^2 &= & \text{б) } \\ &= (30 + 1)^2 = \\ &= 30^2 + 2 \cdot 30 \cdot 1 + 1 = \\ &= 900 + 60 + 1^2 = \\ &= 961 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &29^2 = \\ &= (30 - 1)^2 = \\ &= 30^2 - 2 \cdot 30 \cdot 1 + 1^2 = \\ &= 900 - 60 + 1 = \\ &= 841 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \left(12\frac{1}{12}\right)^2 &= & \text{г) } \\ &= \left(12 + \frac{1}{12}\right)^2 = \\ &= 12^2 + 2 \cdot 12 \cdot \frac{1}{12} + \left(\frac{1}{12}\right)^2 = \\ &= 144 + 2 + \frac{1}{144} = \\ &= 146\frac{1}{144} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\left(12\frac{12}{13}\right)^2 = \\ &= \left(13 - \frac{1}{13}\right)^2 = \\ &= 13^2 - 2 \cdot 13 \cdot \frac{1}{13} + \left(\frac{1}{13}\right)^2 = \\ &= 169 - 2 + \frac{1}{169} = \\ &= 167\frac{1}{169} \end{aligned}$$

$$21^2; 19^2; \left(14\frac{1}{4}\right)^2; \left(13\frac{13}{14}\right)^2$$



$$361; 439; 441; 204\frac{1}{4}; 203\frac{1}{16}; 194\frac{1}{196}$$

# Самостоятельная работа

1. Преобразуйте выражения:

а)  $(2x-5)^2$ ;

б)  $(3a + \square b^2)^2$

2. Докажите, что  $(-a-b)^2 = (a+b)^2$

3. Дополните до квадрата суммы и квадрата разности:

а)  $a^2 + 2ab + \square = (a+b)^2$

б)  $n^2 - 4mn + \square = (\square - \square)^2$

в)  $4a^6 - \square + b^2 = (\square - \square)^2$

4. Не выполняя вычислений, сравните значения выражений  $(28+72)^2$  и  $28^2+72^2$

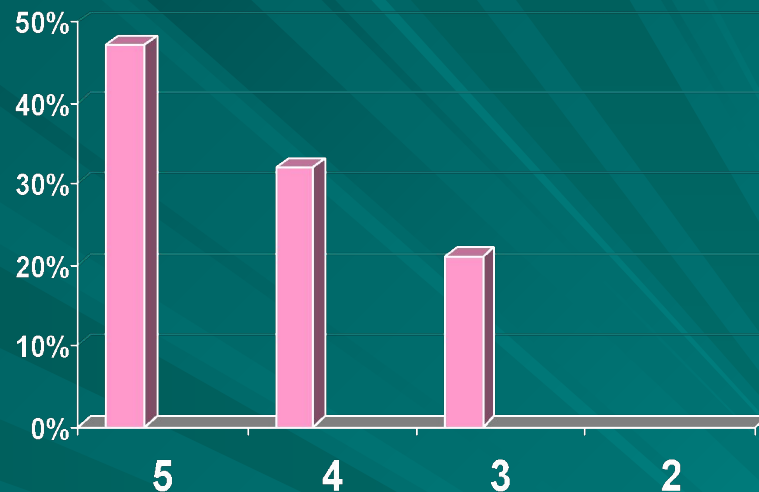
5. Вычислите, используя формулы сокращенного умножения:

а)  $42^2$

б)  $141^2 - 2 \cdot 141 \cdot 41 + 41^2$

# Результаты самостоятельной работы проведенной в 7а классе

Писали	5	4	3	2
34	16	11	7	-
%	47%	32%	21%	



При использовании технологии УДЕ развивается самостоятельность мышления учащихся. Меньше ошибок, быстрое продвижение в учении, прочное запоминание материала.

Совместное изучение взаимосвязанных тем позволяет сэкономить время, которое можно использовать для решения наиболее сложных задач