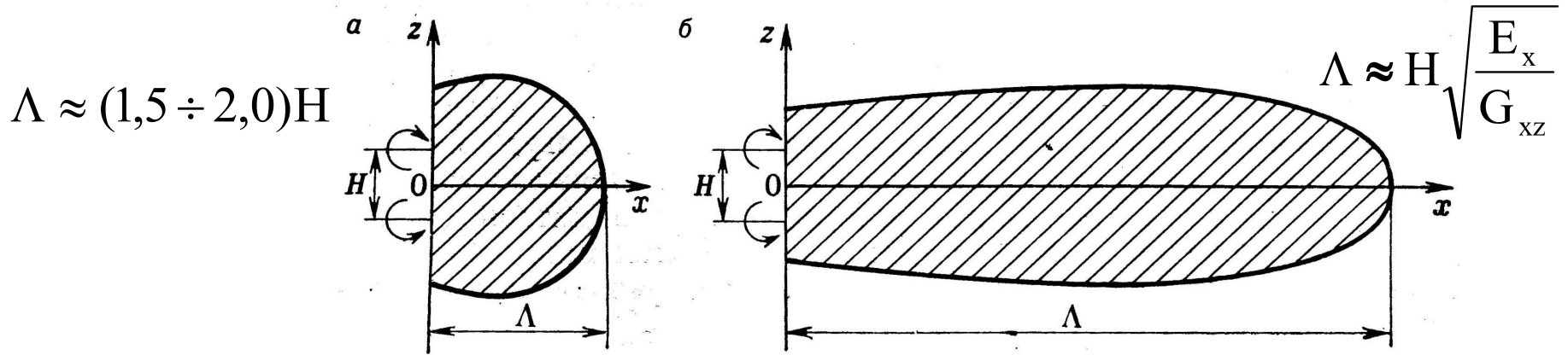


# Гипотезы в инженерном эксперименте – основа правильной интерпретации результатов эксперимента

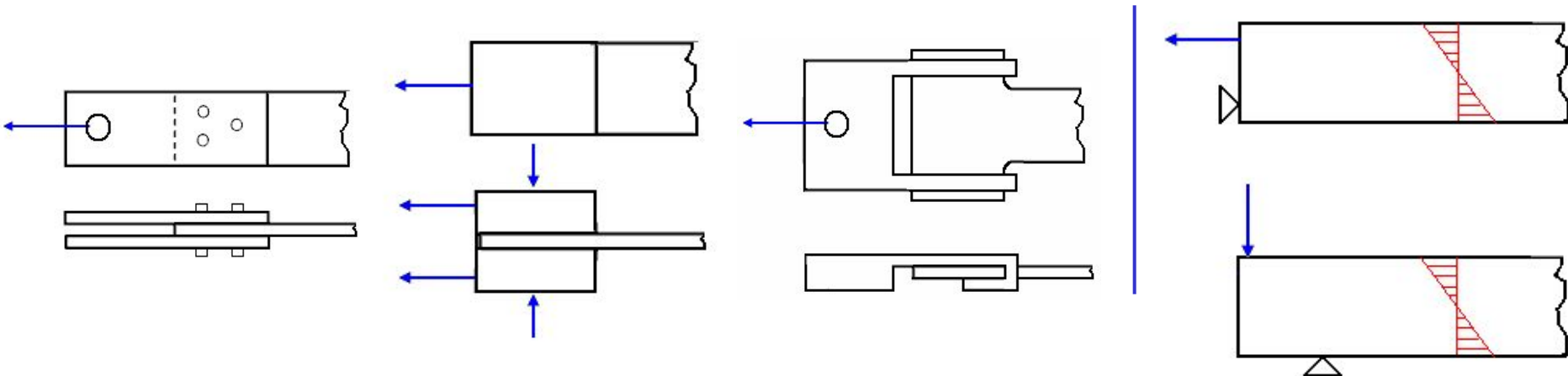
## Принцип Сен-Венана



Затухание возмущений в изотропном (а) и анизотропном (б) материале (H – характерный размер источника возмущения - для стержней – больший из размеров поперечного сечения)

### Растяжение

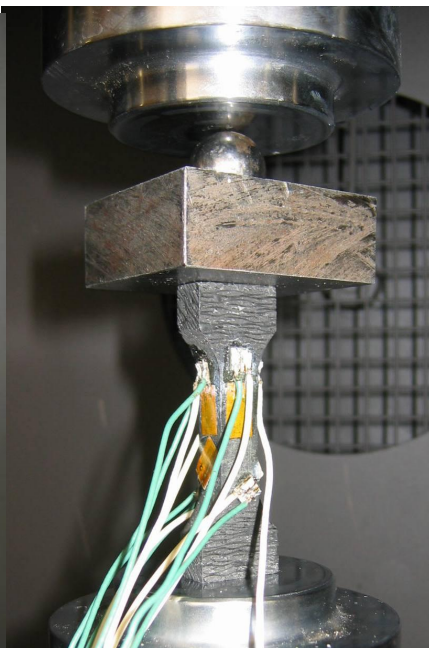
### Изгиб



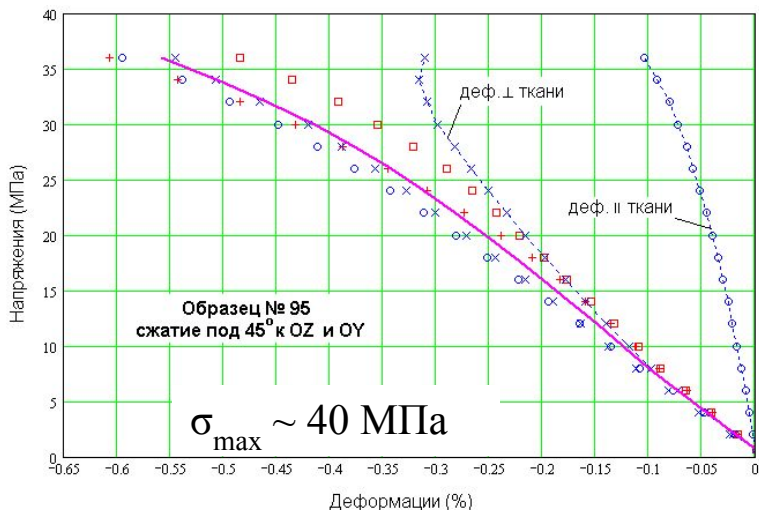
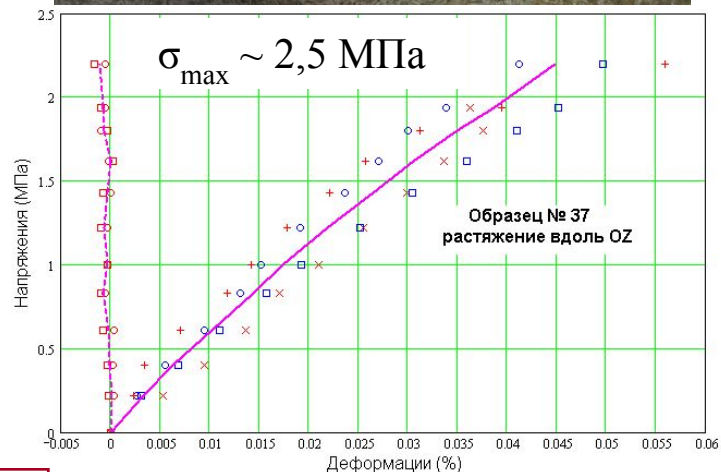
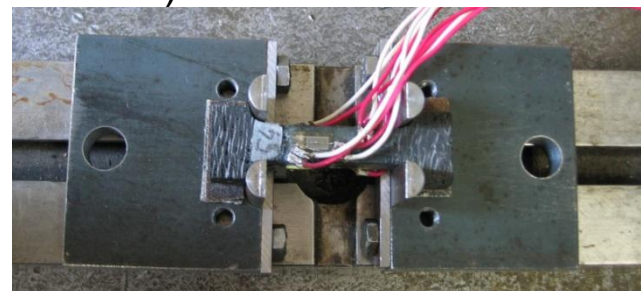
Определение характеристик упругости и прочности в направлении, **перпендикулярном плоскости армирования** и под углом  $45^\circ$  к ней (углерод-углеродный КМ) на коротких образцах (длина 55 – 65 мм)



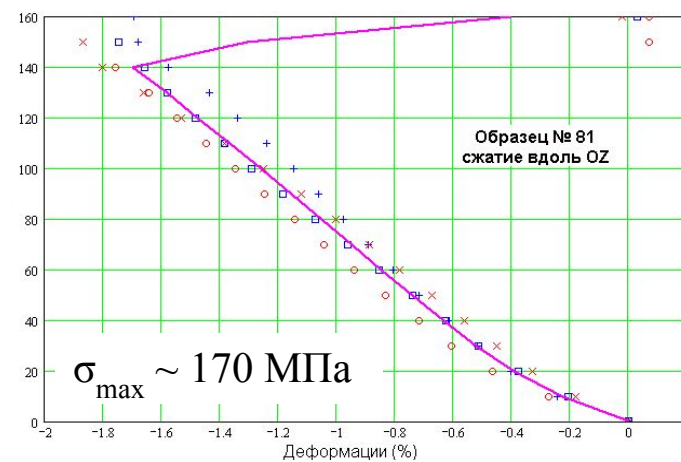
Перпендикулярно ткани



Под углом  $45^\circ$  к ткани

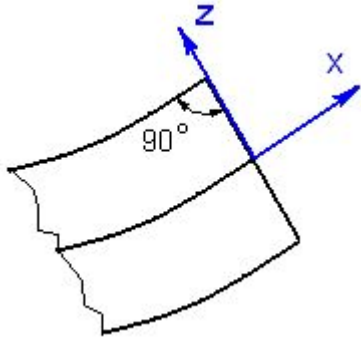


**Определяемые хар-ки поперек плоск. армир.:**  
**модуль упругости,**  
**модуль сдвига,**  
**прочность при сжатии и растяжении,**  
**по прочности на сжат. под углом  $45^\circ$  к ткани – прочность при сдвиге**

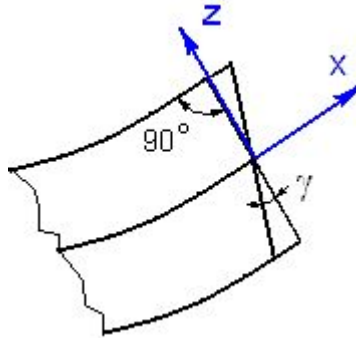


# Определение модуля сдвига в направлении поперек плоскости армирования при изгибе

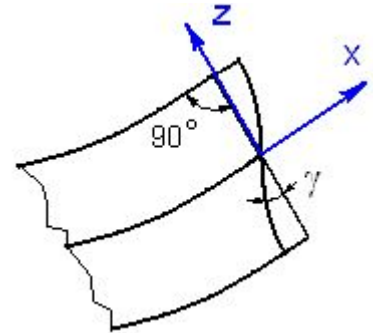
## Кинематические гипотезы при изгибе



$$u = \frac{dw}{dx} z$$



$$u = \frac{dw}{dx} z - \gamma(x)$$



$$u = \frac{dw}{dx} z - \gamma(x, z)$$

$u$  – перемещения в направлении оси  $x$ ,  $w$  – перемещения в направлении оси  $z$ .

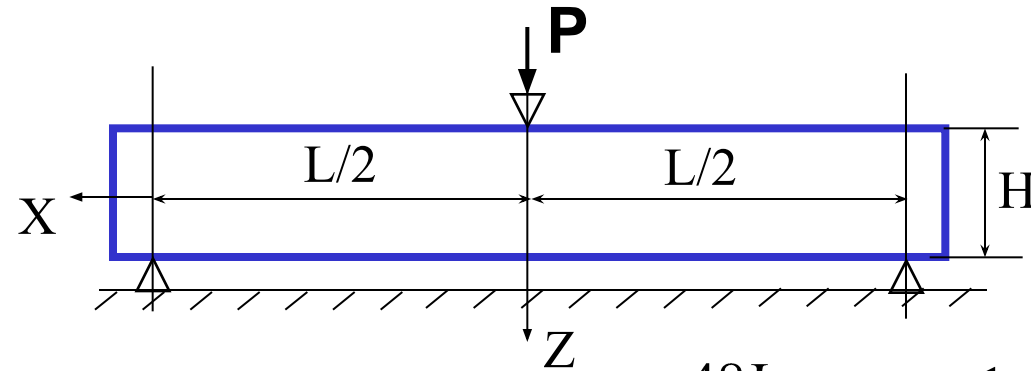
Соотношения для максимального прогиба – для трехточечного изгиба стержня

$$\frac{48Jw_{\max}}{PL^3} = \frac{1}{E_x} \quad \left[ \text{Diagram of a simply supported beam of length } L \text{ with a central load } P \text{ and deflection } w \right] \quad \frac{48Jw_{\max}}{PL^3} = \frac{1}{E_x} \left[ 1 + \frac{1,2E_x}{G_{xz}} \left( \frac{H}{L} \right)^2 \right]$$

$$\frac{48Jw_{\max}}{PL^3} = \frac{1}{E_x} \left[ 1 + \frac{E_x}{G_{xz}} \left( \frac{H}{L} \right)^2 \right]$$

## Пример 1. Трехточечный изгиб стержня

Влияние размеров стержня на точность определения модуля сдвига по прогибу



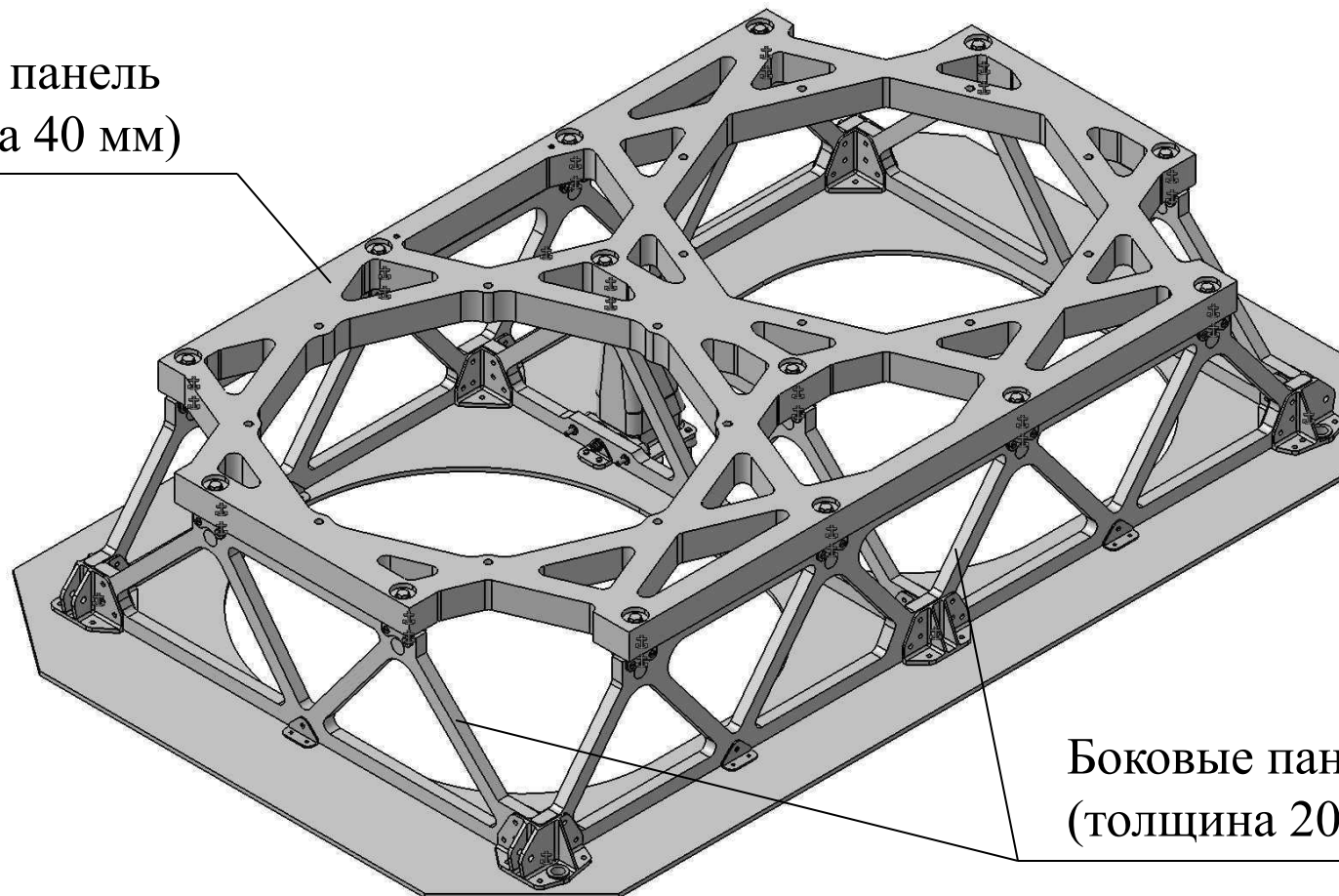
$$\frac{48Jw_{\max}}{PL^3} = \frac{1}{E_x} \left[ 1 + \frac{1,2E_x}{G_{xz}} \left( \frac{H}{L} \right)^2 \right]$$

$$\frac{48Jw_{\max}}{PL^3} = \frac{1}{E_x} (1 + k_\tau) \quad \frac{L}{H} = 1,095 \sqrt{\frac{1}{k_\tau} \cdot \frac{E_x}{G_{xz}}}$$

№ вар.	1	2	3	4	5	6
Матер.	Углепл. однонапр.		Углепл. квазиизотр.		Стеклопл. одн.	
$E_x$ (ГПа)	170	170	55	55	57	57
$G_{xz}$ (ГПа)	5	5	3,5	3,5	5,2	5,2
$k_\tau$	0,3	0,5	0,3	0,5	0,3	0,5
L/H	11,7	9,0	7,9	6,1	6,6	5,1

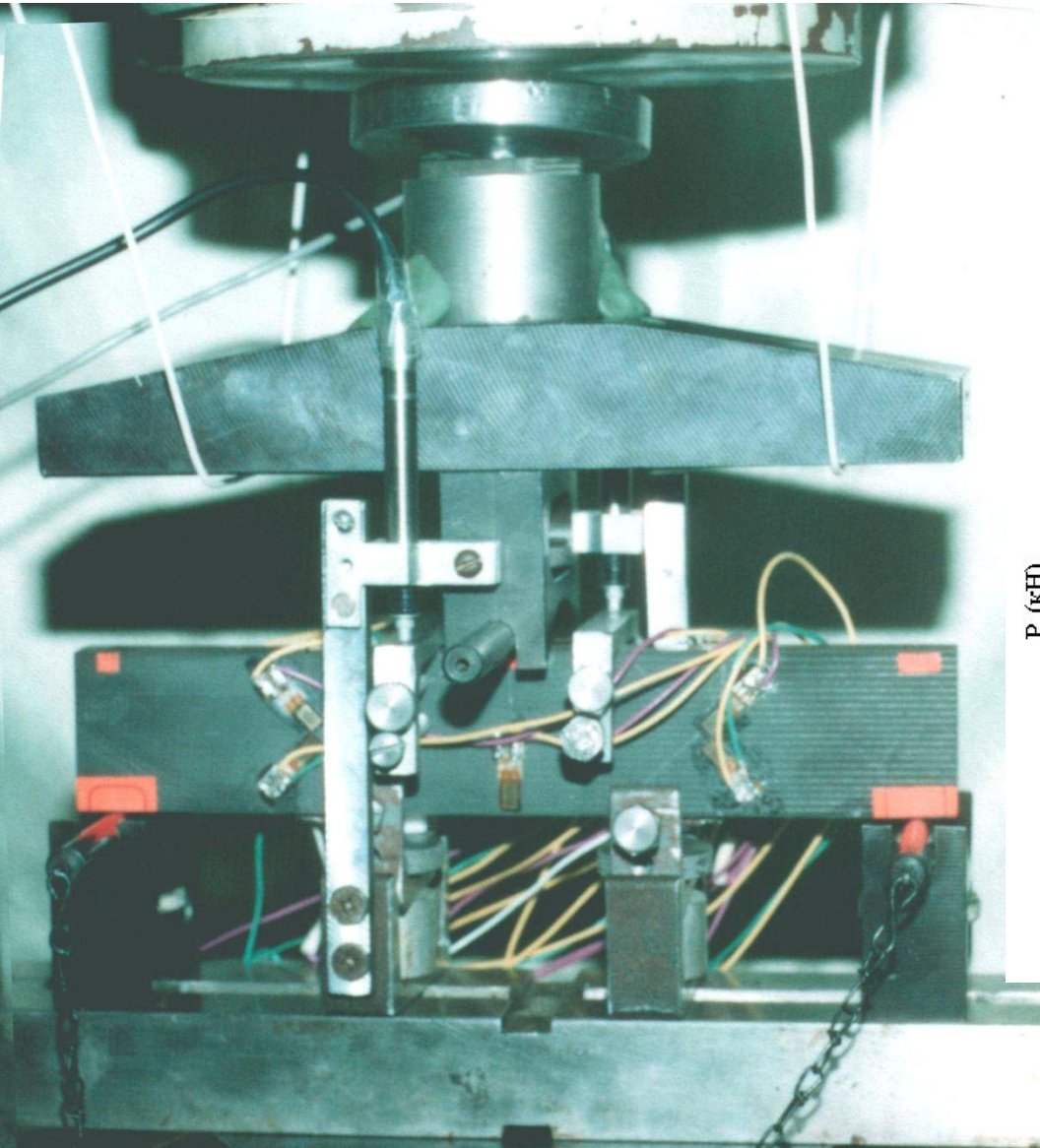
**Размеростабильная несущая конструкция из углепластика  
для размещения оптической аппаратуры - пример использования  
углепластиковых стержней толщиной 20 мм и 40 мм  
[габаритные размеры конструкции примерно (0,7х 1,2 х 0,25) м]**

Верхняя панель  
(толщина 40 мм)

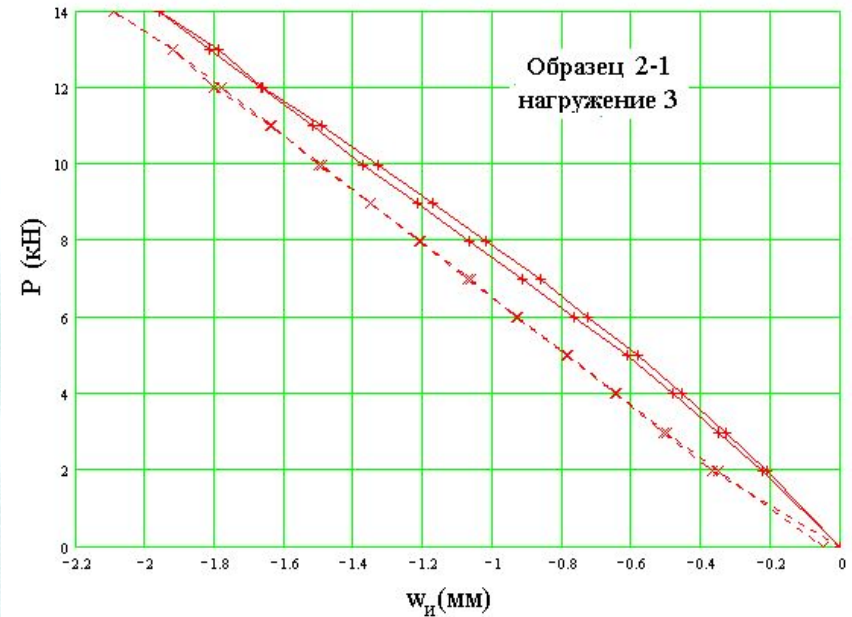


Боковые панели  
(толщина 20 мм)

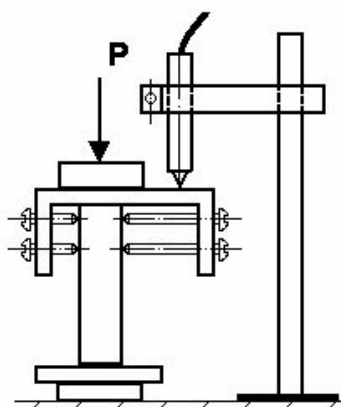
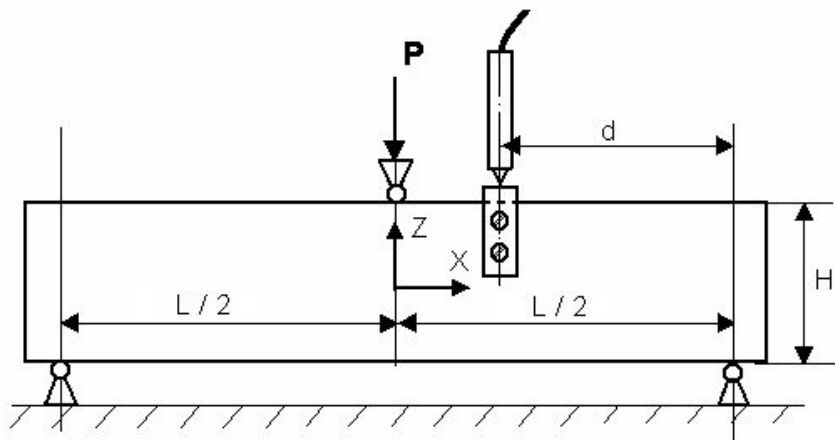
# Эксперимент – трехточечный изгиб (испытательная машина EU-40)



Типичные  
экспериментальные зависимости  
прогиба от приложенной нагрузки,  
измеренные двумя измерителями  
перемещений



# Экспериментальные данные по определению прогибов при поперечном изгибе



$$\frac{T}{K} = \frac{1}{E_x} + \frac{M/K}{G_{xz}}$$

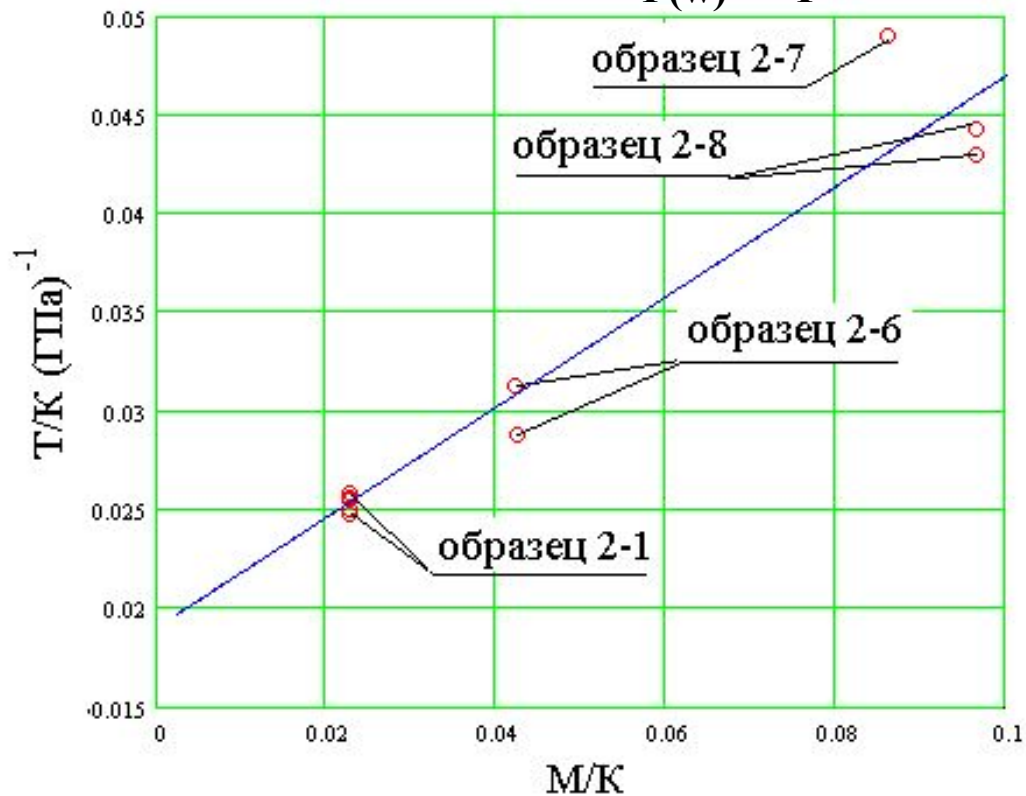
Каждая точка – результат  
линейной аппроксимации  
 $P(w) \rightarrow T$

$$T = \frac{J_x w|_{L/2-d}}{(P/2)(L/2)^3}$$

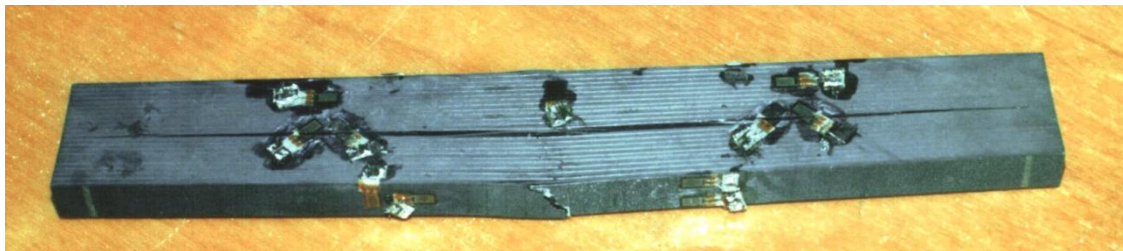
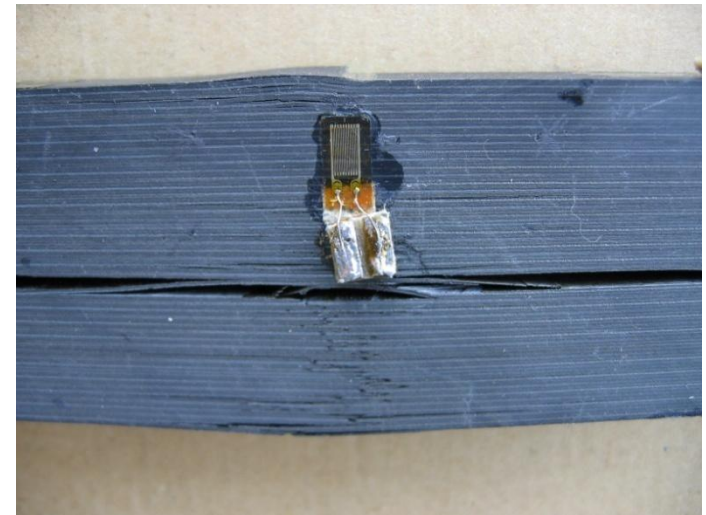
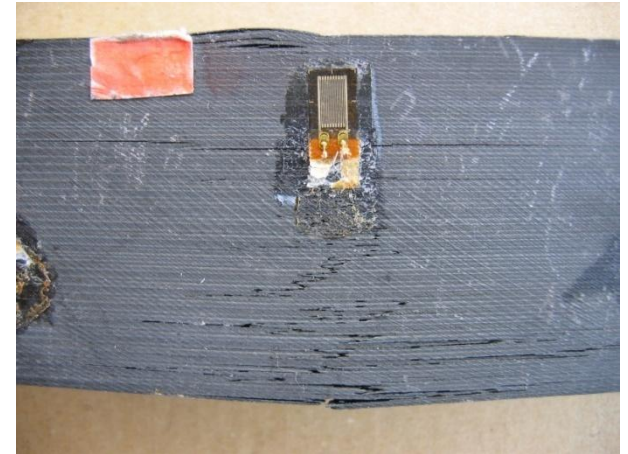
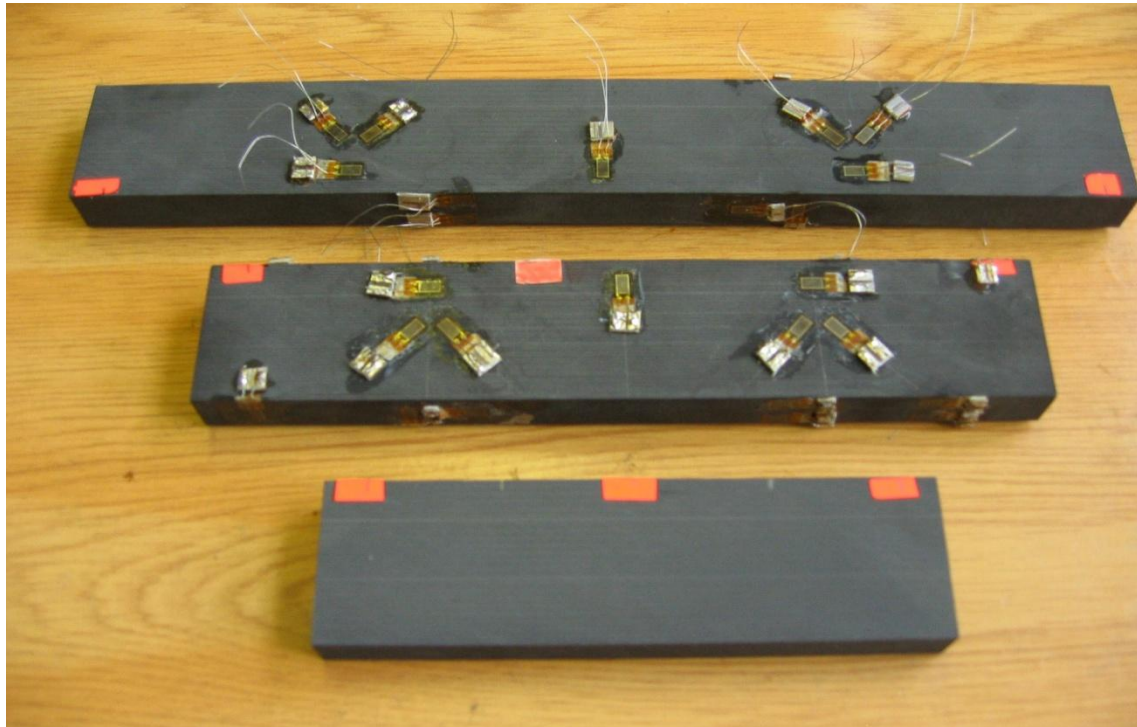
$$K = \frac{1}{2} [1 - t_n^2] - \frac{1}{6} [1 - t_n^3]$$

$$M = \frac{\alpha}{12} \left( \frac{H}{L/2} \right)^2 [1 - t_n]$$

$$t_n = \left( \frac{L/2 - d}{L/2} \right)$$

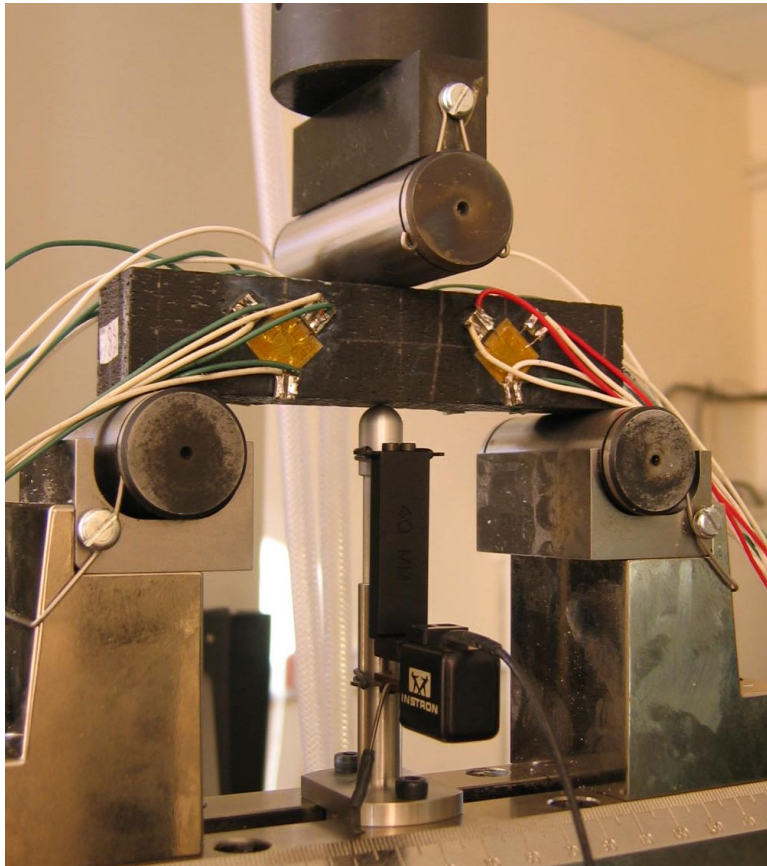


Вид образцов высотой 40 мм из углепластика  
для испытаний на трехточечный изгиб

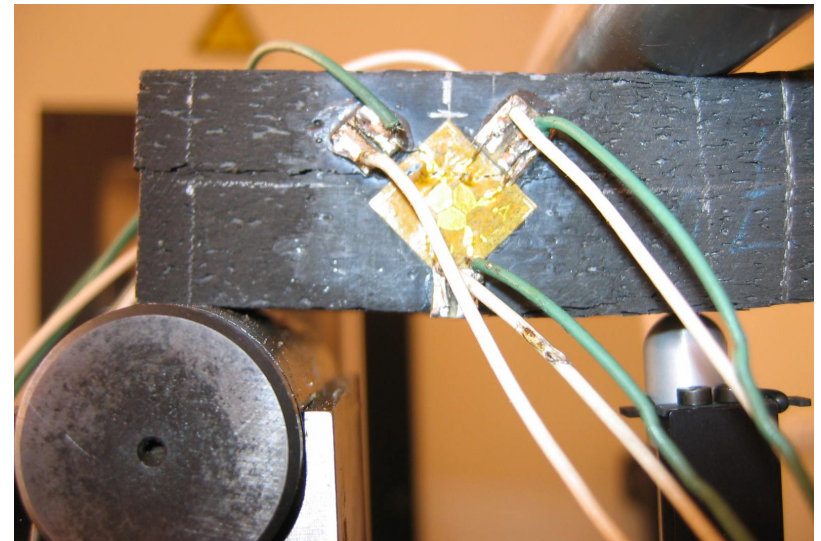




# Вид образцов высотой 25 мм из углерод-углеродного КМ при испытаниях на трехточечный изгиб



Перед началом нагружения,  
испытательная машина Instron-8801



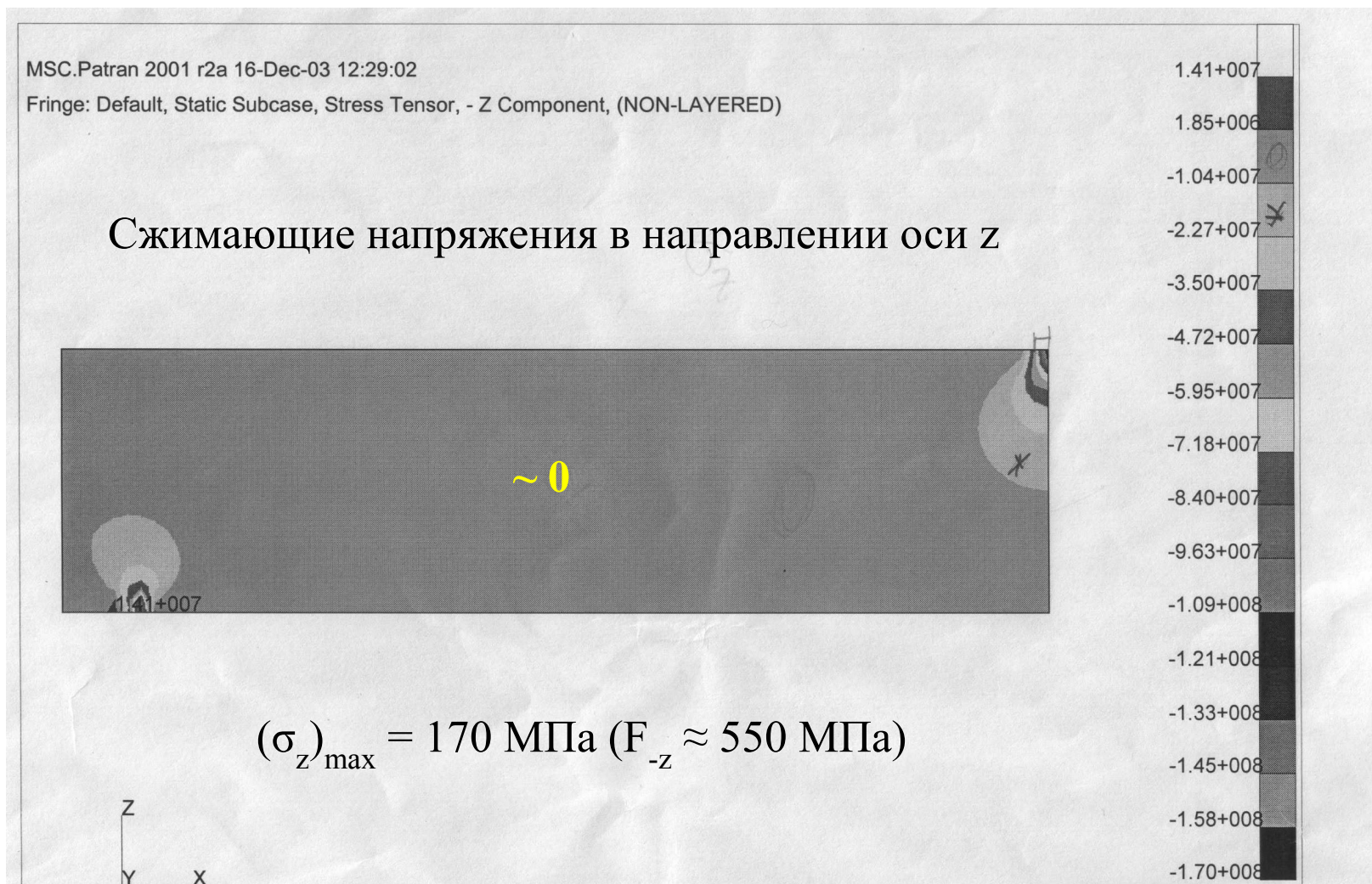
Измерение деформаций с помощью тензорозетки (2 датчика под углами  $\pm 45^\circ$  к оси ортотропии).  
Характер разрушения – в зоне максимальных касательных напряжений.

# Расчеты методом конечных элементов (трехмерная модель)

При расчете использовано 25280 элементов, размер элемента 0.5x0.5x0.5 мм.

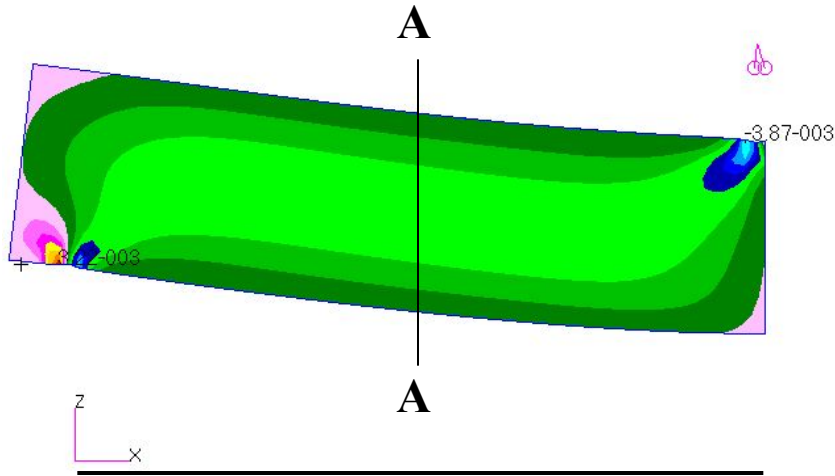
$E_z = 9,6$  ГПа,  $E_y = E_x = 60$  ГПа,  $G_{xy} = 20$  ГПа,  $G_{xz} = G_{yz} = 4,6$  ГПа.

Величина приложенной нагрузки – 10 кН (разрушающая нагрузка ~ 24 кН),  
размеры стержня  $L = 300$  мм,  $H = 40$  мм.

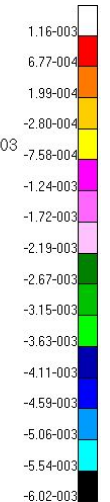
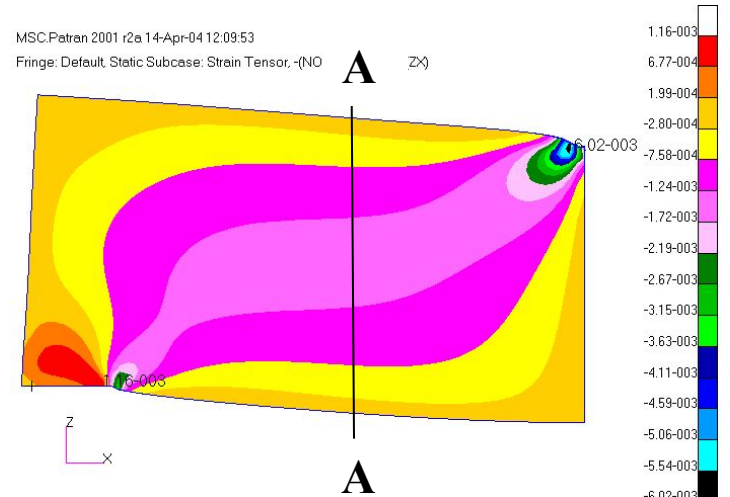


# Расчет 1/2 образца в плоскости X0Z

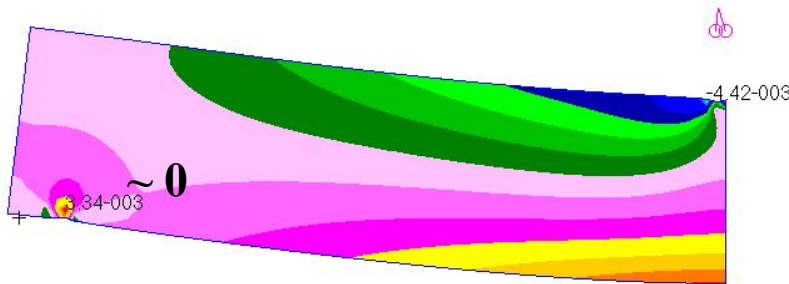
Деформации сдвига ( $L = 300$  мм,  $H = 40$  мм),  
 макс. деф. в сечении А-А:  $0,127\%$



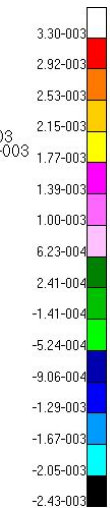
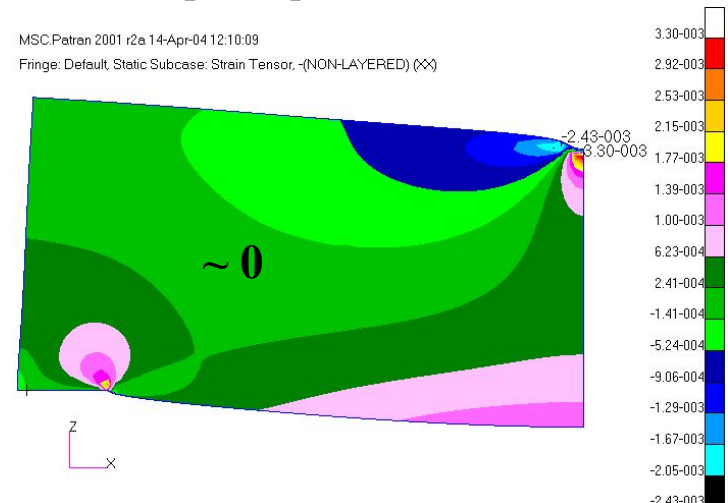
Деформации сдвига ( $L = 150$  мм,  $H = 40$  мм),  
 макс. деф. в сечении А-А:  $0,148\%$



Изгибные деформации  
 ( $L = 300$  мм,  $H = 40$  мм),  
 макс. деф. под опорой  $-0,44\%$

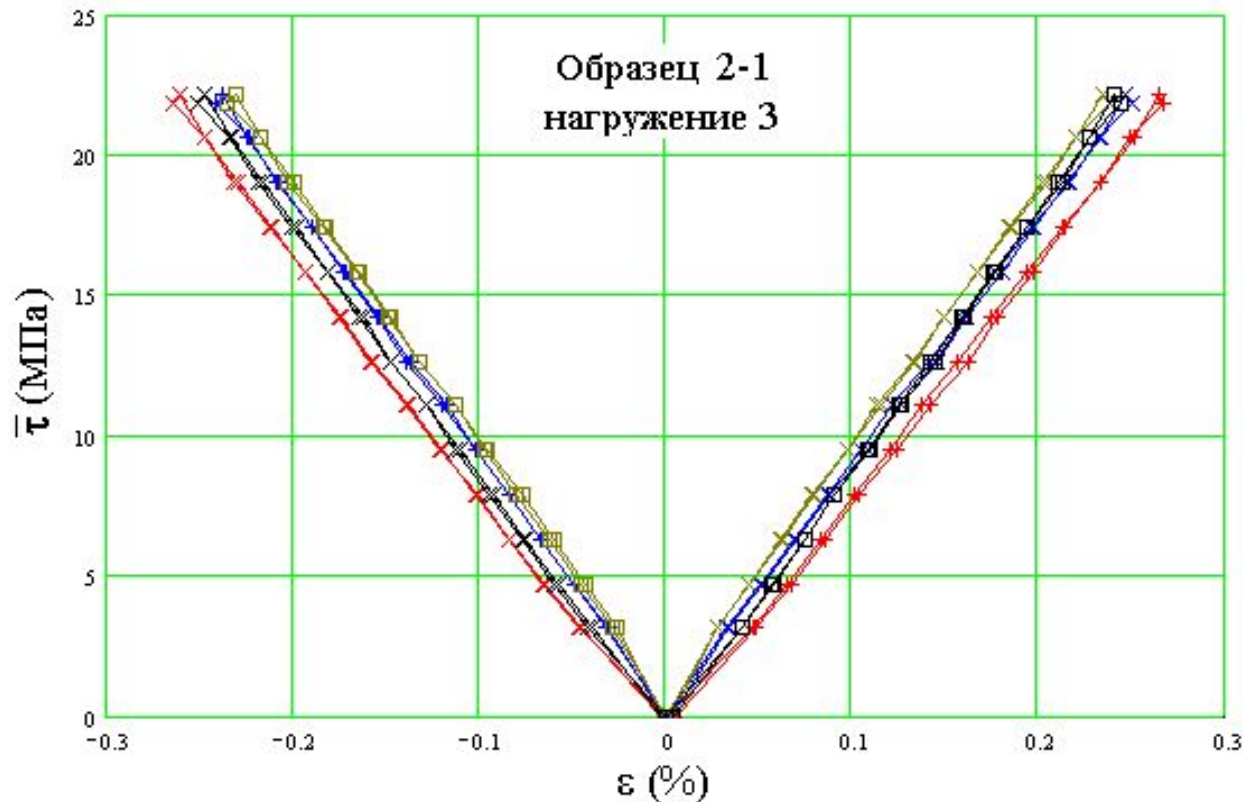


Изгибные деформации  
 ( $L = 150$  мм,  $H = 40$  мм),  
 макс. деф. опорой  $-0,24\%$



Распределение изгибных деформаций  
 немного несимметрично относительно  
 нейтральной плоскости

**Пример диаграмм деформирования (углепластик),  
построенных по показаниям датчиков,  
расположенных под углами  $\pm 45^\circ$  к осям ортотропии образца**



**Результаты определения модуля поперечного сдвига по прогибу желательно использовать только для сравнительных оценок этой характеристики при использовании одинаково изготовленных образцов и одинаковых методик испытаний; чем меньше диаметр опор, тем больше концентрация деформаций и напряжений вблизи опор; для увеличения надежности полученных результатов необходимо испытать стержни с двумя – тремя значениями отношения высоты к длине стержня.**

# Вопросы для самоконтроля

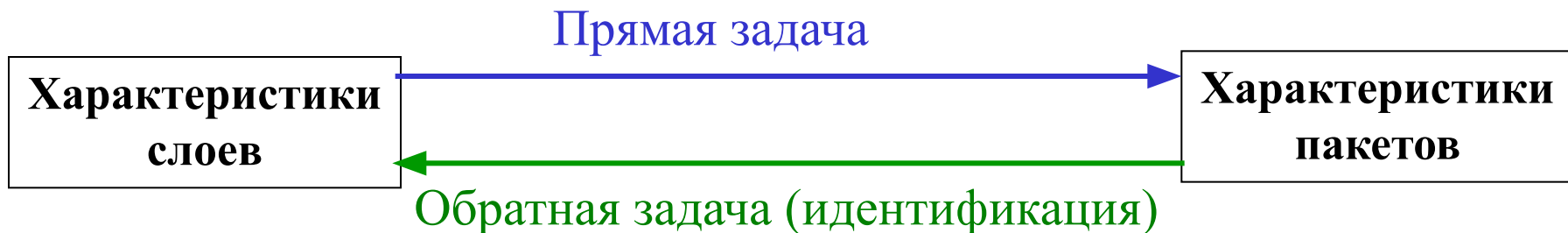
## Роль гипотез в инженерном эксперименте

1. Каковы основные причины несовпадения данных расчета и эксперимента для какого-либо объекта?
2. Сформулируйте принцип Сен-Венана.
3. От каких характеристик материала зависит область возмущения напряжений в соответствии с принципом Сен-Венана?

## Определение характеристик поперек плоскости армирования

1. Каковы основные трудности при определении характеристик упругости и прочности поперек плоскости армирования?
2. Какие образцы можно испытывать, чтобы дать оценку характеристик сдвига поперек плоскости армирования?
3. Какие кинематические гипотезы могут использоваться при оценке испытаний образцов на трехточечный изгиб?
4. Каким должно быть отношение длины к высоте стержня при определении модуля поперечного сдвига по прогибу при испытаниях на трехточечный изгиб?
5. Почему при определении модуля поперечного сдвига по прогибу при трехточечном изгибе желательно испытывать стержни с различным отношением длины к высоте?
6. Как можно определить модуль поперечного сдвига при трехточечном изгибе с помощью тензодатчиков? В чем преимущества этого метода?
7. Сколько тензодатчиков надо приклеить на образце при определении модуля поперечного сдвига при трехточечном изгибе?

## Идентификация характеристик упругости однонаправленного слоя (монослоя) по характеристикам пакетов



**Идентификация характеристик слоя – определение таких характеристик слоя, которые обеспечивают наилучшее соответствие экспериментальных и расчетных значений характеристик всех рассматриваемых сложных структур**

### Особенности рассматриваемых обратных задач:

- математическая формулировка – задача оптимизации;
- неединственность решения (зависит от вида функции цели);
- при идентификации характеристик монослоя – количество заданных характеристик больше, чем количество искомым (переопределенная задача);
- результаты решения задачи идентификации зависят от типа характеристик пакетов, используемых в качестве исходных данных.

# Идентификация элементов матрицы жесткости монослоя (плоское напряженное состояние)

$$g_{xx} = \frac{E_x}{1 - \mu_{xy}\mu_{yx}}, \quad g_{yy} = \frac{E_y}{1 - \mu_{xy}\mu_{yx}}, \quad g_{xy} = \frac{E_x\mu_{yx}}{1 - \mu_{xy}\mu_{yx}}, \quad g_{tt} = G_{xy}$$

$$g_{xx} = \sum_{i=1}^N \bar{h}_i \left[ c_i^4 g_{11} + s_i^4 g_{22} + 2s_i^2 c_i^2 (g_{12} + 2g_{66}) \right], \quad s_i = \sin \varphi_i, \quad c_i = \cos \varphi_i$$

$$g_{yy} = \sum_{i=1}^N \bar{h}_i \left[ s_i^4 g_{11} + c_i^4 g_{22} + 2s_i^2 c_i^2 (g_{12} + 2g_{66}) \right],$$

$$g_{xy} = \sum_{i=1}^N \bar{h}_i \left[ (g_{11} + g_{22} - 4g_{66}) s_i^2 c_i^2 + g_{12} (s_i^4 + c_i^4) \right],$$

$$g_{tt} = \sum_{i=1}^N \bar{h}_i \left[ (g_{11} + g_{22} - 2g_{12}) s_i^2 c_i^2 + g_{66} (s_i^2 - c_i^2)^2 \right],$$

## Прямая задача

$$\{G_{\Sigma}^p\} = [A_0] \{G_0\}$$

$[A_0]$  — прямоугольная матрица  $N \times 4$ , элементы которой зависят только от схем армирования испытанных образцов

$$\{G_0\} = \{g_{11}, g_{22}, g_{12}, g_{66}\}^T \quad - \text{характеристики монослоя}$$

### Базовые характеристики

$$\{G_{\Sigma}^{\varepsilon}\} = \{g_{xx}^{(1)\varepsilon}, g_{yy}^{(1)\varepsilon}, g_{xy}^{(1)\varepsilon}, g_{xx}^{(2)\varepsilon}, g_{yy}^{(2)\varepsilon}, \dots, g_{xx}^{(N)\varepsilon}, g_{yy}^{(N)\varepsilon}\}^T \quad - \text{числа}$$

$$\{G_{\Sigma}^p\} = \{g_{xx}^{(1)p}, g_{yy}^{(1)p}, g_{xy}^{(1)p}, g_{xx}^{(2)p}, g_{yy}^{(2)p}, \dots, g_{xx}^{(N)p}, g_{yy}^{(N)p}\}^T \quad - \text{алгебр. выраж-я}$$

### Задача идентификации

Функция цели:

$$\begin{cases} \text{при } \Phi \leq 0 & g_j \quad |0_j^{\varepsilon} - p_j| \rightarrow \\ \Phi > 0 \text{ при } g_j & g_j^{\varepsilon} \neq p_j \end{cases}$$

$$\Phi_I = \sum_N (g_j^{\varepsilon} - g_j^p)^2 = \|V_I\|^2$$

$$\Phi_{II} = \sum_N \left(1 - \frac{g_j^p}{g_j^{\varepsilon}}\right)^2 = \|V_{II}\|^2$$



## Решение задачи идентификации:

### Идентификация абсолютных невязок

$$\{G_{\Sigma}^{\ominus}\} = [A]\{G_0\}, \text{ размерность } [A] - N \times 4$$

$$[R] = \left( [A]^T [A] \right)^{-1} [A]^T$$

$$\{G_0\} = [R]\{G_{\Sigma}^{\ominus}\}$$

### Идентификация относительных невязок

$$\{G_{\Sigma}^{\ominus}\} = [A]\{G_0\} \longrightarrow \{E\} = [\hat{A}]\{G_0\}$$

$$[\hat{R}] = \left( [\hat{A}]^T [\hat{A}] \right)^{-1} [\hat{A}]^T$$

$$\{G_0\} = [\hat{R}]\{E\}, \quad E = \{1, 1, \dots, 1\}^T$$

**Предпочтительный численный метод  
вычисления матриц [R] – через сингулярное разложение**

# Идентификация технических характеристик упругости монослоя

$$g_{11} = \frac{E_1}{1 - \mu_{12}\mu_{21}}, \quad g_{22} = \frac{E_2}{1 - \mu_{12}\mu_{21}}, \quad g_{12} = \frac{E_1\mu_{21}}{1 - \mu_{12}\mu_{21}}, \quad g_{66} = G_{12}$$

Для ортотропного пакета:

$$E_x = g_{xx} - \frac{g_{xy}^2}{g_{yy}}, \quad E_y = g_{yy} - \frac{g_{xy}^2}{g_{xx}}, \quad \mu_{xy} = \frac{g_{xy}}{g_{yy}}, \quad g_{tt} = G_{xy}$$

## Прямая задача

$$\{G_0\} = \{g_{11}, g_{22}, g_{12}, g_{66}\}^T$$

$$\{E_\Sigma^p\} = F(\{G_0\}) = \Psi(\{E_0\})$$

$$\{E_0\} = \{E_1, E_2, \mu_{12}, G_{12}\}^T$$

$$\{E_\Sigma\} = \{E_x, E_y, \mu_{xy}, G_{xy}\}^T = \{e_\Sigma^{(1)}, e_\Sigma^{(2)}, e_\Sigma^{(3)}, e_\Sigma^{(4)}\}^T$$

## Задача идентификации

$$\Phi_{\text{II}} = \sum_N \left( 1 - \frac{e_j^p}{e_j^э} \right)^2 = \|W_{\text{II}}\|^2 \quad w_{\text{II}}^{(j)} = 1 - \frac{\psi_j(\{E_0\})}{e_j^э}$$

$\Phi_{\text{min}}$  → алгоритм нелинейной численной оптимизации,  
где элементы  $\{E_0\}$  – варьируемые параметры

### Устойчивость решения задачи идентификации к случайным отклонениям в исходных данных

$$\{G_{\Sigma}^э\} \rightarrow \{G_0\} \quad \{G_{\Sigma}^э\} + \{\delta G_{\Sigma}^э\} \rightarrow \{G_0\} + \{\Delta G_0\}$$

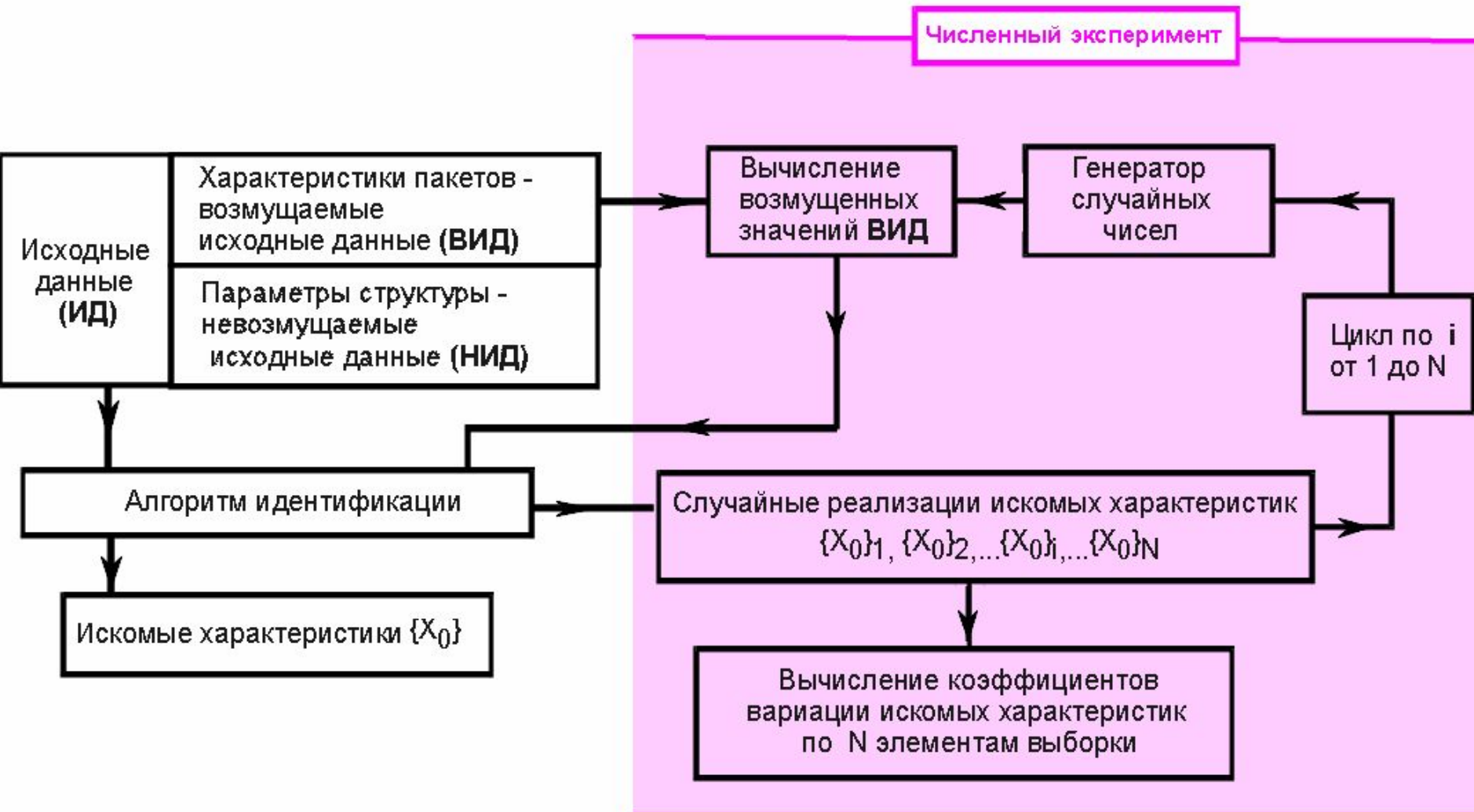
$\{\delta G_{\Sigma}^э\} \ll \{\Delta G_0\}$  - плохая устойчивость

$$\{\delta G_{\Sigma}^э\} \ll \{\Delta G_0\} -$$

плохая устойчивость

- 1) Большие погрешности (систематические) экспериментального определения характеристик пакетов ( $\Phi_{\text{II}}$ )
- 2) Недостаточное количество исходных данных (характеристик пакетов)
- 3) Неудачно выбраны схемы армирования пакетов для эксперим. определения характ-к

# Численный эксперимент при оценке устойчивости решения задачи идентификации характеристик слоя



**Схемы армирования, обеспечивающие наибольшую устойчивость к случайным отклонениям в базовых характеристиках при идентификации характеристик упругости слоя (для каждой структуры должны быть экспериментально определены модуль упругости и коэффициент Пуассона):**

**0,  $\pm 20^\circ$ ,  $\pm 40^\circ$ ,  $\pm 50^\circ$ ,  $\pm 70^\circ$ ,  $90^\circ$**

**Главные преимущества определения характеристик однонаправленного слоя с использованием идентификации**

- 1) Определение таких характеристик слоя, которые наилучшим образом отражают особенности поведения слоя внутри многослойного пакета (отражают технологию формирования пакета с несколькими направлениями укладки волокон).
- 2) Определение всего комплекса характеристик слоя без использования технически сложных испытаний (например, без испытаний плоских образцов на сдвиг).
- 3) Использование всей известной (избыточной) экспериментальной информации о композите для уточнения характеристик слоя.

# Примеры решения задач идентификации ЭМЖ

## Вар. 1 – минимизация абсолютных невязок (МАН).

Базовые характеристики (углепластик) в гигапаскалях, схемы армирования  $\pm\phi$ :

$$\mathbf{g}_{xx}(0)=177, \mathbf{g}_{xy}(0)=2,88, \mathbf{g}_{xx}(\pm 20)=138, \mathbf{g}_{xy}(\pm 20)=20, \mathbf{g}_{xx}(\pm 50)=39,1, \mathbf{g}_{xy}(\pm 50)=41,4, \\ \mathbf{g}_{xx}(90)=9,3$$

Обозначим:  $c_i = \cos(\phi_i)$ ,  $s_i = \sin(\phi_i)$ ,  $i$ -номер сх. армир.:

$1 \rightarrow \phi=0$ ;  $2 \rightarrow \phi=20$ ;  $4 \rightarrow \phi=50$ ;  $6 \rightarrow \phi=90$ ,

$$\{G_{\Sigma}^p\} = [A] \{G_0\}$$

$$\{G_0\} = [R] \{G_{\Sigma}^g\}$$

$$R := (A^T \cdot A)^{-1} \cdot A^T$$

$$A := \begin{bmatrix} c1^4 & s1^4 & 2 \cdot (s1^2 \cdot c1^2) & 4 \cdot (s1^2 \cdot c1^2) \\ s1^2 \cdot c1^2 & s1^2 \cdot c1^2 & s1^4 + c1^4 & -4 \cdot (s1^2 \cdot c1^2) \\ c2^4 & s2^4 & 2 \cdot (s2^2 \cdot c2^2) & 4 \cdot (s2^2 \cdot c2^2) \\ s2^2 \cdot c2^2 & s2^2 \cdot c2^2 & s2^4 + c2^4 & -4 \cdot (s2^2 \cdot c2^2) \\ c4^4 & s4^4 & 2 \cdot (s4^2 \cdot c4^2) & 4 \cdot (s4^2 \cdot c4^2) \\ s4^2 \cdot c4^2 & s4^2 \cdot c4^2 & s4^4 + c4^4 & -4 \cdot (s4^2 \cdot c4^2) \\ c6^4 & s6^4 & 2 \cdot (s6^2 \cdot c6^2) & 4 \cdot (s6^2 \cdot c6^2) \end{bmatrix}$$

$$G_{xy} = \{G_{\Sigma}^p\}$$

$$G_{xy} := \begin{pmatrix} 177 \\ 2.88 \\ 138 \\ 20.0 \\ 39.1 \\ 41.4 \\ 9.3 \end{pmatrix}$$

$$G_0 := \begin{pmatrix} g11 \\ g22 \\ g12 \\ g66 \end{pmatrix}$$

**Вар. 2 – минимизация относительных невязок (МОН).**

Базовые характеристики (углепластик) в гигапаскалях:

$g_{xx}(0)=177, g_{xy}(0)=2,88, g_{xx}(20)=138, g_{xy}(20)=20, g_{xx}(50)=39,1, g_{xy}(50)=41,4, g_{xx}(90)=9,3$

Обозначим:  $ci = \cos(\phi_i), si = \sin(\phi_i)$

$$\hat{a}_{i,j} = \frac{a_{i,j}}{g_i^e} \quad [\hat{R}] = \left( [\hat{A}]^T [\hat{A}] \right)^{-1} [\hat{A}]^T$$

$$\{G_0\} = [\hat{R}] \{E\}, \quad E = \{1,1,\dots,1\}^T$$

$$v_j = \frac{g_j^e - g_j^p}{g_j^e} 100\% \quad k_v - \text{коэфф. вариации в числ. эксп-те (\%)} \\ \text{по 10 расчетам}$$

**Вариант 1 (МАН)**

$$G_0 := \begin{pmatrix} 175.739 \\ 9.277 \\ 2.781 \\ 4.417 \end{pmatrix} \quad v = \begin{pmatrix} 0.712 \\ 3.453 \\ -1.127 \\ 2.54 \\ 0.694 \\ -1.467 \\ 0.243 \end{pmatrix}$$

$$k_v = [0,3 \quad 8,6 \quad 16,6 \quad 9,5]$$

**Вариант 2 (МОН)**

$$G_0 := \begin{pmatrix} 175.864 \\ 9.304 \\ 2.886 \\ 4.453 \end{pmatrix} \quad v := \begin{pmatrix} 0.642 \\ -0.194 \\ -1.224 \\ 2.118 \\ 0.398 \\ -1.603 \\ -0.046 \end{pmatrix}$$

$$k_v = [1,7 \quad 2,6 \quad 2,9 \quad 10,5]$$

**Вывод:** при удачно выбранных базовых характеристиках различия между минимизацией относительн. и абсолютн. невязок невелики, хотя для существенно анизотропных материалов предпочтительна минимизация относительных невязок

### Вар. 3 – минимизация абсолютных невязок.

Базовые характеристики (углепластик) в гигапаскалях:

$$g_{xx}(0)=177, g_{xy}(0)=2,88, g_{xx}(20)=138, g_{xx}(40)=65,6, g_{xy}(40)=40,7, g_{xx}(70)=12,2, g_{xy}(70)=17,5;$$

$$\{G_{\Sigma}^p\} = [A]\{G_0\}$$

$$\{G_0\} = [R]\{G_{\Sigma}^g\}$$

$$R := (A^T \cdot A)^{-1} \cdot A^T$$

$$A := \begin{bmatrix} c1^4 & s1^4 & 2 \cdot (s1^2 \cdot c1^2) & 4 \cdot (s1^2 \cdot c1^2) \\ s1^2 \cdot c1^2 & s1^2 \cdot c1^2 & s1^4 + c1^4 & -4 \cdot (s1^2 \cdot c1^2) \\ c2^4 & s2^4 & 2 \cdot (s2^2 \cdot c2^2) & 4 \cdot (s2^2 \cdot c2^2) \\ c3^4 & s3^4 & 2 \cdot (s3^2 \cdot c3^2) & 4 \cdot (s3^2 \cdot c3^2) \\ s3^2 \cdot c3^2 & s3^2 \cdot c3^2 & s3^4 + c3^4 & -4 \cdot (s3^2 \cdot c3^2) \\ s5^2 \cdot c5^2 & s5^2 \cdot c5^2 & s5^4 + c5^4 & -4 \cdot (s5^2 \cdot c5^2) \\ c5^4 & s5^4 & 2 \cdot (s5^2 \cdot c5^2) & 4 \cdot (s5^2 \cdot c5^2) \end{bmatrix}$$

$$G_{xy} := \begin{pmatrix} 177 \\ 2.88 \\ 138 \\ 65.6 \\ 40.7 \\ 12.2 \\ 17.5 \end{pmatrix}$$

$$G_0 := \begin{pmatrix} g11 \\ g22 \\ g12 \\ g66 \end{pmatrix}$$

$$v_j = \frac{g_j^g - g_j^p}{g_j^g} 100\%$$



**Вар. 4 – минимизация относительных невязок.**

Базовые характеристики (углепластик) в гигапаскалях:

$g_{xx}(0)=177, g_{xy}(0)=2,88, g_{xx}(20)=138, g_{xx}(40)=65,6, g_{xy}(40)=40,7, g_{xx}(70)=12,2, g_{xy}(70)=17,5;$

$$\hat{a}_{i,j} = \frac{a_{i,j}}{g_i^{\vartheta}} \quad [\hat{R}] = \left( [\hat{A}]^T [\hat{A}] \right)^{-1} [\hat{A}]^T$$

$$\{G_0\} = [\hat{R}] \{E\}, \quad E = \{1,1,\dots,1\}^T$$

$$v_j = \frac{g_j^{\vartheta} - g_j^p}{g_j^{\vartheta}} 100\% \quad k_v - \text{коэфф. вариации в числ. эксп-те (\%)} \text{ по 10 расчетам}$$

**Вывод:** при неудачно выбранных базовых характеристиках различия между минимизацией относительных и абсолютных невязок велики и результат может быть грубо ошибочным (отрицательные значения характеристик жесткости)

**Вариант 3 (МАН)**

$$G_0 := \begin{pmatrix} 175.341 \\ 15.753 \\ -1.358 \\ 5.174 \end{pmatrix} \quad v = \begin{pmatrix} 0.937 \\ 147.165 \\ -0.573 \\ -2.789 \\ 0.209 \\ -35.437 \\ 1.458 \end{pmatrix}$$

$k_v = [3,3 \quad 27,1 \quad 102 \quad 35,5]$

**Вариант 4 (МОН)**

$$G_0 := \begin{pmatrix} 168.885 \\ -7.944 \\ 2.801 \\ 10.417 \end{pmatrix} \quad v = \begin{pmatrix} 4.584 \\ 2.736 \\ 1.117 \\ -4.059 \\ 25.399 \\ -19.204 \\ 1.458 \end{pmatrix}$$

$k_v = [4,9 \quad 137 \quad 82 \quad 25,8]$

# Вопросы для самоконтроля

## Идентификация характеристик упругости

1. Какая задача является прямой, а какая обратной при определении характеристик упругости многослойного пакета?
2. Какие величины являются исходными данными при идентификации характеристик упругости слоя многослойного пакета?
3. Как формируется функция цели при решении задачи идентификации характеристик упругости слоя?
4. Что такое – абсолютные невязки характеристик пакетов и что такое относительные невязки характеристик пакетов?
5. Для каких материалов минимизация относительных невязок при определении элементов матриц жесткости предпочтительна и почему?
6. Чем отличается идентификация элементов матрицы жесткости слоя от идентификации технических постоянных слоя?
7. Какая матрица называется сингулярной?
8. Почему важно знать устойчивость решения задачи идентификации к случайным отклонениям в исходных данных?
9. Сравнение каких величин в численном эксперименте позволяет судить о хорошей или плохой устойчивости решения задачи идентификации к случайным отклонениям в исходных данных?
10. Что надо сделать, если устойчивость определения какой-то характеристики слоя к случайным отклонениям в исходных данных плохая?
11. Каковы главные преимущества определения характеристик слоя с использованием метода идентификации?

# Задания для самостоятельного решения задачи идентификации

ЭМЖ (ГПа), вар. 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17 – мин. абс. невязок,

ОСТАЛЬН – мин. ОТН. НЕВЯЗОК

**Вар. 1, 2:**

$$g_{xx}(0)=177, g_{xy}(0)=2,88, g_{xx}(20)=138, g_{xy}(20)=20, g_{xx}(50)=39,1, g_{xy}(50)=41,4, g_{xx}(90)=9,3;$$

**Вар. 3, 4:**

$$g_{xx}(0)=175, g_{xy}(0)=2,78, g_{xx}(20)=135, g_{xx}(40)=65,6, g_{xy}(40)=40,7, g_{xx}(70)=12,2, g_{xy}(70)=17,5;$$

**Вар. 5, 6:**

$$g_{xx}(0)=177, g_{xy}(0)=2,88, g_{xx}(20)=138, g_{xy}(20)=20, g_{xx}(40)=65,6, g_{xy}(40)=40,7, g_{xx}(90)=9,3;$$

**Вар. 7, 8:**

$$g_{xx}(0)=175, g_{xy}(0)=2,78, g_{xx}(20)=135, g_{xx}(50)=38,1, g_{xy}(50)=41,4, g_{xx}(90)=9,3;$$

**Вар. 9, 10:**

$$g_{xx}(0)=177, g_{xx}(20)=138, g_{xy}(20)=20, g_{xx}(50)=39,1, g_{xy}(50)=41,4, g_{xx}(70)=12,2;$$

**Вар. 11, 12:**

$$g_{xx}(20)=138, g_{xy}(20)=20, g_{xx}(50)=39,1, g_{xy}(50)=41,4, g_{xx}(40)=65,6, g_{xx}(70)=12,2, g_{xy}(70)=17,5;$$

**Вар. 13, 14:**

$$g_{xx}(20)=138, g_{xy}(20)=20, g_{xx}(40)=65,6, g_{xy}(40)=40,7, g_{xx}(70)=12,2, g_{xy}(70)=17,5, g_{xx}(90)=9,3;$$

**Вар. 15, 16:**

$$g_{xx}(0)=175, g_{xx}(20)=135, g_{xy}(20)=20, g_{xx}(40)=65,6, g_{xx}(50)=38,1, g_{xx}(70)=12,2, g_{xy}(70)=17,5,;$$

Задания для самостоятельного решения задачи идентификации  
ЭМЖ (ГПа), вар. 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17 –мин. абс. невязок,  
остальн – мин. отн. невязок

**Вар. 17, 18:**

$$g_{xx}(0)=175, g_{xy}(0)=2,88, g_{xx}(20)=135, g_{xx}(40)=65,6, g_{xx}(70)=12,2, g_{xч}(90)=9,3,;$$

**Вар. 19, 20:**

$$g_{xx}(0)=175, g_{xx}(20)=135, g_{xy}(20)=20, g_{xx}(40)=65,6, g_{xx}(50)=38,1, g_{xч}(90)=9,3,;$$