

# 4 РАБОТА МАТЕРИАЛОВ И ЭЛЕМЕНТОВ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ И ОСНОВЫ НОРМ РАСЧЕТА ЭЛЕМЕНТОВ. ВИДЫ НАПРЯЖЕНИЙ И ИХ УЧЕТ ПРИ РАСЧЕТЕ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

- ▶ Действительное напряженное состояние даже в простейших конструкциях довольно сложно. Напряжения в зависимости от вида подразделяются на **основные, дополнительные, местные и начальные.**
- ▶ **Основные напряжения** - это напряжения, развивающиеся внутри элемента конструкции в результате уравнивания воздействия внешних нагрузок. Они определяются расчетом по усилиям, установлены для принятой идеализированной расчетной схемы без учета местных, дополнительных и внутренних напряжений. Искусственно создаваемые предварительные напряжения также относятся к основным.
- ▶ **Дополнительные напряжения** - напряжения возникающие в результате дополнительных связей по отношению к принятой идеализированной схеме (например, защемление элементов в узлах ферм). Эти напряжения не влияют на равновесие системы в целом и в конструкциях из пластических материалов большей частью расчетом не учитываются.

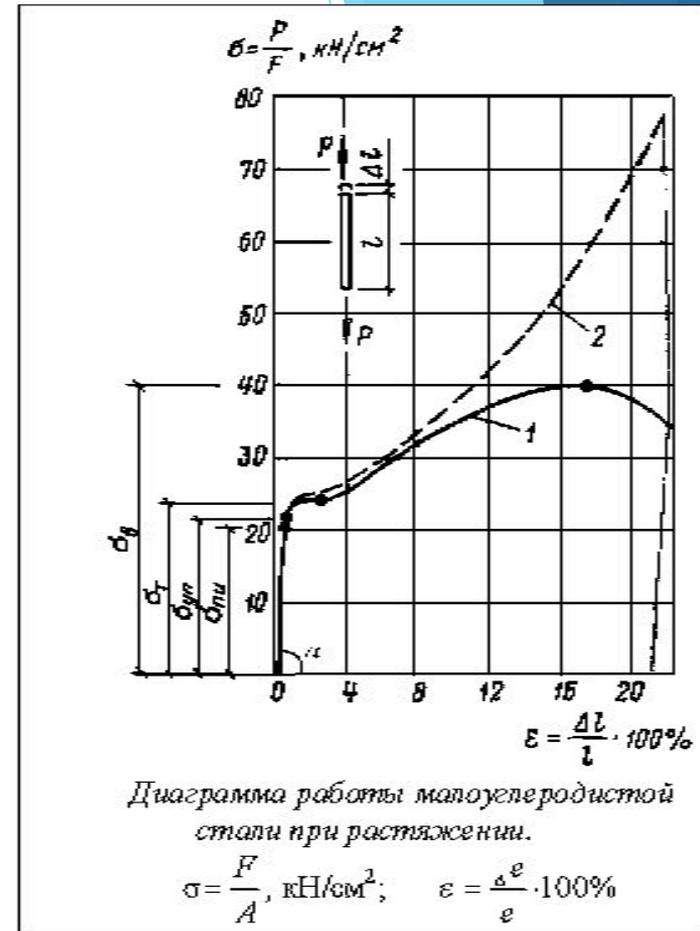
- ▶ К **местным напряжениям** относятся напряжения в местах приложения сосредоточенных нагрузок, в местах опирания других конструкций, под катками мостовых кранов в подкрановых балках, в местах крепления вспомогательных элементов. В местах с резким изменением сечения, наличием отверстий, трещин возникает местная концентрация напряжений. Концентрация напряжений при нормальной температуре и статических воздействиях расчетом не учитывается. При пониженных температурах и особенно при воздействии динамических нагрузок концентрация напряжений учитывается расчетом.
- ▶ **Начальными (внутренними) напряжениями** называются напряжения, которые имеются в ненагруженном внешней нагрузкой элементе и которые появились в нем в результате неравномерного остывания после прокатки и сварки или в результате предшествующей работы элемента и его пластической деформации. Начальные (внутренние) напряжения не оказывают влияния на прочность элемента, поскольку результирующие напряжения выравниваются при развитии пластических деформаций. Начальные напряжения в пластичных строительных сталях при расчетах не учитываются.

# 4.1 Работа стали на растяжение

- Связь между напряжением и удлинением образца на начальном этапе испытания следует закону Гука

$$\sigma = \varepsilon E,$$

- где  $E$  - коэффициент пропорциональности между напряжением и удлинением, носящий название модуля упругости и равный для стали  $21000 \text{ кН/см}^2$
- Геометрически модуль упругости представляет собой  $\alpha$ .
- Линейная связь между напряжением и удлинением сохраняется до величины напряжений примерно  $20 \text{ кН/см}^2$  и соответствует пределу пропорциональности  $\sigma_{\text{пц}}$ . Несколько выше этой точки лежит предел упругости  $\sigma_{\text{уп}}$ , соответствующий такой деформации, которая практически полностью исчезает после разгрузки образца. Предел упругости ограничивает область упругой работы материала. При дальнейшей нагрузке образца модуль упругости стали уменьшается (криволинейная часть диаграммы) и при напряжении около  $24 \text{ кН/см}^2$  становится равным нулю (начало горизонтального участка диаграммы). Это напряжение называется пределом текучести  $R_{\text{уп}}$ . В дальнейшем образец продолжает удлиняться без приложения дополнительной нагрузки, т.е. как



- ▶ Область работы материала между напряжениями  $\sigma_{уп}$  и  $R_{уп}$  является областью упругопластической работы. Горизонтальный участок диаграммы называется **площадкой текучести**. При относительном удлинении образца около 2,5% «течение» заканчивается и материал становится снова несущеспособным, он как бы самоупрочняется (область самоупрочнения).
- ▶ При дальнейшем увеличении нагрузки удлинения продолжают нарастать, в образце образуются шейки (местное сужение) и при относительном удлинении 20– 25% происходит разрыв.
- ▶ Наибольшее условное напряжение, достигнутое в образце (точка  $R_{уп} = 40$  кН/см<sup>2</sup> для стали 3), называется временным сопротивлением (пределом прочности) стали. Напряжение называется условным потому, что прикладываемую к образцу силу делят на первоначальную площадь образца без учета его сужения. Поэтому и всю диаграмму иногда называют условной.
- ▶ Из диаграммы видно, что упругая область работы стали составляет примерно 1/200 часть упруго-пластической и здесь содержится большой резерв прочности.

## 4.2 Работа стали при сложном напряженном состоянии

- ▶ В случае сложного напряженного состояния (например, при совместном действии нормальных и касательных напряжений при изгибе) переход в пластическое состояние, обычно выражают через приведенное напряжение  $\sigma_{\text{чед}}$ , приравнивая его пределу текучести  $R_{\text{yn}}$ , найденному при простом растяжении.
- ▶ Для плоского напряженного состояния, например в вырезанном элементе оболочки, где нормальные напряжения  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  развиваются в двух взаимно перпендикулярных направлениях ( $\sigma_z=0$ ):

$$\sigma_{\text{чед}} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y} = R_{\text{yn}};$$

- ▶ В случае простого изгиба, например, в балке;

$$\sigma_{\text{чед}} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{x,y}^2} = R_{\text{yn}},$$

- ▶ где

$$\sigma_{\text{чед}} = \frac{M_x}{W_x}; \quad \tau_{x,y} = \frac{Q \cdot S}{J_x \cdot t}.$$

- ▶ Из этой формулы можно получить условие текучести для максимально возможных значений касательных напряжений при чистом сдвиге, т. е. когда  $\sigma_x=0$

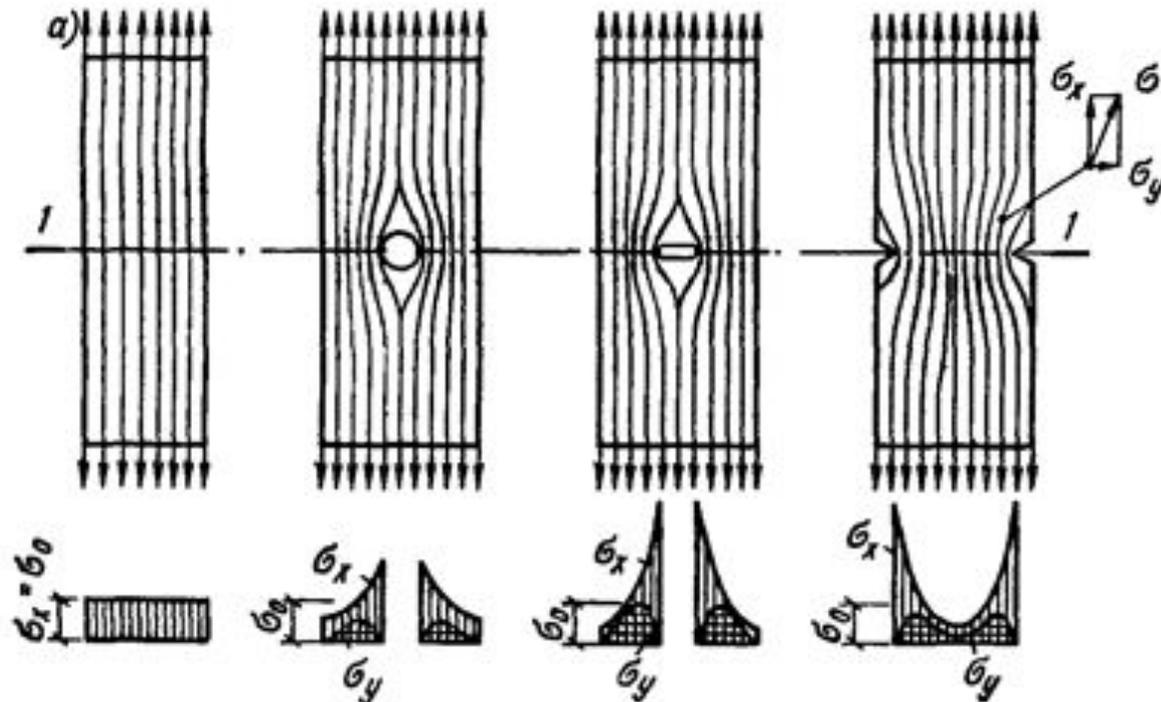
$$\tau_T = \frac{R_{\text{yn}}}{\sqrt{3}} = 0,577R_{\text{yn}} \approx 0,58R_{\text{yn}}$$

## 4.3 Работа стали на сжатие

- ▶ Сталь при работе на сжатие в коротких элементах ведет себя так же, как и при растяжении. Значение предела текучести  $R_{yn}$ , модуля упругости  $E$  и величина площадки текучести равны аналогичным показателям при растяжении. Однако разрушить путем сжатия короткие образцы, изготовленные из пластичной стали, не представляется возможным из-за расплющивания образца. При расчете коротких элементов, которые не могут потерять устойчивость, расчетное сопротивление принимается более высоким чем, при растяжении и сжатии. Иная картина наблюдается в длинных сжатых элементах, длина которых в несколько раз превышает ширину поперечного сечения (гибкие элементы). В этом случае элемент может потерять свою несущую способность, т. е. способность сопротивляться внешним воздействиям, не в результате разрушения материала, а в результате потери устойчивости (продольного изгиба).

## 4.4 Работа стали при неравномерном распределении напряжения.

- ▶ Если в напряженном элементе есть отверстия, выточки, местные сужения, резкий переход от одного сечения к другому, то силовой поток внутри элемента в этих местах будет сгущаться и искривляться, обходя препятствия. Напряжения у этих мест будут распределены неравномерно; величина наибольших пиковых напряжений будет значительно больше среднего, равномерно распределенного напряжения.



- ▶ Главное напряжение  $\sigma$  на искривленной траектории может быть разложено на два взаимно перпендикулярных направления  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$ , поэтому криволинейным траекториям всегда соответствует сложное напряженное состояние - плоскостное или объемное. При сложном напряженном состоянии в случае однозначных напряжений увеличиваются пределы текучести  $R_{yn}$  и прочности  $R_{un}$  и сильно уменьшается относительное удлинение  $\varepsilon$ , материал работает более хрупко. Чем острее надрез или выточка, тем больше пиковые напряжения и искривление силового потока, а также тенденция перехода стали в хрупкое состояние.
- ▶ Факторы, вызывающие искривление плавного силового потока (отверстия, щели, надрезы, утолщения) называют **концентраторами напряжений**, у таких мест происходит **концентрация напряжений**. Отношение максимального напряжения в месте концентрации к условному, равномерно распределенному в данном сечении напряжению называется коэффициентом концентрации. Коэффициент концентрации у круглых отверстий и полукруглых выточек равен 2–3, у острых щелей и надрезов он значительно выше.
- ▶ Большое количество разрушений металлических конструкций связано с явлением концентрации напряжений и переходом стали в хрупкое состояние. Определить расчетом величину напряжений у очагов концентрации чрезвычайно трудно. Поэтому чтобы предотвратить разрушение от концентрации напряжений и переход стали в хрупкое состояние, необходимы конструктивные мероприятия, обеспечивающие плавное распределение силового потока.

## 4.5 Работа стали при повторных нагрузках. Усталостная и вибрационная прочность

- ▶ **Усталостью металла** называется разрушение его под действием многократно повторенной знакопеременной или переменной нагрузки при значениях напряжений ниже временного сопротивления. Способность металла сопротивляться такому разрушению называется **выносливостью**, а напряжение при котором металл разрушается, - **вибрационной или усталостной прочностью**  $\sigma_{вб}$ . При этом существенное значение имеет, ниже или выше предела текучести  $R_{yn}$  максимальные напряжения при повторяющихся нагрузках. В первом случае, при упругих деформациях, разрушение наступает при циклах нагрузки в несколько сот тысяч или миллионов раз. Во втором случае, при упругопластических деформациях, из-за наличия остаточных деформаций разрушение происходит при меньшем числе циклов нагрузки, измеряемой единицами или сотнями (например, разрушение проволоки при многократных больших перегибах), и называется **упругопластической малоцикловой усталостью**. Вибрационная прочность  $\sigma_{вб}$  неодинакова для различных марок сталей. Для одной и той же марки стали вибрационная  $\sigma_{вб}$  прочность зависит от характера циклов нагрузки и их количества. Характер цикла определяется отношением наименьших по абсолютной величине напряжений к наибольшим

$$\rho = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$$

- ▶ Наибольшее напряжение, при котором материал в состоянии выдерживать практически неограниченно большое число циклов нагружения при данном коэффициенте асимметрии  $r$  называется **пределом выносливости** или **пределом усталости** .
- ▶ При расчете металлоконструкций усталость металла учитывается снижением расчетного сопротивления стали, умножением на коэффициент , значение которого зависит от рассмотренных факторов и приводится в нормах проектирования или определяется по формулам. При проектировании металлических конструкций, подверженных воздействию многократно действующих подвижных или вибрационных нагрузок (подкрановых балок, бункерных и разгрузочных эстакад, конструкций под моторы, станки и т. п.) особое внимание следует уделять разработке конструктивных решений, вызывающих наименьшую концентрацию напряжений: плавные переходы в соединениях элементов, отсутствие резких изменений сечений, отверстий, вырезов и т. д.

## 4.6 Работа стали при различных температурах.

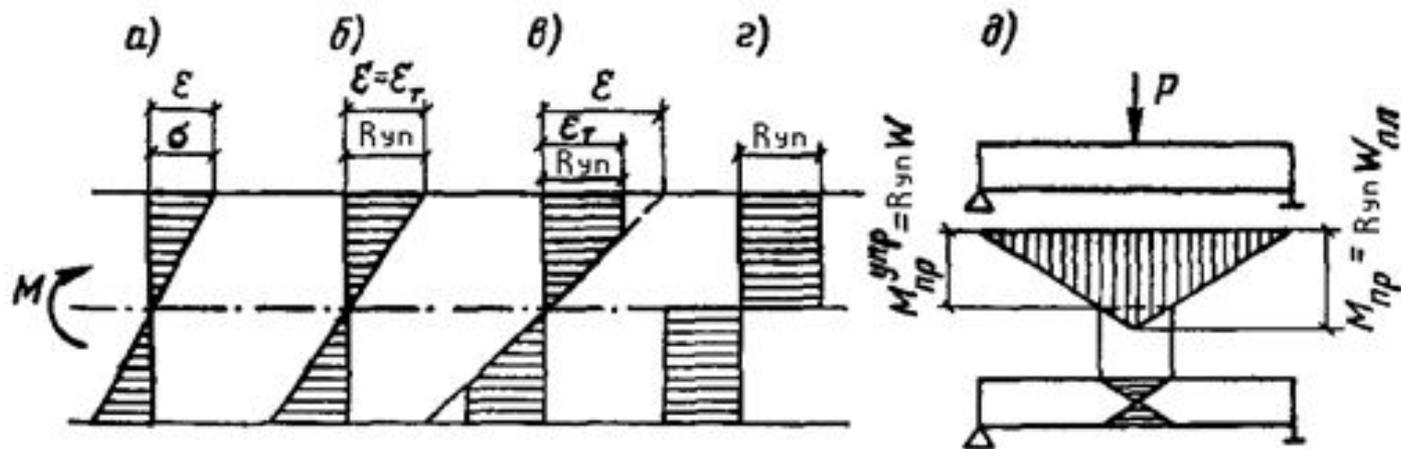
- ▶ Механические свойства малоуглеродистой стали при нагревании её до температуры  $t=200-250^{\circ}\text{C}$  сравнительно мало меняется, но уже при  $t=300-350^{\circ}\text{C}$  сталь в изломе получает крупнозернистое строение и становится более хрупкой - синеломкой. При этой температуре не рекомендуется деформировать или подвергать сталь ударным воздействиям. При дальнейшем возрастании это свойство пропадает, но начинается быстрое падение значений предела текучести  $R_{yn}$  и временного сопротивления  $R_{un}$ . При температурах близких к  $600^{\circ}\text{C}$ , несущая способность стали практически исчерпывается. При проектировании стальных конструкций принимается, что до температуры  $400^{\circ}\text{C}$  механические характеристики стали остаются постоянными, а при более высоких температурах сталь становится ненесущеспособной. Длительный нагрев при  $t > 700^{\circ}\text{C}$  содействует росту кристаллов и образованию крупнозернистой структуры. При длительном нагреве на воздухе до температуры, близкой к температуре плавления, возможен пережег металла. При отрицательных температурах и с увеличением толщины проката повышается хрупкость и прочность стали.
- ▶ Строительные стали становятся хрупкими при температурах:
  - ▶  $t = - (30 - 35^{\circ}\text{C})$  - малоуглеродистые кипящие стали;
  - ▶  $t = - (45 - 50^{\circ}\text{C})$  - малоуглеродистые спокойные;
  - ▶  $t = - (55 - 60^{\circ}\text{C})$  - низколегированные.
- ▶ Исходя из этого нормами проектирования предусмотрено применение различных сталей с учетом толщины проката и температуры, при которой будет эксплуатироваться сооружение.

## 4.7 Старение стали

- ▶ Старением называется изменение свойств материалов во времени без существенного изменения его макроструктуры. В процессе старения свойства стали изменяются: увеличиваются пределы упругости  $\sigma_{yn}$ , текучести  $R_{yn}$  и прочности  $R_{un}$ , снижается относительное удлинение  $\varepsilon$ , уменьшается ударная вязкость  $a$ , сталь становится более хрупкой. Причина старения - постепенный переход металла в более устойчивую структуру. Сталь в целом становится более прочной но менее пластичной. Различают два вида старения - термическое (дисперсионное твердение) и деформационное.
- ▶ Термическое старение происходит после нагрева до сравнительно невысоких температур (искусственное старение), либо протекает при комнатной температуре (естественное старение). Деформационное старение происходит после пластического деформирования при температурах ниже температуры рекристаллизации.
- ▶ Время старения весьма неопределенно - от нескольких дней до десятилетий. Оно зависит от структуры стали (величина зерна), её загрязненности, температуры и механических воздействий. Старению наиболее подвержены кипящие стали.
- ▶ При расчетах металлоконструкций естественное старение стали не учитывается, так как повышению пределов текучести и прочности сопутствуют снижение пластичности и увеличение хрупкости. В алюминиевых сплавах старение используется для упрочнения материала.

## 4.8 Коррозия стали

- ▶ Коррозия может быть химической, вызванной непосредственным воздействием на металл агрессивных жидкостей или газов, и электрохимической, вызванной воздействием влаги и атмосферы на поверхностный слой металла.
- ▶ Скорость коррозии в чистом воздухе при небольшой его относительной влажности невелика и составляет сотые доли миллиметра толщины в год. В условиях агрессивных сред промышленных предприятий она увеличивается и может быть очень интенсивной. Известны случаи выхода из строя стальных конструкций перекрытий зданий с агрессивной средой через 15–20 лет работы, нижних частей колонн зданий через 30 лет работы.



- ▶ Разрушение может быть от общей поверхностной коррозии, когда рабочая площадь уменьшается и происходит перенапряжение элемента, и от местной коррозии. Продукт коррозии - ржавчина, имеет значительно больший объем, чем металл, из которого она образовалась. Кроме того, увлажнение вызывает разбухание ржавчины и еще большее увеличение ее объема. Ржавчина, заполняя трещины на поверхности металла, являющиеся следствием прокатки, сварки, дефектов структуры, усталости металла и других причин, и затем, увеличиваясь в объеме расширяет и углубляет их, ослабляя сечение конструкции и образуя концентраторы напряжений. Развиваясь между склепанными элементами, ржавчина вызывает местные вздутия и даже отрыв головок заклепок.
- ▶ В узких щелях конструкций при наличии в них влаги и пыли возможно образование коррозии в виде раковины, заполненной ржавчиной. Такие раковины могут иметь довольно большие размеры и представлять опасность для несущей способности элемента.
- ▶ Основными мероприятиями по борьбе с коррозией металлоконструкций являются:
  - ▶ 1) проектирование металлических конструкций без узких щелей, пазух, с формой сечений элементов, хорошо обтекаемой воздушными струями, не удерживающих пыли, открытых для окраски;
  - ▶ 2) высококачественная огрунтовка изготовленных конструкций и последующая их окраска правильно выбранными лакокрасочными покрытиями;
  - ▶ 3) периодическая окраска металлических конструкций в процессе эксплуатации (обычно через 3–6 лет работы).

## 4.9 Упруго пластическая работа стали при изгибе. Шарнир пластичности

- ▶ Напряжение при изгибе в упругой стадии распределяется в сечении по линейному закону. Напряжения в крайних волокнах для симметричного сечения определяются формулой:

$$\sigma = \pm \frac{M}{W},$$

- ▶ где  $M$  - изгибающий момент;
- ▶  $W$  – момент сопротивления сечения.
- ▶ С увеличением нагрузки (или изгибающего момента  $M$ ) напряжения будут увеличиваться и достигнут значения предела текучести  $R_{yn}$ .
- ▶ Ввиду того, что предела текучести достигли только крайние волокна сечения, а соединенные с ними менее напряженные волокна могут еще работать, несущая способность элемента не исчерпана. С дальнейшим увеличением изгибающего момента будет происходить удлинение волокон сечения, однако напряжения не могут быть больше  $R_{yn}$ . Предельной эпюрой будет такая, в которой верхняя часть сечения до нейтральной оси равномерно сжата напряжением  $R_{yn}$ . Несущая способность элемента при этом исчерпывается, а он может как бы поворачиваться вокруг нейтральной оси без увеличения нагрузки; образуется шарнир пластичности.

- ▶ В месте пластического шарнира происходит большое нарастание деформаций, балка получает угол перелома, но не разрушается. Обычно балка теряет при этом либо общую устойчивость, либо местную устойчивость отдельных частей. Предельный момент, отвечающий шарниру пластичности,

$$M_{np} = R_{yn} W_{пл},$$

- ▶ где  $W_{пл} = 2S$  - **пластический момент сопротивления**
- ▶  $S$  - статический момент половины сечения относительно оси, проходящий через центр тяжести.
- ▶ Пластический момент сопротивления, а следовательно предельный момент, отвечающий шарниру пластичности больше упругого. Нормами разрешается учитывать развитие пластических деформаций для разрезных прокатных балок, закрепленных от потери устойчивости и несущих статическую нагрузку. Значение пластических моментов сопротивления при этом принимаются: для прокатных двутавров и швеллеров:
  - ▶  $W_{пл} = 1,12W$  - при изгибе в плоскости стенки
  - ▶  $W_{пл} = 1,2W$  - при изгибе параллельно полкам.
  - ▶ Для балок прямоугольного поперечного сечения  $W_{пл} = 1,5 W$ .
  - ▶ По нормам проектирования развития пластических деформаций допускается учитывать для сварных балок постоянного сечения при отношениях ширины свеса сжатого пояса к толщине пояса  $\frac{b_s}{t_f} \leq 10$  и высоты стенки к ее толщине  $\frac{h_w}{t_w} \leq 70$ .

- ▶ В местах наибольших изгибающих моментов недопустимы наибольшие касательные напряжения; они должны удовлетворять условию:

$$\tau \leq 0,3R_y.$$

- ▶ Если зона чистого изгиба имеет большую протяженность, соответствующий момент сопротивления во избежание чрезмерных деформаций принимается равным  $0,5(W_{yn} + W_{пл})$ .
- ▶ В неразрезных балках за предельное состояние принимается образование шарниров пластичности, но при условии сохранения системой своей неизменяемости. Нормами разрешается при расчете неразрезных балок (прокатных и сварных) определять расчетные изгибающие моменты исходя из выравнивания опорных и пролетных моментов (при условии, что смежные пролеты отличаются не больше чем на 20%).
- ▶ Во всех случаях, когда расчетные моменты принимаются в предположении развития пластических деформаций (выравнивания моментов), проверку прочности следует производить по упругому моменту сопротивления по формуле:

$$\sigma = \pm \frac{M}{W}$$

- ▶ При расчете балок из алюминиевых сплавов развитие пластических деформаций не учитывается. Пластические деформации пронизывают не только наиболее напряженное сечение балки в месте наибольшего изгибающего момента, но и распространяются по длине балки. Обычно в изгибаемых элементах кроме нормальных напряжений от изгибающего момента есть еще и касательное напряжение от поперечной силы. Поэтому условие начала перехода металла в пластическое состояние в этом случае должно определяться приведенными напряжениями  $\sigma_{\text{чед}}$ :

$$\sigma_{\text{чед}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq R_y.$$

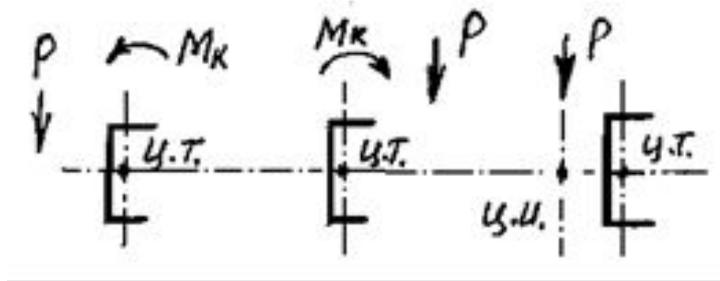
- ▶ Как уже отмечалось, начало текучести в крайних фибрах (волокнах) сечения еще не исчерпывает несущие способности изгибаемого элемента. При совместном действии  $\sigma$  и  $\tau$  предельная несущая способность примерно на 15% выше чем при упругой работе, и условие образования шарнира пластичности записывается в виде:

$$\sigma_{\text{нр}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq 1,15R_y,$$

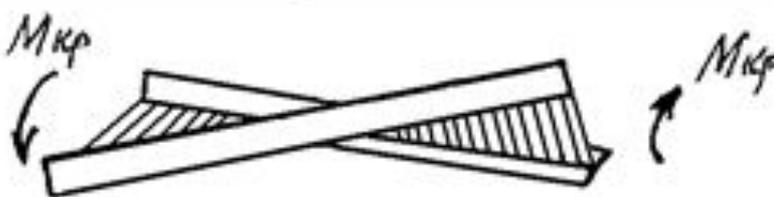
- ▶ При этом должно быть  $\tau \leq 0,6R_y$ .

## 4.10 Работа стержней при кручении

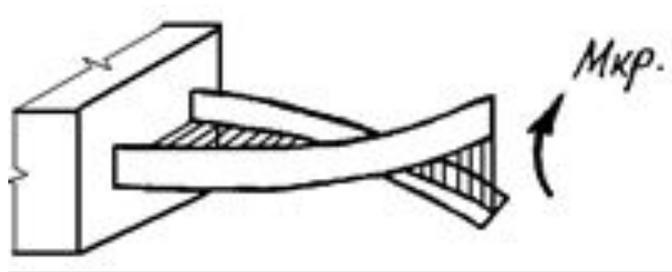
- Сопrotивляемость кручению отдельных элементов металлических конструкций очень мала, поэтому следует избегать конструктивных решений, допускающих кручение.



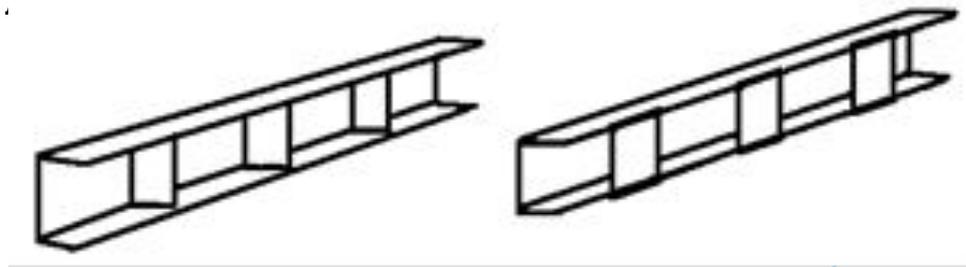
- Несимметричная относительно вертикальной оси балка (например, с сечением в виде швеллера), к которой приложена нагрузка, направленная перпендикулярно продольной оси с эксцентриситетом влево или вправо от стенки будет скручиваться соответственно влево или вправо. Существует положение плоскости действия нагрузки, при котором будет только изгиб балки (без кручения). Эта плоскость действия силы пересекает горизонтальную ось симметрии в точке, называемой **центром изгиба**. Напряжения и деформации при работе элементов на кручения зависят от формы его поперечного сечения. При этом после деформации кручения поперечные сечения не остаются плоскими, **депланируют** (коробятся). Существуют два вида кручения свободное и стесненное. Свободным кручением называется такой вид деформации стержня, при котором поперечные сечения деформируются одинаково.



- ▶ Стесненным, или изгибным, кручением называется такой случай кручения, при котором происходит переменная по длине стержня деформация сечений.



- ▶ В трубчатом прямоугольном сечении, составленном из пластинок, касательные напряжения, также как и в круглой трубе, распределяются по контуру сечения равномерно по толщине, имея центр в середине контура, а не в центре каждой пластинки. Такое сечение с замкнутым контуром обладает большой сопротивляемостью кручению. Но стоит только этот замкнутый контур разрезать, как сопротивляемость его кручению станет равна сопротивляемости развернутой пластинки. Двутавровые, швеллерные и т.п. профили могут рассматриваться как такие открытые профили. Постановка поперечных диафрагм и особенно поперечных планок, замыкающих в отдельных местах открытый профиль, во много раз увеличивает жесткость элементов при кручении.



## 4.11 Устойчивость элементов металлических конструкций

- ▶ Исчерпание несущей способности элемента конструкции может произойти не только в результате разрушения материала, но в результате **потери им устойчивости**. Потеря устойчивости свойственна относительно тонким и гибким элементам при наличии в них сжимающих напряжений. Потеря устойчивости характеризуется тем, что при увеличении нагрузки после достижения в элементе определенной величины напряжений происходит резкое нарастание искривления элемента, отклонения его от первоначальной формы равновесия, сопровождающееся падением несущей способности. Те силовые воздействия или напряжения, при которых происходит отключение от первоначальной устойчивой формы равновесия, называются критическими:  
$$\frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \quad \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \quad \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}}$$
- ▶ Падение несущей способности элементов при потере устойчивости происходит весьма быстро, без заметных предварительных деформаций, что затрудняет принятие мер по усилению. Неправильный учет критических усилий в металлических конструкциях - одна из наиболее распространенных причин их повреждений и аварий.

## 4.12 Потеря устойчивости центрально сжатых стержней

- ▶ При увеличении силы  $P$  стержень вначале будет оставаться прямым, и если ему даже дать искусственное небольшое отклонение  $U$ , то после устранения причины отклонения он вернется к первоначальному прямолинейному положению (**устойчивое равновесие**). При дальнейшем увеличении внешней нагрузки  $P$  может наступить такой момент, когда будут возможны прямолинейная форма равновесия стержня и криволинейная, изгибная. В этом случае при небольшом искусственном отклонении стержня на величину  $U$  и устранения причины отклонения стержень останется изогнутым и не вернется к прямолинейному положению. В точке разветвления прямолинейной криволинейной форм равновесия внешняя сила достигнет своего критического значения  $N_{сч}$ . Дальнейшее, самое незначительное увеличение силы  $N_{сч}$  ведет к резкому нарастанию деформаций и потере несущей способности стержня. Критическая сила для упругого, центрально сжатого, шарнирно - опертого по концам стержня определяется по формуле Л. Эйлера (1744 г.):

$$N_{сч} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J}{\lambda^2},$$

- ▶ где  $E$  - модуль упругости материала стержня;
- ▶  $J$  - минимальный момент инерции сечения стержня;
- ▶  $\lambda$  - расчетная длина стержня.

- ▶ Критические напряжения в стержне:

$$\sigma_{сч} = \frac{N_{сч}}{A_{бр}} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J}{\mu^2 \cdot A_{бр}} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot i^2}{\mu^2} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2},$$

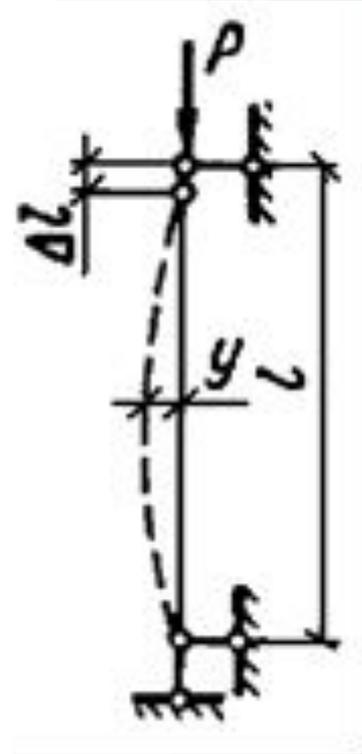
- ▶ Где  $A_{бр}$  - площадь брутто поперечного сечения стержня;

- ▶  $i = \sqrt{\frac{J}{A_{бр}}}$  - радиус инерции стержня;

- ▶  $\lambda = \frac{\mu}{i}$  - гибкость стержня.

- ▶ Критические напряжения зависят только от гибкости стержня  $\lambda$ . При выводе формулы Эйлера предполагалось что модуль упругости материала  $E$  имеет постоянное значение. Поэтому для строительных сталей формула справедлива только в пределах пропорциональности. Минимальная гибкость для стального стержня, выше которой формула Эйлера будет справедлива:

$$\lambda = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{сч}}} = \sqrt{\frac{3,14^2 \cdot 21000}{20}} = 105.$$



- ▶ Абсолютно прямолинейный стержень является идеализированной расчетной схемой. Все реальные стержни в натуре имеют неизбежные отклонения от прямолинейности (случайные эксцентриситеты  $f_0$ ). Поэтому с самого начала загрузки центрально сжатого стержня в нем возникает изгибающий момент  $M = N \cdot f_0$ , что ухудшает условия устойчивости стержня и снижает его критические напряжения. Величина случайных эксцентриситетов определяется статистическим изучением реальных стержней. Устойчивость центрально сжатого стержня будет обеспечена, если напряжение в нем будет меньше критических:

$$N \leq \sigma_{сч} \cdot A_{бр}.$$

- ▶ Чтобы не определять для каждого стержня критические напряжения, а иметь дело с расчетным сопротивлением стали  $R_y$ , критические напряжения выражают через расчетное сопротивление стали, умноженное на коэффициент продольного изгиба (меньший  $\sigma_{сч} = \varphi \cdot R_y$ ).

$$N \leq \varphi \cdot R_{бр} \cdot A.$$

Тогда

- ▶ Или, переписав это выражение в принятой форме сравнения напряжений в стержне с расчетным сопротивлением стали, получим расчетную формулу проверки устойчивости стержня при центральном сжатии, принятую в нормах:

$$\sigma = \frac{N}{\varphi \cdot A_{бр}} \leq R_y.$$

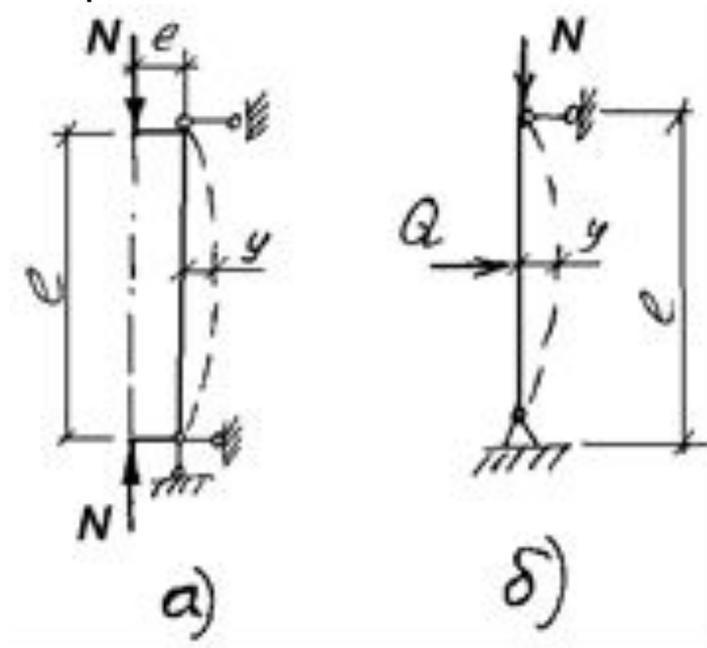
- ▶ Коэффициент продольного изгиба  $\mu$  принимается по таблицам СНиП в зависимости от класса стали и гибкости элемента определяемой по формуле:

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l_0}{i} = \frac{l_p}{i},$$

- ▶ где  $\mu$  - коэффициент приведения расчетной длины, учитывающий условия закрепления концов стержня;
- ▶  $i$  - радиус инерции сечения стержня;
- ▶  $l_p = \mu \cdot l_0$  - расчетная длина стержня;
- ▶  $l_0$  - геометрическая длина стержня.
- ▶ Значения коэффициентов  $\mu$  для сталей разных классов и некоторых алюминиевых сплавов приведены в нормах проектирования.

## 4.13 Потеря устойчивости внецентренно сжатых стержней

- ▶ При действии на стержень только продольной силы  $N$ , но приложенной к продольной оси с эксцентриситетом  $e$  стержень будет внецентренно сжат (а).
- ▶ Если к стержню приложена осевая сила  $N$  и поперечная нагрузка  $Q$ , изгибающая стержень, стержень будет сжато-изогнут (б). Различие в работе внецентренно сжатых и сжато-изогнутых стержней незначительно, поэтому сжато-изогнутые стержни рассматриваются как внецентренно сжатые с эксцентриситетом приложения силы  $N$ .



- ▶ При определенных значениях  $N$  и  $M$  внецентренно сжатые стержни также теряют устойчивость, причем критическая сила  $N$  будет меньше, чем при центральной сжатии, поскольку потере устойчивости способствует изгибающий момент. Изгибающий момент изменяет поведение внецентренно сжатого стержня по сравнению с центрально сжатым. По мере увеличения продольной силы первоначальный прогиб стержня увеличивается, в сечении развиваются пластические деформации и для восприятия увеличивающегося изгибающего момента необходимо уменьшить продольную силу. Условие устойчивости внецентренно сжатого стержня можно записать так:

$$N \leq \sigma_{сч}^{\text{вн}} \cdot A_{\text{бр}} = \varphi^{\text{вн}} \cdot R_y \cdot A_{\text{бр}},$$

- ▶ или в удобной форме сравнения напряжений с расчетным сопротивлением:

$$\sigma = \frac{N}{\varphi^{\text{вн}} \cdot A_{\text{бр}}} \leq R_y,$$

- ▶ где  $\varphi^{\text{вн}}$  - коэффициент понижения напряжения при внецентренном продольном изгибе.
- ▶ Коэффициент  $\varphi^{\text{вн}}$  зависит от условной гибкости стержня:

$$\bar{\lambda} = \lambda \sqrt{\frac{R}{E}},$$

- ▶ и приведенного эксцентриситета  $m_1 = \eta \cdot m$ ,
- ▶ где  $\eta$  - коэффициент, учитывающий развитие пластических деформаций в стержне при потере устойчивости;

- ▶  $m = \frac{e}{\rho}$  - относительный эксцентриситет,

- ▶  $e = \frac{M}{W}$ ;  $\rho = \frac{W}{A}$  - радиус ядра сечения,

- ▶  $\varphi^{6H}, \eta$  - определяются по таблицам, приведенных в

- ▶ нормах проектирования,

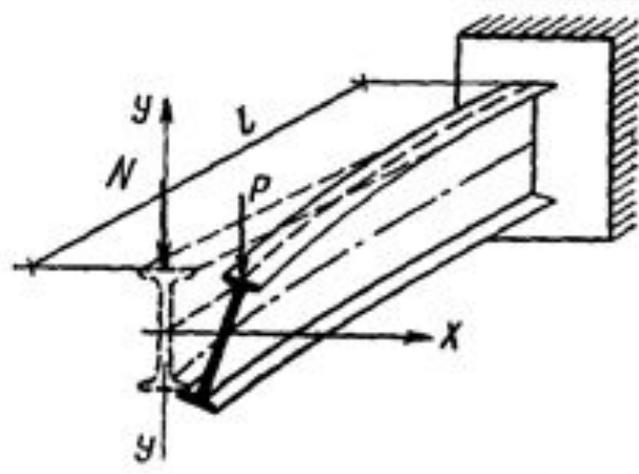
- ▶  $\sigma = \frac{N}{\varphi \cdot A} + \frac{M}{W}$  - дает завышенные результаты, идущие в запас.

- ▶ В плоскости, перпендикулярной к плоскости действия момента (в которой нет момента), стержень должен был бы потерять устойчивость как центрально сжатый, однако, из-за развития пластических деформаций по сечению от действия момента рабочая упругая часть сечения уменьшается и стержень может потерять устойчивость досрочно. Поэтому устойчивость внецентренно сжатых стержней в плоскости, перпендикулярной к действию момента, проверяют по формуле:

$$\sigma = \frac{N}{c \cdot \varphi_{6p} \cdot A} \leq R_y,$$

- ▶ где  $\varphi_y$  - коэффициент продольного изгиба при центральном сжатии относительно, оси перпендикулярной к плоскости действия момента;

- ▶  $c$  - коэффициент, меньше единицы, зависящий от формы сечения, гибкости и относительного эксцентриситета; определяется по указаниям, приведенным в нормах проектирования.



## 4.14 Потеря устойчивости изгибаемых элементов

- ▶ Потеря устойчивости изгибаемого элемента качественно похожа на потерю устойчивости центрально сжатого стержня. Вначале происходит изгиб в своей плоскости; при достижении нагрузкой критического значения балка искривляется и закручивается, теряя несущую способность.

- ▶ Формула для проверки устойчивости изгибаемых элементов, принятая в нормах проектирования:

$$\sigma = \frac{M}{\varphi_{\sigma} W} \leq R_y,$$

- ▶ где  $\varphi_{\sigma}$  - коэффициент понижения напряжений при потере устойчивости изгибаемых элементов.
- ▶ Коэффициент  $\varphi_{\sigma}$  определяют в зависимости от геометрических характеристик балки и места приложения нагрузки по таблицам, приведенным в нормах проектирования.

## 4.15 Потеря местной устойчивости элементов металлических конструкций

- ▶ Элементы металлических конструкций, как правило, являются тонкостенными, сечения их состоят из нескольких соединенных между собой полос-пластинок с относительно тонкими стенками. Напряжения в этих полосах и пластинках от внешней нагрузки при достижении определенных величин могут привести к их выпучиванию, происходит местная потеря устойчивости элемента. Напряжения, соответствующие началу местной потери устойчивости, также называется критическими. Если произошла местная потеря устойчивости в элементе конструкции, то выпученный участок исключается из работы этого сечения и расчетное сечение элемента уменьшается. Расчеты элементов конструкций на прочность и на устойчивость включают в себя расчетное сечение элемента, поэтому всегда должна быть обеспечена местная устойчивость в элементе. Критические напряжения устойчивости в отдельной пластинке зависят от её размеров, характера напряженного состояния и типа закрепления кромок. Если от внешней нагрузки в пластинке существуют только нормальные напряжения  $\sigma$  то, определив для этой же пластинки нормальные критические напряжения  $\sigma_{сч}$  и сравнив их между собой, можно судить о местной устойчивости.
- ▶ Обычно условие обеспечения местной устойчивости записывают так:

$$\sigma \leq \sigma_{сч} \text{ или } \frac{\sigma}{\sigma_{сч}} \leq 1.$$

- ▶ Аналогично если в пластинке имеются касательные напряжения  $\tau$ , условие её устойчивости:

$$\tau \leq \tau_{сч} \quad \frac{\tau}{\tau_{сч}} \leq 1,$$

- ▶ где  $\tau_{сч}$  - критическое касательное напряжение потери местной устойчивости для пластинки данных размеров.
- ▶ От внешней нагрузки в пластинках часто возникают одновременно нормальные и касательные напряжения  $\sigma$  и  $\tau$ . Тогда её устойчивость будет обеспечена, если:

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma}{\sigma_{сч}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{сч}}\right)^2} \leq 1,$$

- ▶ а при наличии местных напряжений

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma}{\sigma_{сч}} + \frac{\tau_{еос}}{\tau_{еос,сч}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{сч}}\right)^2} \leq 1.$$