

# 1.2. Циліндричні оболонки і призматичні складки

1.2.1. Циліндричні оболонки

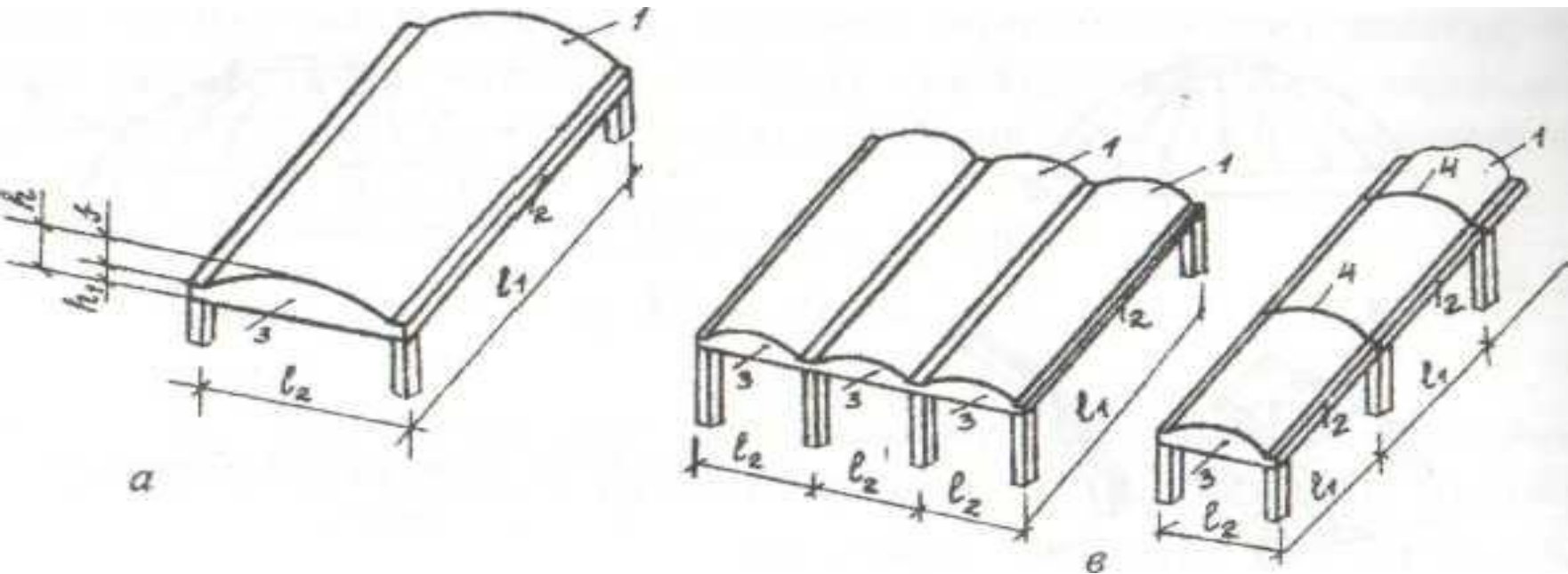
1.2.1.1 Довгі циліндричні оболонки

1.2.1.2 Короткі циліндричні оболонки

1.2.2. Призматичні складки

## 1.2.1. Циліндричні оболонки

До циліндричних оболонок у будівництві відносять тонкостінні просторові покриття у вигляді тонкої криволінійної плити (оболонки), яка спирається на бортові елементи та діафрагми.



Конструкції циліндричних оболонок:

а - однохвильова однопролітна; б - багатохвильова; в - багатопролітна; 1 - оболонка; 2 - бортовий елемент; 3 - діафрагма торцева; 4 - діафрагма проміжна

Циліндричні оболонки за формою серединної поверхні належать до оболонок із нульовою гаусовою кривизною. Утворюються вони шляхом переміщення плоскої випуклої кривої вздовж прямої. Тобто циліндричні оболонки мають окреслення лінійчастих поверхней. За окресленням серединної поверхні циліндрична оболонка на практиці найчастіше приймається круговою (рідше еліптичною, параболічною).

Основними розмірами циліндричних оболонок є а):  $l_1$  — проліт (відстань між осями діафрагм),  $l_2$  — довжина хвилі або ширина оболонки (відстань між бортовими елементами),  $h$  - висота,  $f$ - стріла підйому оболонки,  $h_1$  висота бортового елемента.

Залежно від співвідношення  $l_1/l_2$  циліндричні оболонки поділяються на довгі ( $l_1/l_2 > 1$ ) та короткі ( $l_1/l_2 < 1$ ).

Оболонки за конструкцією бувають однопролітні (рис. 9, а, б), багатопролітні (рис. 9, в), однохвильові (рис. 9, а, в) та багатохвильові. Вони можуть мати гладку або ребристу поверхню.

За способом виготовлення циліндричні оболонки бувають монолітні або збірні.

Діафрагми в оболонках поділяють на проміжні і торцеві. Вони сприймають опорний тиск оболонок і забезпечують їх недеформованість у поперечному напрямку. Діафрагмами можуть бути арки із затяжками або балки змінної висоти.

У практиці проектування довгі та короткі циліндричні оболонки розглядають окремо.

### 1.2.1.1 Довгі циліндричні оболонки

Довгі циліндричні оболонки ( $l_1/l_2 > 1$ ) мають прольоти 24, 30, 36 м і довжину хвилі 6, 12 м. Для таких оболонок рекомендується значення  $h$  приймати в межах  $(1/10... 1/15)l_1$ , висоту бортового елемента  $(1/20... 1/30) l_1$ , і стрілу підйому  $f - (1/6...1/8)l_2$ .

**Розрахунок несучої здатності.** Залізобетонні циліндричні оболонки, подібно до інших залізобетонних конструкцій, у початковій стадії завантаження працюють пружно. Зі збільшенням навантаження, особливо після утворення тріщин в розтягнутій зоні бетону, в бетоні стиснутої зони оболонки починають розвиватися пластичні деформації, а подальше завантаження призводить оболонку до руйнування. Відповідно до такої схеми роботи оболонки статичний її розрахунок виконується за пружною стадією і стадією граничної рівноваги (стадією руйнування).

Точний розрахунок оболонок у пружній стадії призводить до значних математичних складностей. Тому поширення набуло проектування довгих циліндричних оболонок на основі методів розрахунку, що ґрунтуються на передумовах, конкретизованих до певних конструктивних рішень. Особливо широкого розповсюдження набули методи В.З. Власова, в яких він запропонував оболонку замінювати вписаною в неї складкою. За цими методами розраховують несучу здатність, жорсткість та тріщиностійкість пружних оболонок на різні завантаження.

Дослідженнями доведено, що при симетричному завантаженні довгі циліндричні оболонки з жорстким контуром можна розраховувати окремо в поперечному й поздовжньому напрямках, оскільки крутні моменти  $H_x$  і  $H_y$ , згинальні моменти  $M_y$  у поздовжньому напрямку і відповідні їм поперечні сили  $Q_x$  у таких випадках незначні.

При цьому в основу розрахунку в поперечному напрямку на зсувні зусилля та згинальні моменти покладено умову рівноваги елементарної поперечної смуги оболонки. Розрахунок оболонки в поздовжньому напрямку виконують за методом граничної рівноваги, як балки з криволінійним поперечним перерізом, симетричним відносно вертикальної осі. За цим методом розраховують однохвильові оболонки і крайні хвилі багатохвильових оболонок при  $l_1/l_2 > 3$ ), (а також середні хвилі багатохвильових оболонок при  $l_1/l_2 > 2$ ) при умові, що ці оболонки в прольоті мають не менше трьох поперечних ребер висотою  $h \geq l_2/25$ . Слід також мати на увазі, що застосування даного метода можливе, якщо на оболонку діє симетричне, рівномірно розподілене навантаження.

Визначення несучої здатності нормальних перерізів довгої однопрольотної циліндричної оболонки кругового симетричного профілю на дію вертикального рівномірно розподіленого навантаження ведуть відповідно до схеми див. рис.). Розрахунок здійснюють за методом граничної рівноваги. В основу розрахункової схеми покладено III стадію напружено-деформованого стану, як для балки з криволінійним перерізом.

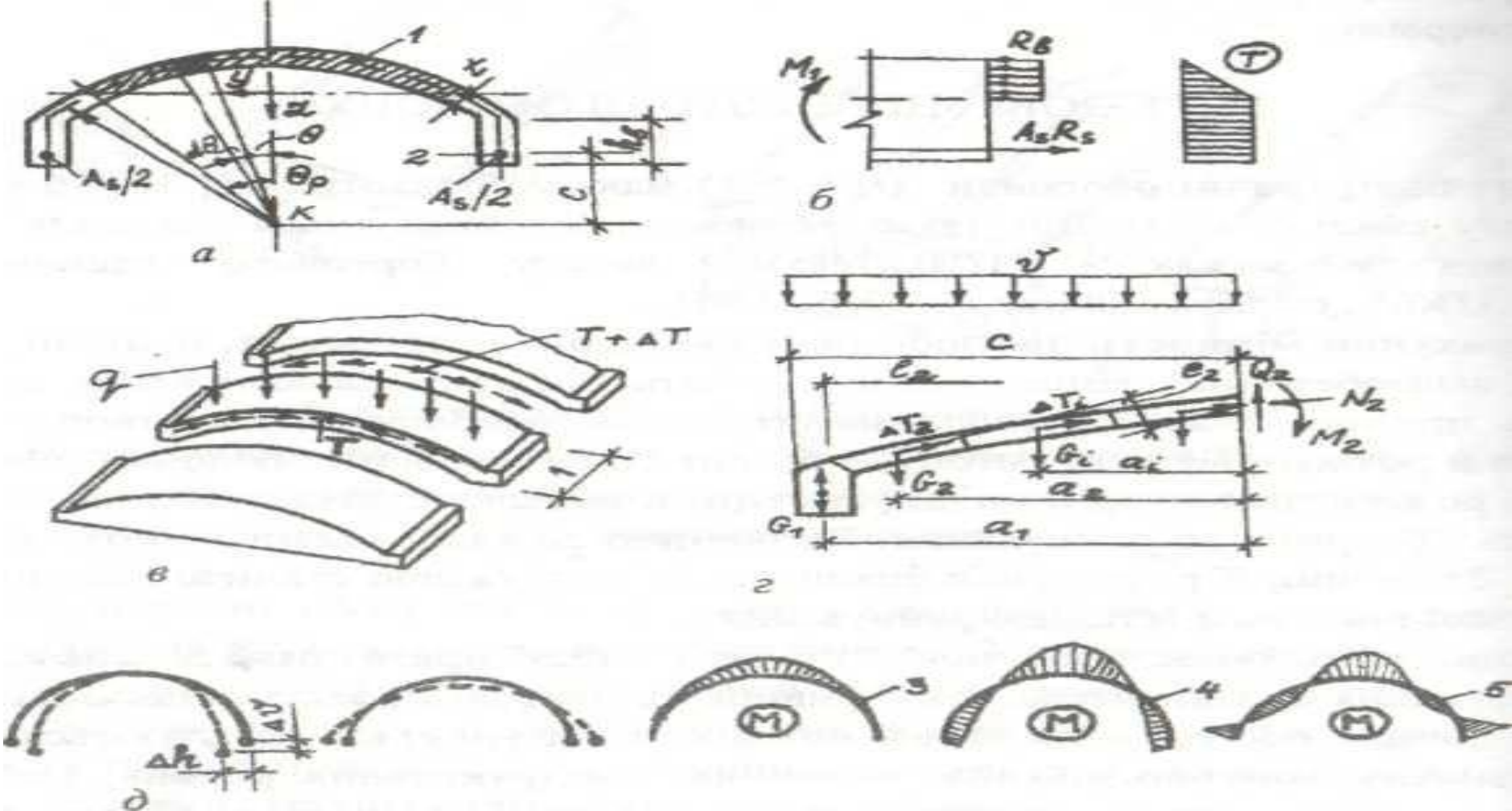


Рис. Розрахункові схеми довгої циліндричної оболонки в поздовжньому (а, б) та поперечному (в, г) напрямках; побудова епюр з використанням таблиць “ Керівництва з проектування залізобетонних тонкостінних просторових крнструкцій покриттів і перекриттів ”:

1- стиснута зона; 2 - розтягнута арматура; 3 - моменти в однохвильовій оболонці без бортових елементів; 4 - моменти в однохвильовій та 5 - багатохвильовій оболонці з бортовими елементами

Несуча здатність оболонки в поздовжньому напрямку виражається умовою:

$$M_1 \leq M_u$$

в якій  $M_1$  - максимальне значення моменту посередині прольоту оболонки від зовнішнього навантаження  $q$ ;  $M_u$  - момент внутрішніх зусиль, які виникають у перерізі в граничному стані відносно центра кругової частини перерізу.

$$M_1 = q l_2 l_1^2 / 8$$

$$M_u = 0,8 \cdot (2 \int f_{cd} t r d\theta r \cos\theta - f_{yd} A_s c) = 0,8 \cdot (2 f_{cd} t r^2 \sin \theta_p - f_{yd} A_s c)$$

де  $t r d\theta$  - елементарна площа поперечного перерізу оболонки,  $r d\theta$  - довжина елементарної площадки,  $t$  - товщина оболонки;  $\theta_p$  - половина центрального кута стиснутої зони оболонки;  $0,8$  - коефіцієнт умов роботи, визначений експериментально.

Із умови рівноваги на поздовжню вісь оболонки проєкцій усіх сил  $\sum X = 0$ , що діють у поперечному перерізі, можна визначити положення нейтральної лінії:

$$2 \int f_{cd} t r d\theta = 2 f_{cd} \theta_p t r = f_{yd} A_s$$

Для визначення поперечних згинальних моментів, які діють уздовж хвилі в оболонці без ребер, розглядають смугу оболонки одиничної ширини (рис. 10, в). Як видно з рисунка, на цю смугу діє зовнішнє вертикальне навантаження  $q=g+v$  та дотичні сили  $T$  і  $T + \Delta T$ , розташовані в площинах умовного розтину.

Використовуючи відому із курсу опору матеріалів залежність між зусиллями  $T$  і  $Q$ , знайдемо:

$$\Delta T = -QS/(2Ib) + (Q + \Delta Q)S/(2Ib) = \Delta Q S/(2Ib)$$

Із умови рівноваги статички згинальний момент у поперечному напрямку можна визначити (рис. 10, в, г) так:

$$M_2 = M_0 + M_{\Delta T},$$

де  $M_0$  - момент від зовнішнього навантаження і власної ваги оболонки :

$$M_0 = -(\sum G_i a_i + v c^2/2)$$

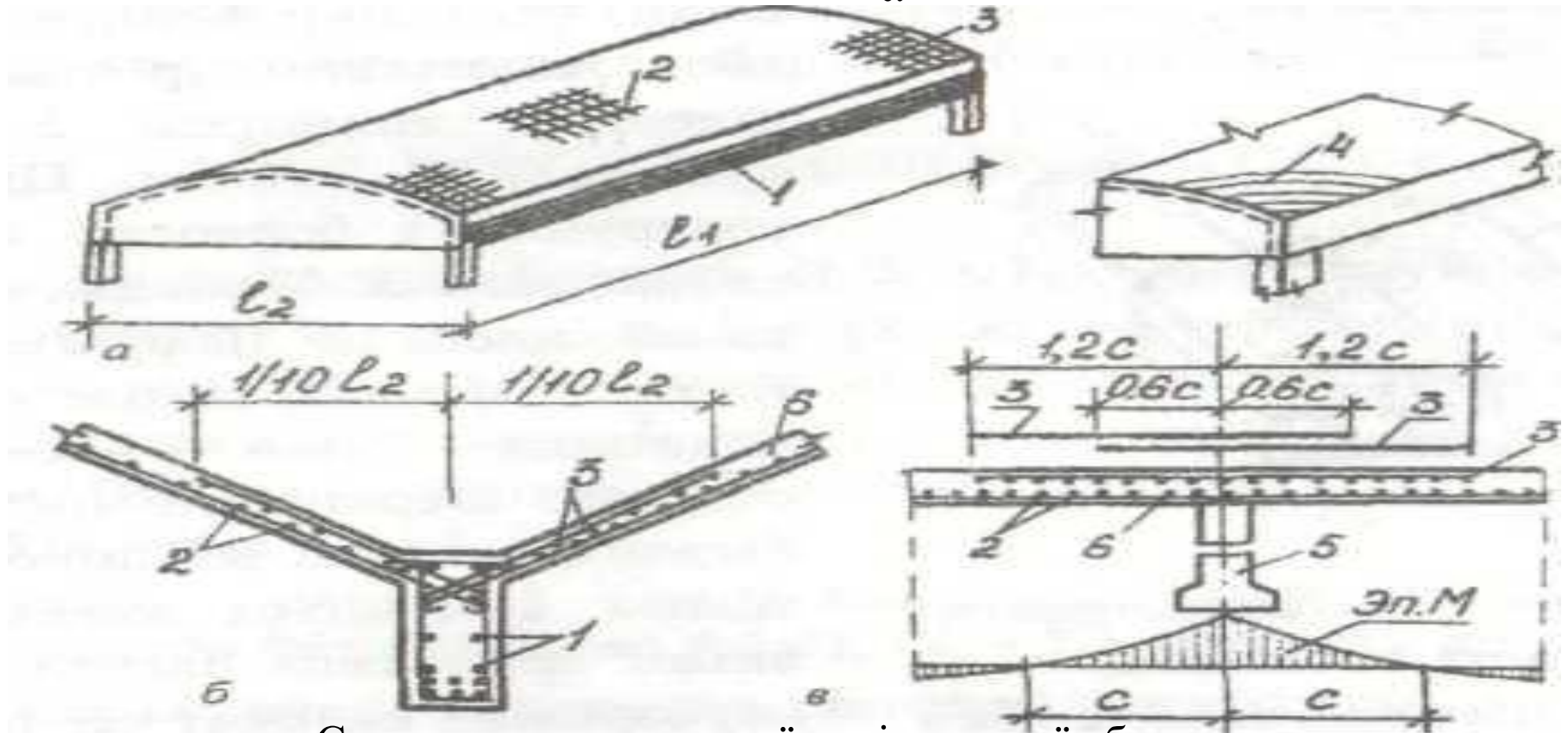
$G_i$  - навантаження від ваги  $i$  - тої ділянки оболонки,  $M_{\Delta T}$  — згинальний момент від дії зсувних сил відносно даного перерізу:

$$M_{\Delta T} = \sum \Delta T_i t e_i$$

Розрахунок діафрагм довгих циліндричних оболонок виконують на дію зусиль від власної ваги конструкцій та зусиль зсуву, які передаються з оболонок.



**Армування довгих циліндричних оболонок** здійснюється таким чином, що в бортових елементах розташовують до 80% площі арматури (поз.1), а інші 20% - розподіляють згідно із лінійним законом у розтягнутій зоні оболонки, але при дотриманні умови, що її не менше ніж  $0,002A_{ct}$



Схеми армування довгої циліндричної оболонки:

а - оболонка; б - бортовий елемент; в - опорна зона над середньою діафрагмою;  
 1 - основна робоча арматура (80%); 2 - основна арматура оболонки; 3 - додаткова арматура на опорі; 4 - додаткова арматура (як варіант) із навскісним розташуванням стержнів; 5 - діафрагма; 6 - плита оболонки

Із загальної кількості арматури ( $0,8A_s$ ), призначеної для армування бортових елементів, 40% розташовують у верхній їх зоні, а 60% - у нижній.

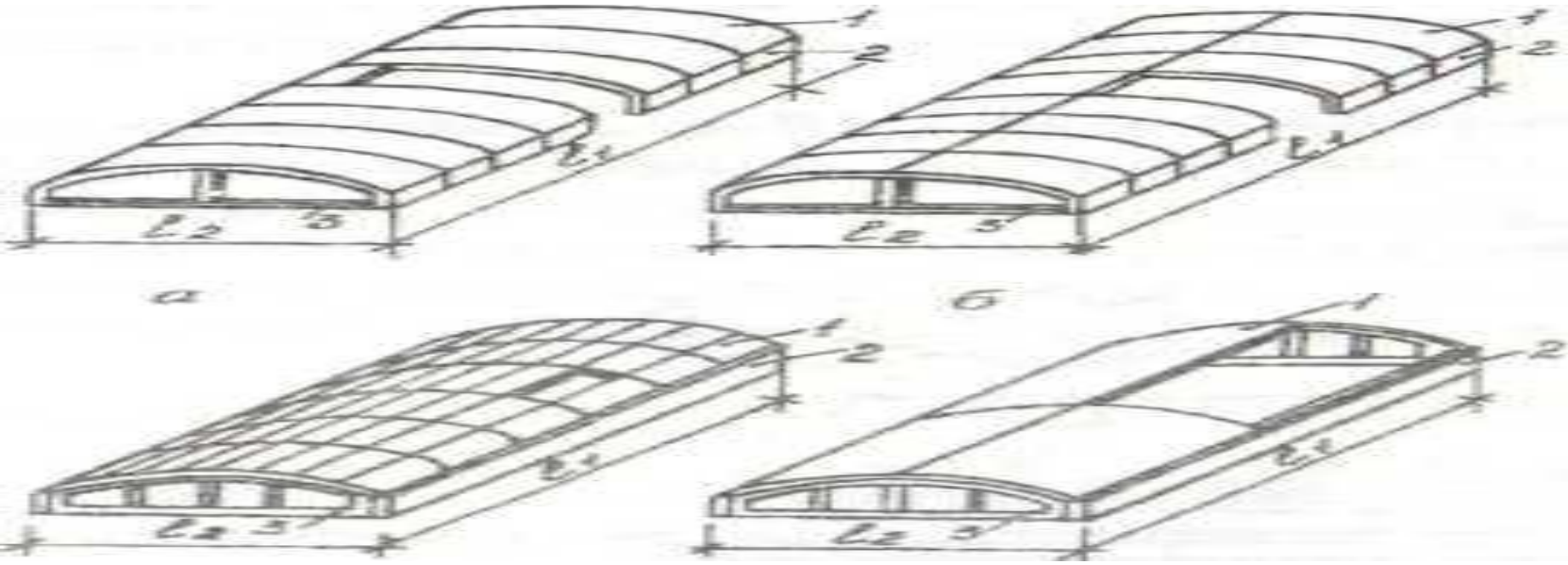
У стиснутій зоні оболонки звичайно розташовують зварні рулонні сітки, в яких стержні вздовж прольоту її приймають із конструктивних міркувань діаметром 5, 6 мм із кроком 200... 250 мм, а площу стержнів у напрямку хвилі  $l_2$  розраховують на сприйняття зусиль від дії внутрішнього моменту  $M_2$ . В оболонках товщиною більше ніж 9 см укладають по дві сітки. У тих випадках, коли в діагональному напрямку оболонки арматури основної сітки недостатньо, де діють головні розтягувальні напруження

$$\sigma_{mt} > f_{ctm}$$

то укладають додаткові сітки (поз. 3,4) з ортогональним або навскісним розташуванням стержнів діаметром 5... 10 мм і кроком 150...200 мм. Ці стержні анкерують у бортових елементах та діафрагмах. У місцях прилягання оболонки до діафрагми та бортових елементів також укладають додаткові сітки або окремі стержні.

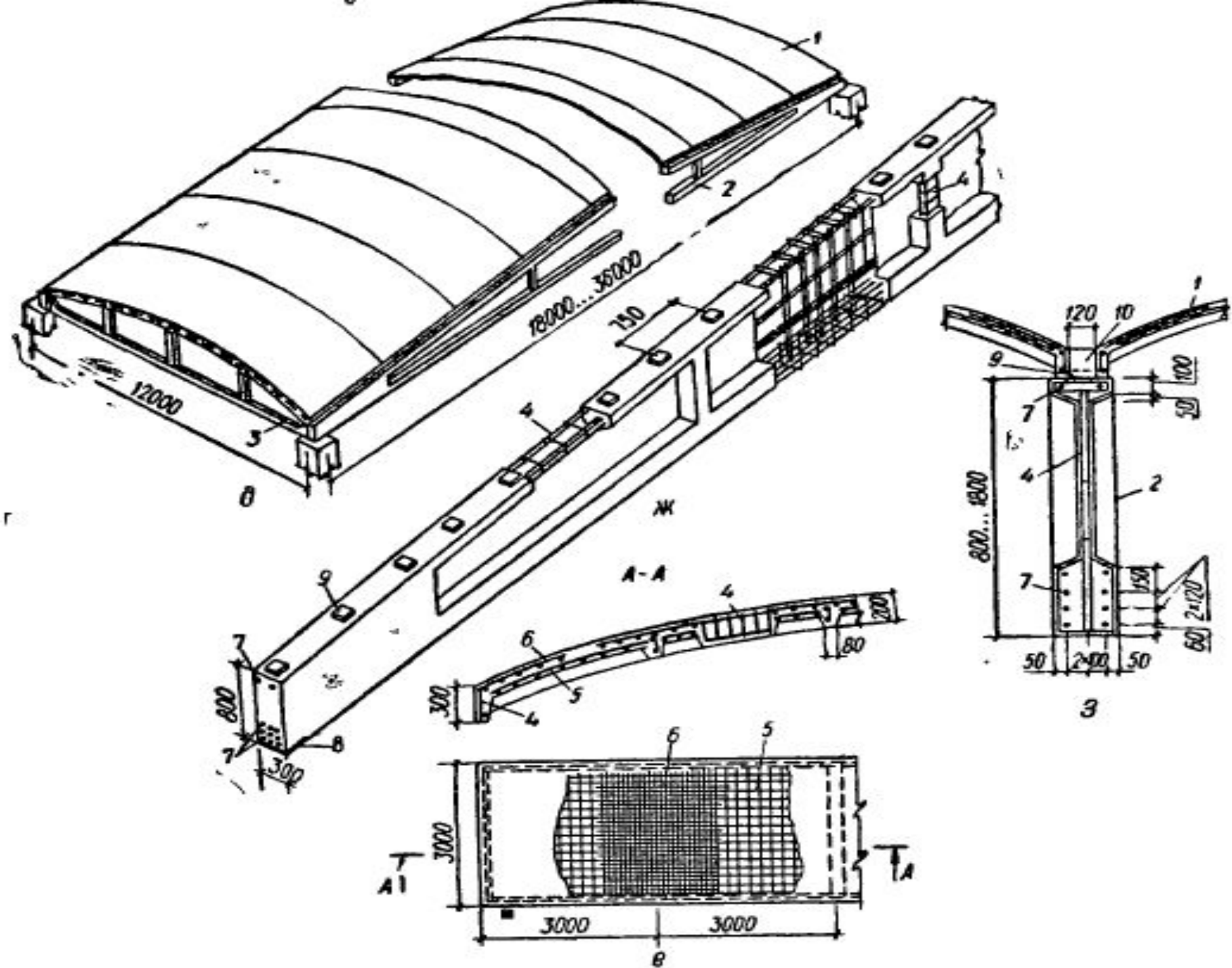
. Верхня та нижня зони багатохвильових оболонок у таких місцях армуються аналогічно до вимог армування багатопролітних нерозрізних балок.

Довгі циліндричні оболонки найчастіше споруджують із збірних елементів, які виготовляють відповідно до одного з двох варіантів її членування: на збірні криволінійні ребристі плити з частинами бортових елементів або на збірні плити, бортові елементи та діафрагми.



Схеми членування довгих циліндричних оболонок:

на збірні криволінійні ребристі панелі з бортовими елементами (а, б), збірні ребристі або без ребер (гладкі) плити, бортові балки та діафрагми (в), збірні криволінійні плити великих розмірів, бортові балки та діафрагми (г): 1 - панель; 2 - бортовий елемент; 3 - тяжка діафрагми



Технологія зведення довгих циліндричних оболонок за першим варіантом передбачає в ході монтажу плит установку помостів з метою втримання їх у проектному положенні. Завершується монтаж плит об'єднанням їх у єдину систему за допомогою попереднього напружування арматури, пропущеної крізь канали в бортових елементах. Після зварювання стиків, замонолічування швів та заповнення каналів розчином помости демонтують.

Зведення довгих циліндричних оболонок за другим варіантом полягає в тому, що спочатку по колонах монтують попередньо напружені бортові елементи та діафрагми, застосовуючи тимчасові опори під них, для зменшення монтажних зусиль. Після цього здійснюється монтаж дрібно або крупно розмірних плит за допомогою спеціальних помостів.

В умовах індивідуального будівництва, коли немає можливості застосувати збірні елементи, довгі циліндричні оболонки зводять монолітними. Такий спосіб зведення довгих циліндричних оболонок дозволяє економити бетон та арматуру порівняно до збірних оболонок.

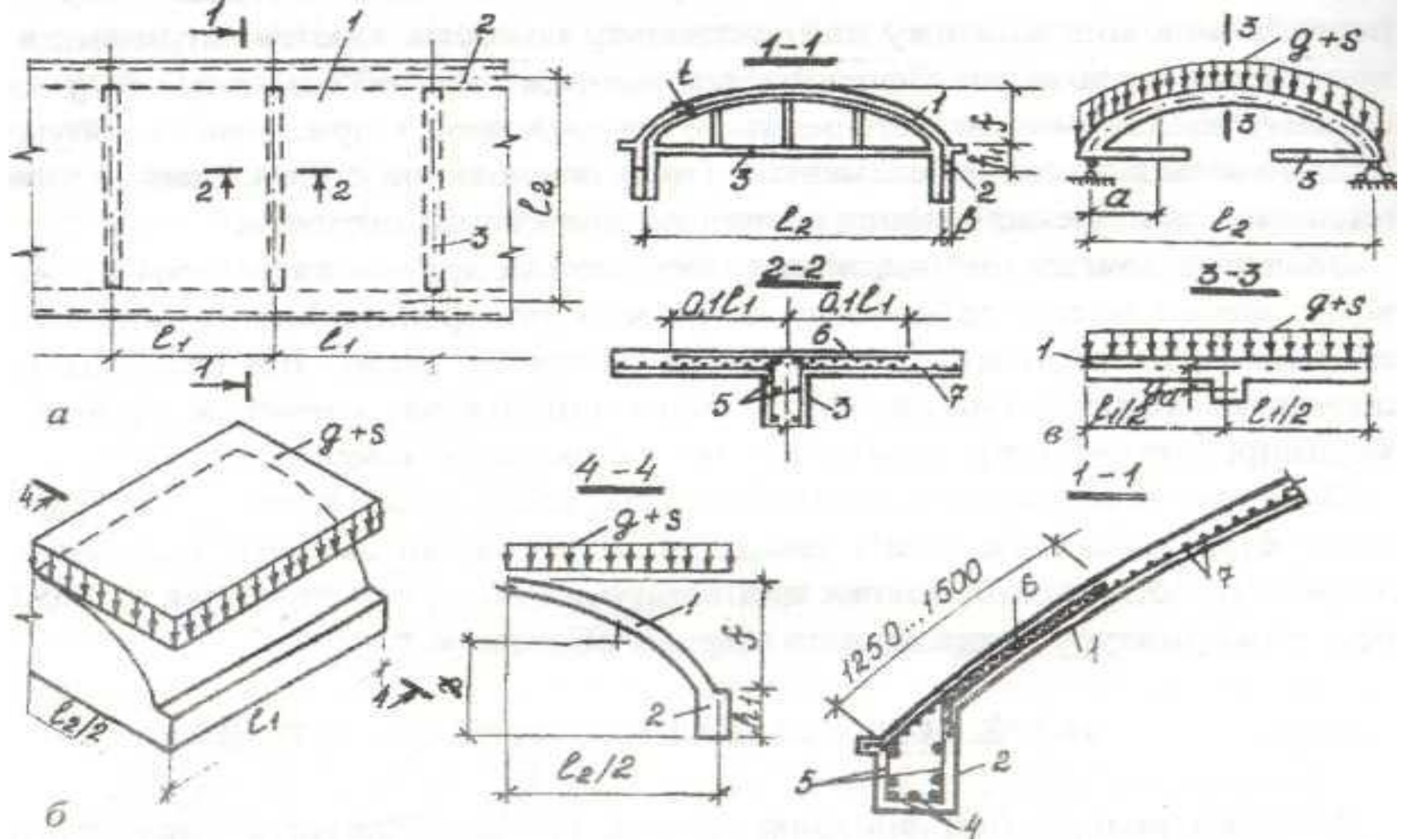
## 1.2.1.2 Короткі циліндричні оболонки

Короткі циліндричні оболонки ( $l_1/l_2 \leq 1$ ) споруджують прольотами (з кроком діафрагм)  $h = 6 \dots 12$  м,  $l_2 = 12 \dots 30$  м і стрілою підйому  $f \geq 1/8 l_2$ . Оскільки напруження в плиті таких оболонок незначні, то її товщину приймають залежно від значень  $l_1$ : при  $l_1 = 6$  м  $t = 5 \dots 6$  см, при  $l_1 = 9 \dots 12$  м  $t = 7 \dots 8$  см. Висота  $h_1$  бортового елемента складає  $(1/10 \dots 1/15) l_1$ , а ширина -  $(1/2 \dots 1/5) h_1$ .

Розрахунок міцності коротких циліндричних оболонок, які відповідають співвідношенню  $0,5 < l_1/l_2 < 1$  і зазнають дії зосереджених та значних навантажень, виконують методом переміщень з урахуванням поперечних деформацій контуру.

Для цього криволінійну оболонку заміняють вписаною в неї складкою, для котрої допускається застосовувати до кожної грані гіпотезу плоских перерізів, а деформації зсуву не враховують.

Оболонки прольотом  $l_1 < 12$  м і які відповідають співвідношенню  $l_1/l_2 < 0,5$  на дію рівномірно розподіленого навантаження допускається розраховувати приблизними методами. В приблизних розрахунках товщину плити та її армування визначають конструктивно, а діафрагми та бортові елементи розраховують.



### Короткі циліндричні оболонки

а-план конструктивної системи; б – розрахункова схема бортового елемента; в - розрахункова схема арки - діафрагми; 1-плита оболонки; 2 - бортовий елемент; 3-діафрагма; 4-поздовжня арматура бортового елемента; 5 - зварні каркаси; 6 - додаткова сітка; 7 -основна сітка

Суть приблизного методу розрахунку міцності полягає в тому, що в напрямку  $l_1$  оболонка розглядається як вільно оперта балка з прольотом  $l_1$  та криволінійного окреслення поперечним перерізом шириною  $l_2$ . Відповідно до таких передумов по середині прольоту однопролітної однохвильової оболонки згинальний момент  $M_i$  визначається як і для довгих циліндричних оболонок, а загальна площа поперечного перерізу поздовжньої розтягнутої арматури в бортових елементах

$$A_s = M_1 / (f_{yd}z)$$

де  $z$  - плече внутрішньої пари сил, яке на основі експериментальних досліджень приймається рівним  $0,55(f+h_1)$ ;  $f$  - стріла підйому оболонки;  $h_1$  - висота бортового елемента

У нерозрізних оболонках зусилля в бортових елементах крайніх прольотів зменшують на 30%, у середніх - удвічі.

Розрахунок аркових діафрагм здійснюють як статично невизначених систем методом сил з одним невідомим. Основну систему утворюють розрізуванням затяжки, при цьому невідомим є зусилля в затяжці.

У розрахунках діафрагм ураховують її взаємодію з плитою оболонки: для середніх діафрагм ураховується плита оболонки шириною, що дорівнює крокові діафрагм, а для крайніх діафрагм - шириною  $0,5l_1$

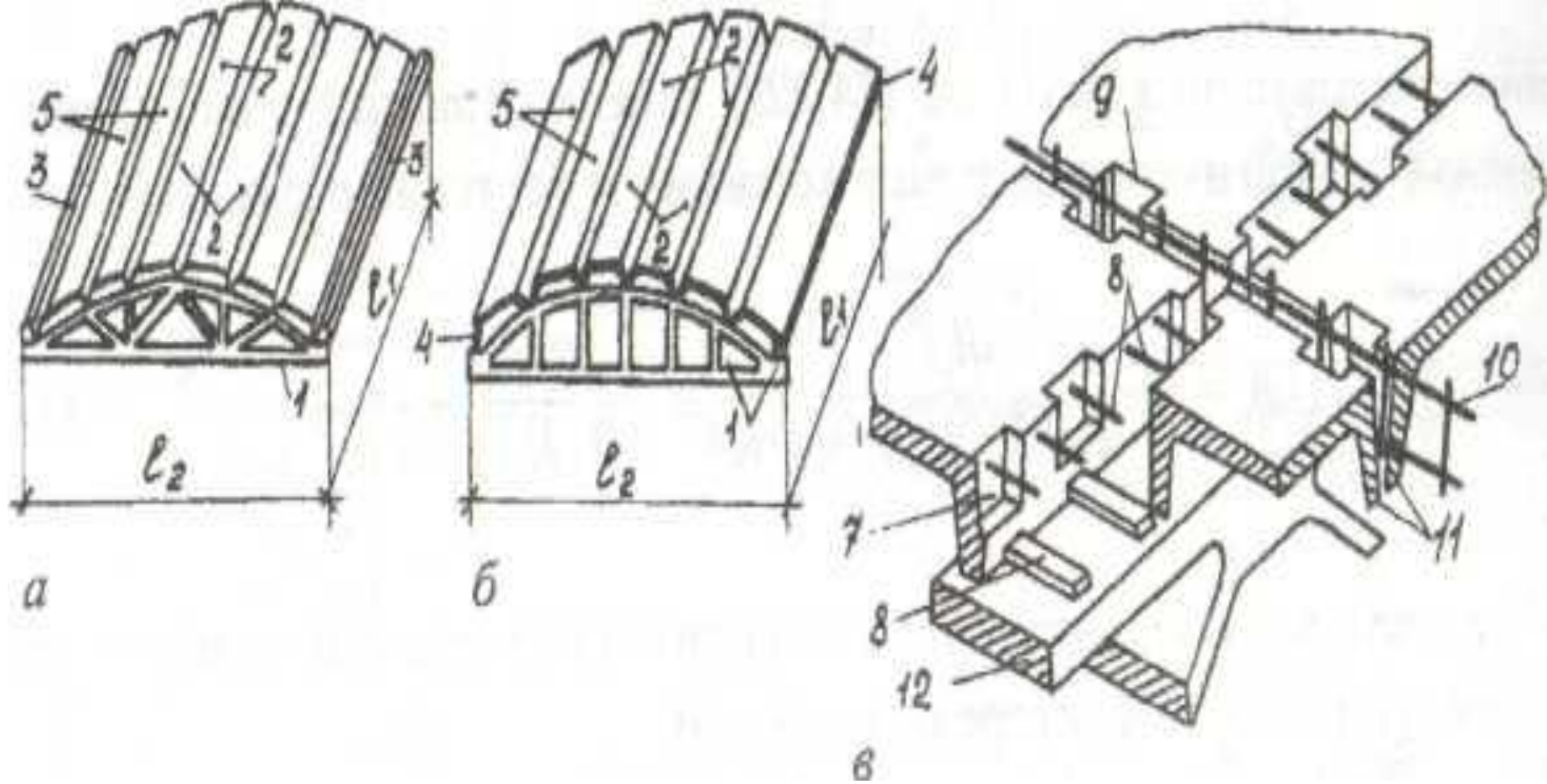


**Армування** плит гладких оболонок здійснюють конструктивно сіткою із стержнів діаметром 4...6мм з кроком 100...150 мм в обох напрямках . Місця прилягання плити до діафрагми та бортових елементів армують додатковими сітками . Додаткові сітки в плитах над діафрагмами заводять на довжину  $0,1l_1$  в кожную сторону від діафрагми.

Арматуру бортових елементів об'єднують у зварні каркаси. Поперечні стержні в них установлюють конструктивно.

Різномовидністю коротких циліндричних оболонок є короткі призматичні складки, які включають такі складові елементи: плоскі ребристі плити, бортові елементи та діафрагми. В окремих випадках роль бортових елементів виконують поздовжні ребра крайніх плит.

Для спорудження збірно-монолітних призматичних складок використовують ребристі типові плити розмірами 3 x 6 м або 3x12 м. Бортові елементи мають лоткоподібний переріз. Діафрагмами можуть служити ферми при прольотах 18...24 м або складані сталезалізобетонні ферми при прольотах 30...36 м, котрі монтують із окремих блоків за допомогою переставних помостів. Збірні плити до діафрагм приварюють у всіх чотирьох кутах. Шви між плитами замонолічують.



Короткі призматичні складки з бортовими (а) та без бортових (б) елементів:  
 в - вузол спряження плит із діафрагмою,  
 1 - діафрагма; 2 - ребриста плита; 3 - бортовий елемент; 4 - поздовжнє ребро  
 плити, яке виконує роль бортового елемента; 5 - крайні грані складки; 6 - бетонні  
 шипи-шпонки на верхньому поясі діафрагми; 7 - пази на торцевих ребрах плит; 8 -  
 випуски арматури із плит; 9 - пази на поздовжніх ребрах плит; 10 - арматурний  
 каркас поздовжнього шва; 11 - поздовжні ребра, плит; 12 - верхній пояс діафрагми

Сумісність роботи елементів призматичних складок забезпечується: в нерозрізних складках - шпонко-шиповим з'єднанням елементів за рахунок бетонних шипів-шпонок на верхньому поясі діафрагм та пазів під них на зовнішніх поперечних ребрах плит і бортових елементів; пазів на зовнішніх гранях поздовжніх і торцевих ребер плит та бортових елементів, котрі заповнюються шпонками, що утворюються при замоноличуванні швів бетоном; стикуванням випусків арматури сіток із плит; установкою арматурних каркасів у швах замоноличування.

в розрізних складках - наявністю сталевих упорів, приварених до закладних деталей опорних вузлів діафрагм для сприймання зусиль зсуву; наявністю пазів на зовнішніх гранях плит, котрі заповнюються шпонками після замоноличування бетоном швів, шириною 50 мм у поздовжньому напрямку і 200 мм - у поперечному

Для збірно-монолітних складок властиві просторова жорсткість, оптимальні умови роботи диска покриття на горизонтальні навантаження, невеликі витрати бетону та арматури. За рахунок нерозрізності та відсутності кручення поздовжніх ребер висота плит може бути зменшеною з 450 мм до 360 мм, а ширина ребер до 85 мм. Крок поперечних ребер складає 1.. 2 м при товщині плити 30 мм. За рахунок замоноличування швів утворюється комплексний переріз верхнього пояса, що спрощує і полегшує конструкцію діафрагми.

Для армування полиць плит використовують зварні сітки з арматурної сталі класу Вр – І . Елементи діафрагм, ребра плит, а також шви замоноличування армують зварними каркасами зі сталі класу А-400. За напружувану арматуру поздовжніх ребер плит, нижніх поясів діафрагм та бортових елементів застосовують стержні класів А – 600, А – 800 та арматурні канати класу К-1300... К - 1500.

**Розрахунок коротких призматичних складок** виконують для двох етапів, які відповідають роботі конструкції до і після замонолічування швів між збірними елементами покриття. На першому етапі збірні елементи складки розраховують як розрізні конструкції на дію навантажень, що виникають на стадії виготовлення, транспортування й монтажу. Одночасно перевіряють міцність полиць, поперечних та поздовжніх ребер плит на дію крутних моментів до замонолічування швів. На другому етапі (у стадії експлуатації) складку розраховують як монолітну просторову конструкцію на дію постійних і тимчасових навантажень за схемами руйнування згідно з нормами. У ході виконання розрахунків на першому етапі конструюють перерізи збірних елементів: підбирають їх розміри та визначають площу арматури. На другому етапі - здійснюють розрахунок міцності, жорсткості та тріщиностійкості цих елементів. Розрахунок міцності ґрунтується на кінематичному методі, а жорсткість і ширини розкриття тріщин у полицях плити перевіряють відповідно до вимог норм.

## 1.2.2. Призматичні складки

Складчасті конструкції являють собою просторову форму, утворену з ряду з'єднаних між собою плоских багатокутних (наприклад, трикутних, трапецеватих) елементів (рис. 13.9). Порівняно з оболонками у них простіші перерізи і технологія виготовлення. Подібно до оболонки вони складаються з плити, бортових елементів і суцільних або ґратчастих діафрагм. Грані з'єднують за допомогою вутів, що поліпшує роботу з'єднання на згинання, спрощує опалубку і поліпшує розміщення арматури. Горизонтальні полиці трапецеватих складок посилюють стиснуту і розтягнуту зони перерізу. На верхній полиці можна укладати плити. У похилих і горизонтальних полицях можуть бути світлові прорізи.

Проліт складки  $l \leq 30$  м (відстань між осями діафрагм), довжина хвилі  $l_2 = 9; 12$  м (відстань між бортовими елементами), висота  $h = (1/7 \dots 1/10) l_1$ . Ширина грані не більш як 3,5 м, товщина — не більш як 10 см. Складки бувають одно- (рис. 13.9, а) та багатохвильовими (рис. 13.9, б), одно- та багатопрольотними. Їх виготовляють збірними, збірно-монолітними та монолітними. Із збірних елементів завдовжки 2...6 м можна складати конструкції завдовжки до 30 м і завширшки до 3 м.

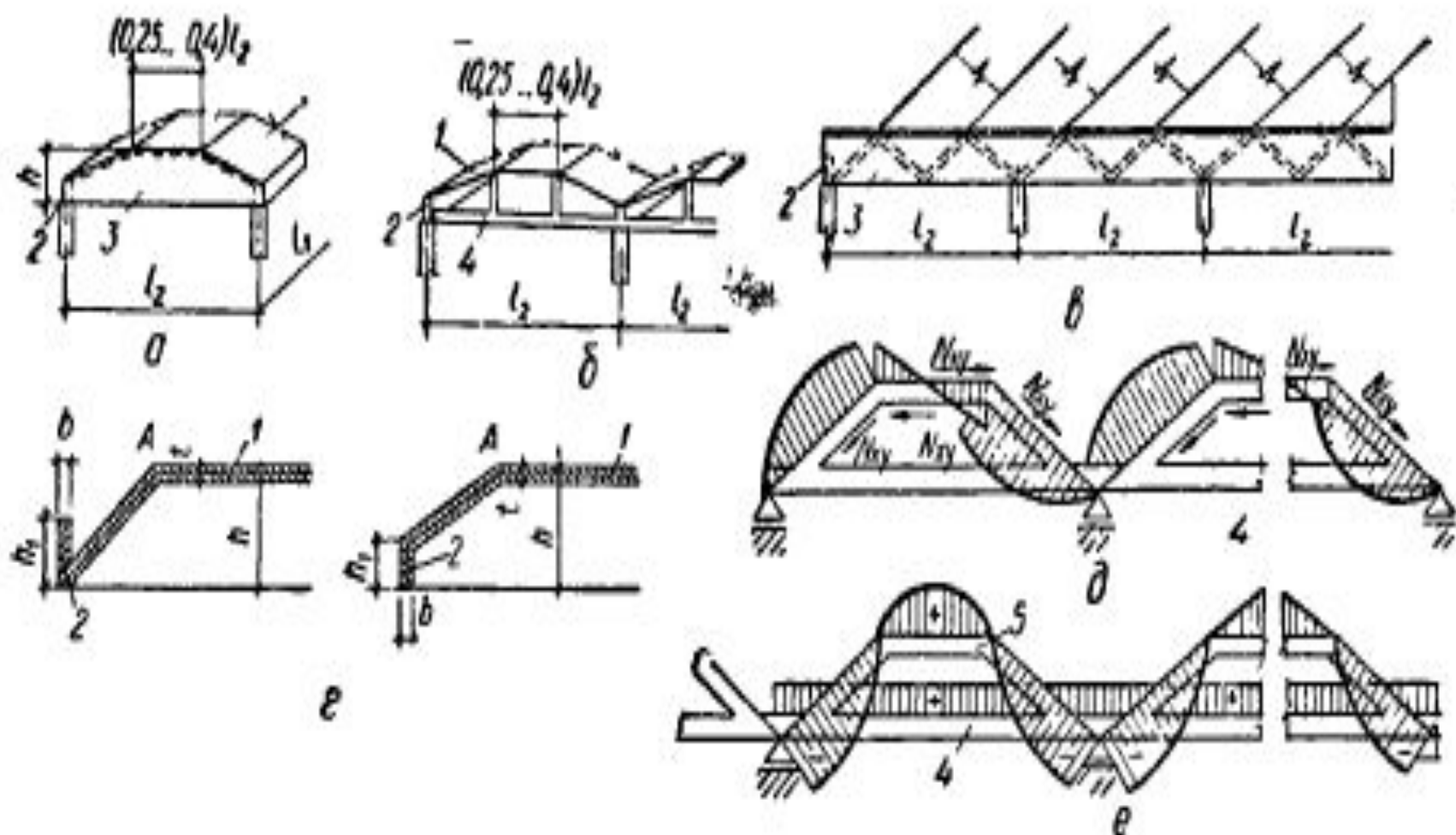


Рис. 13.9. Типи складок:

а — трапекуваті однокхвильові; б — те саме, багатокхвильові; в — трикутні; г — до визначення поправкового коефіцієнта для обчислення мінусових моментів у верхньому ребрі складок; д — епюра зусиль  $S$  у діафрагмі складки; е — те саме,  $N$ ; 1 — плита, 2 — бортовий елемент, 3 — діафрагма суцільна; 4 — те саме, ґратчаста; 5 — ригель

**Розрахунок міцності.** У поздовжньому напрямі складки розраховують подібно до довгих оболонок за методом граничної рівноваги або як пружні системи. Поперечний переріз зводять до таврової чи двотаврової форми. Крайні півхвилі розраховують як півхвилі однохвильової складки за безмоментним методом. При жорстких бортових елементах враховують згинальні моменти. Середні хвилі, закріплені по краях від горизонтального зміщення і повороту, можна розраховувати і армувати як балкову конструкцію. У поперечному напрямі багатохвильові складки розраховують як багатопрольотні ламані плити завширшки 1 м. Значення мінусових моментів у верхньому ребрі збільшують на поправковий коефіцієнт  $a$ , що залежить від відношення  $b/t = 1...4$  і від відношення  $h_1/h$  (рис. 13.9, *г*):

	$h_1/h$	0,3	0,45	0,6
	$a$	2,5	2	1,5
(рис. 13.9, <i>г</i> , варіант 1)				
	$h_1/h$	0,3	0,45	0,6
	$a$	1,5	1	0,7
(рис. 13.9, <i>г</i> , варіант 2)				

Діафрагми розраховують на дію дотичних зусиль  $N_{xy}$  (рис. 13.9, *д*), що передаються на них з граней. У верхньому елементі виникає розтягання (рис. 13.9, *е*) з найбільшою ординатою на півхвилі елемента, а в похилих — стискання, максимальне біля опор, у стяглі — рівномірне розтягання.

**Армування.** Грані складок армують згідно з епюрами згинальних моментів у поперечному напрямі як нерозрізні плити, сітками. Площу робочої арматури визначають розрахунком, поперечну (уздовж  $l_1$ ) — із стержнів діаметром 5...8 мм з кроком 200...250 мм — приймають конструктивно.

Стики збірних складчастих елементів виконують, застосовуючи вставки із стержнів і розраховують на міцність та розкриття тріщин за 3-ю категорією вимог до тріщиностійкості.

Поздовжню робочу арматуру складки визначають з розрахунку за прольотом  $l_1$ , розміщують у бортових елементах. Вона може бути попередньо напружена і стержнів класів А-IV, А-V або арматурних канатів класу К-7.

Діафрагми армують відповідно до їх конструкції та розрахунку. Складки економічно вигідні для покриттів середніх прольотів (до 30 м).