
Компьютерное моделирование
динамических процессов в гетерогенных
сплошных средах.

Член-корреспондент РАН
Петров И.Б.

Предметные области.

- Медицина
 - Сейсмология
 - Сейсмостойкость
 - Оборонные и Антитеррористические задачи
-

Определяющая система уравнений

$$\rho \partial_t \underline{\underline{v}} = (\nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}})^T$$
$$\partial_t \underline{\underline{\sigma}} = \lambda (\nabla \cdot \underline{\underline{v}}) \mathbf{I} + \mu \left(\nabla \otimes \underline{\underline{v}} + (\nabla \otimes \underline{\underline{v}})^T \right)$$

ρ плотность материала, $\underline{\underline{v}}$ скорость, $\underline{\underline{\sigma}}$ симметричный тензор напряжений Коши, λ, μ параметры Ляме, определяющие свойства упругого материала.

- гиперболическая. Собственные значения:

$$c_i \in \left\{ \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, -\sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}, -\sqrt{\frac{\mu}{\rho}}, \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}, -\sqrt{\frac{\mu}{\rho}}, 0, 0, 0 \right\}$$

$$\underline{\underline{u}} = (v_x, v_y, v_z, \sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{xz}, \sigma_{yz})$$

- Используемые реологии: линейно-упругая, вязкоупругая, упругопластическая, вязко-упругопластическая, повреждаемая.

Определяющая система уравнений

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \tilde{A}_1 \frac{\partial u}{\partial x_1} + \tilde{A}_2 \frac{\partial u}{\partial x_2} = f.$$

$$f_1 = F_1 + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\phi_{11} \sigma_{22}}{H_1 H_2} + \frac{\partial H_2}{\partial x_1} + \frac{\phi_{11} \sigma_{33}}{H_1 H_3} + \frac{\sigma_{12}}{H_2} \left(\frac{2}{H_1} \frac{\partial H_1}{\partial x_2} + \frac{1}{H_3} \frac{\partial H_3}{\partial x_2} \right) \right] - \frac{v_2}{H_1 H_2} \left(\frac{\partial H_1}{\partial x_2} + 2 \frac{\partial H_2}{\partial x_1} \right)$$

$$f_2 = F_2 + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\phi_{22} \sigma_{33}}{H_2 H_3} + \frac{\partial H_3}{\partial x_2} + \frac{\phi_{22} \sigma_{11}}{H_2 H_1} + \frac{\sigma_{12}}{H_1} \left(\frac{2}{H_2} \frac{\partial H_2}{\partial x_1} + \frac{1}{H_3} \frac{\partial H_3}{\partial x_1} \right) \right] - \frac{v_1}{H_2 H_1} \left(v_2 \frac{\partial H_2}{\partial x_1} + v_1 \frac{\partial H_1}{\partial x_2} \right),$$

$$f_{ij} = \frac{q_{ij11} v_2}{H_1 H_2} \frac{\partial H_2}{\partial x_2} - \frac{ij q_{21}}{2 H_1 H_2} \left(\frac{\partial H_1}{\partial x_2} + 2 \frac{\partial H_2}{\partial x_1} \right) + \frac{v_{ij22} v_2}{H_1 H_2} \frac{\partial H_2}{\partial x_1} + \frac{ij33}{H_3} \left(\frac{v_1}{H_1} \frac{\partial H_3}{\partial x_1} + \frac{2}{H_2} \frac{\partial H_3}{\partial x_2} \right) - \frac{\delta_{ij} v Q}{H_1 H_2}$$

$$f_T = \frac{1}{\rho c} \left[\frac{\sigma_{11} v_2}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial x_2} - \frac{\sigma_{22}}{H_1 H_2} + \left(\frac{\partial H_1}{\partial x_2} + v_2 \frac{\partial H_2}{\partial x_1} \right) + \frac{H_{22} v_2}{H_1 H_2} \frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{v \sigma_{33}}{H_3} \left(\frac{1}{H_1} \frac{\partial H_3}{\partial x_1} + \frac{2}{H_2} \frac{\partial H_3}{\partial x_2} \right) + Q \right],$$

$$\tilde{A}_1 = \frac{1}{H_1} \begin{vmatrix} v_1 & 0 & -1/\rho & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\rho & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -q_{1111} & -q_{1112} + q_{1121} / 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ q_{1211} & 0 - (q_{1212} + q_{1221}) / 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ q_{2211} & 0 - (q_{2211} + q_{2221}) / 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ q_{3311} & 0 - (q_{3312} + q_{3321}) / 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\sigma_{p2} & -\sigma_{pc} & 0 & 0 & 0 & 0 & v \end{vmatrix}$$

$$\tilde{A}_2 = \frac{1}{H_2} \begin{vmatrix} v_2 & 0 & 0 & -1/\rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -q_{1112} + q_{1121} / 2 & 0 & -q_{1122} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -q_{1212} + q_{1221} / 2 & 0 & -q_{1222} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -q_{2212} + q_{2221} / 2 & 0 & -q_{2222} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ q_{3311} & 0 & -(q_{3312} + q_{3321}) / 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sigma_{p2} & -\sigma_{pc} & 0 & 0 & 0 & 0 & v \end{vmatrix}$$

$$q_{ijkl} = \mu (\delta_{kl} \delta_{ij} + \delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{jk} \delta_{il}) - \frac{\mu S_{ij} S_{kl}}{k^2},$$

Определяющая система уравнений

$$\dot{\eta}_1 = \mathbf{c}_1(\eta_1, \eta_2) \int_0^t dt \quad (1) \quad (2)$$

$$\dot{\eta}_2 = \mathbf{c}_2(\eta_1, \eta_2) \int_0^t dt \quad (2) \quad (3), \quad x_3 = \eta_3$$

$$B = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ (c_1 x_{1\eta_1} - c_1 x_{2\eta_2}) & x_{2\eta_2} & -x_{1\eta_2} \\ (c_1 x_{2\eta_1} - c_2 x_{1\eta_1}) & -x_{2\eta_1} & x_{1\eta_1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} t & t_{x_1} & t_{x_2} \\ \eta_{\dot{t}} & \eta_{1x_1} & \eta_{1x_2} \\ \eta_{\dot{t}} & \eta_{2x_1} & \eta_{2x_2} \end{vmatrix},$$

$$\Delta^{-1} = \text{Det} B^{-1} = \eta_{1x_1} \eta_{2x_2} - \eta_{1x_2} \eta_{2x_1} = 1 / \Delta,$$

$$u_t + A_1 u_{\eta_1} + A_2 u_{\eta_2} = f, \quad A_k = \eta_{kt} E + \eta_{kx_1} \tilde{A}_1 + \eta_{kx_2} \tilde{A}_2, \quad k=1,2,$$

$$a_{ij}^1 = \eta_{i\bar{t}} + \frac{\eta_{1x_1} v_1}{H_1} + \frac{\eta_{1x_2} v_2}{H_2} = \left[\left(\frac{v_1}{H_1} - c_1 \right) x_{2\eta_1} - \left(\frac{v_2}{H_2} - c_2 \right) x_{1\eta_2} \right] \Delta^{-1} = \tilde{v}_1,$$

$$a_{ij}^2 = \eta_{i\bar{t}} + \frac{\eta_{2x_1} v_1}{H_1} + \frac{\eta_{2x_2} v_2}{H_2} = \left[\left(\frac{v_2}{H_2} - c_2 \right) x_{1\eta_1} - \left(\frac{v_1}{H_1} - c_1 \right) x_{2\eta_2} \right] \Delta^{-1} = \tilde{v}_2,$$

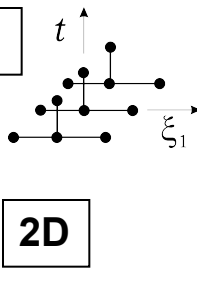
$$a_{ij}^1 = \eta_{1x_1} \tilde{a}_{ij}^1 + \eta_{1x_2} \tilde{a}_{ij}^2 = \frac{x_{2\eta_1} \tilde{a}_{ij}^1 + x_{1\eta_1} \tilde{a}_{ij}^2}{\Delta}$$

$$a_{ij}^2 = \eta_{2x_1} \tilde{a}_{ij}^1 + \eta_{2x_2} \tilde{a}_{ij}^2 = \frac{x_{1\eta_1} \tilde{a}_{ij}^2 - x_{2\eta_1} \tilde{a}_{ij}^1}{\Delta}.$$

Сеточно-характеристический метод

- Расщепление по координатам

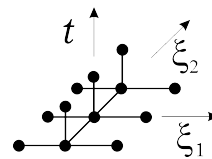
Шаг 1



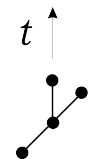
$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \mathbf{A}_1 \frac{\partial \vec{u}}{\partial \xi_1} = 0$$

$$\vec{u}' = \vec{u}^n - \tau \mathbf{A}_1 \Delta_1 \vec{u}^n$$

2D



Шаг 2



$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \mathbf{A}_2 \frac{\partial \vec{u}}{\partial \xi_2} = 0$$

$$\vec{u}^{n+1} = \vec{u}' - \tau \mathbf{A}_2 \Delta_2 \vec{u}'$$

$$\vec{u}^{n+1} = (\mathbf{I} - \tau \mathbf{A}_1 \Delta_1)(\mathbf{I} - \tau \mathbf{A}_2 \Delta_2) \vec{u}^n$$

- Гиперболические уравнения (ξ, t)

$$\vec{u}^{n+1} = (\mathbf{I} - \tau \mathbf{A}_1 \Delta_1)(\mathbf{I} - \tau \mathbf{A}_2 \Delta_2) \vec{u}^n$$

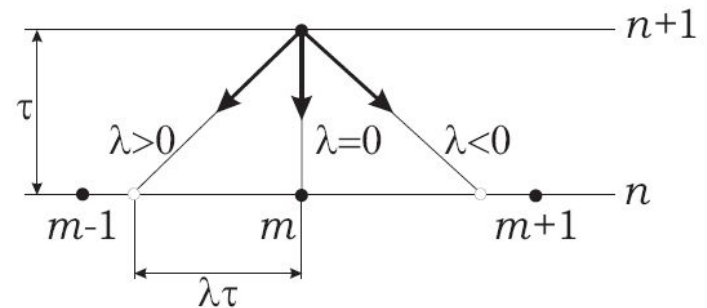
$$\mathbf{A} = \Omega^{-1} \mathbf{\Lambda} \Omega$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \Omega^{-1} \mathbf{\Lambda} \Omega \frac{\partial \vec{u}}{\partial \xi} = 0$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \mathbf{\Lambda} \frac{\partial \vec{v}}{\partial \xi} = 0 \quad (\vec{v} \equiv \Omega \vec{u})$$

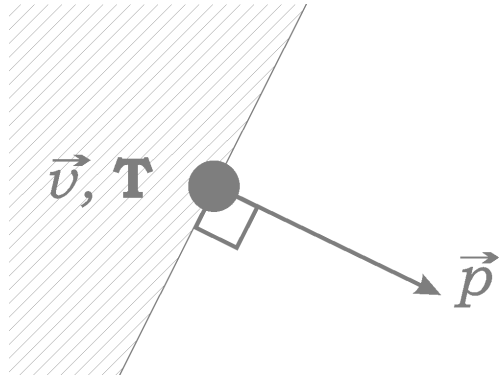
$$v^{n+1}(\xi) = v^n(\xi - \lambda \tau)$$

- трехмерный случай



Граничные и контактные условия

Внешняя граница



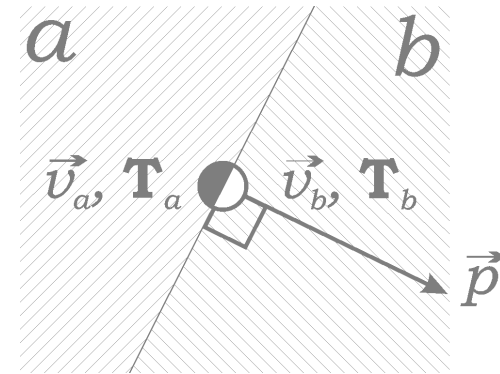
- Внешняя сила

$$T_p = f$$

- Скорость на поверхности

$$v = V$$

Контактные границы



- Условие сцепления

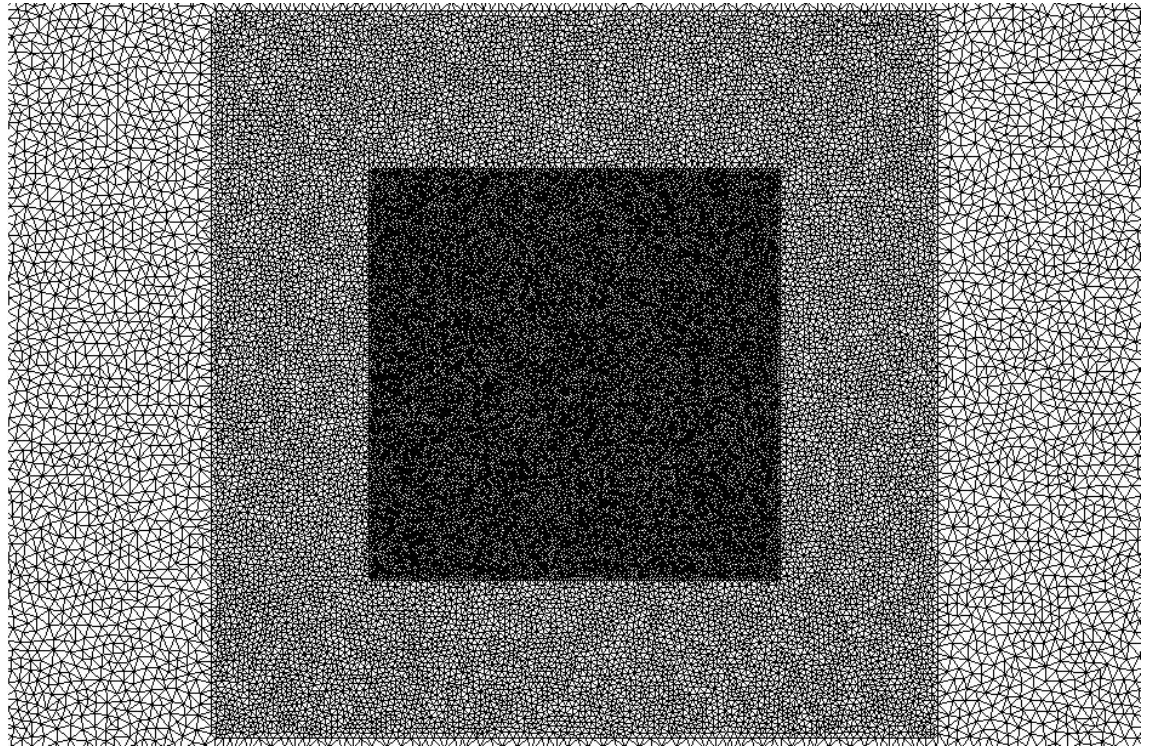
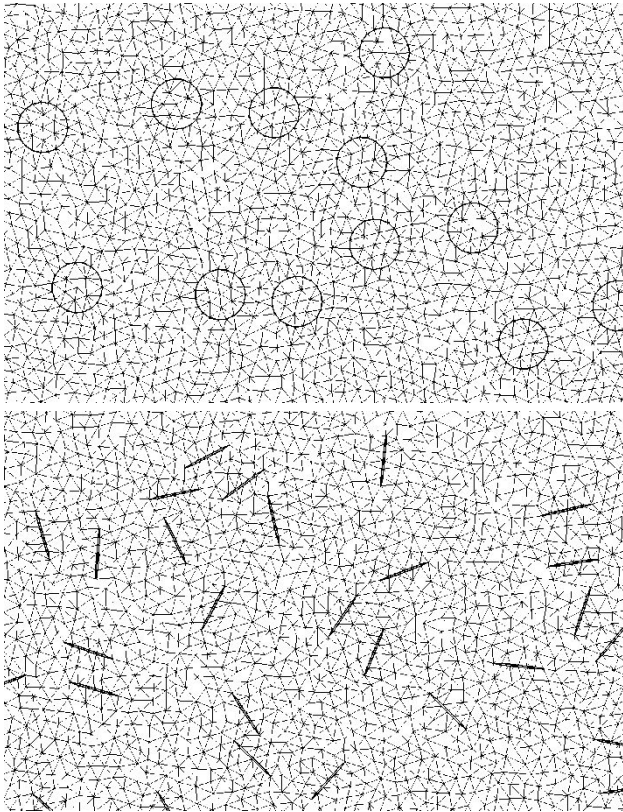
$$v_a = v_b = V, \sigma_a = -\sigma_b$$

- Условие скольжения

$$v_a \cdot p = v_b \cdot p, \sigma_p^a = -\sigma_p^b, \sigma_\tau^a = \sigma_\tau^b = 0$$

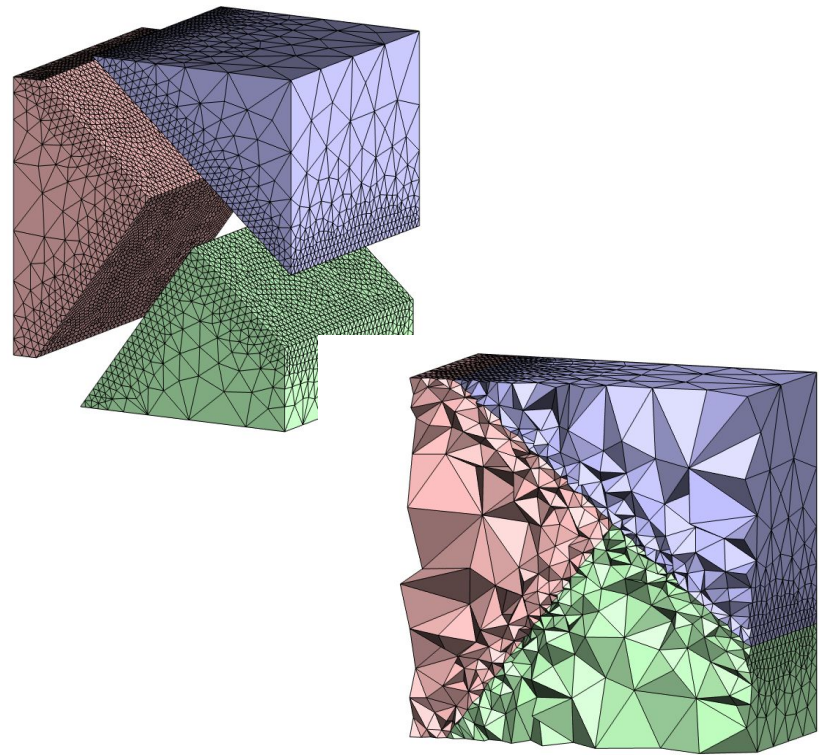
Расчетная сетка

- Тетраэдральная сетка
- Сетки с меняющейся триангуляцией

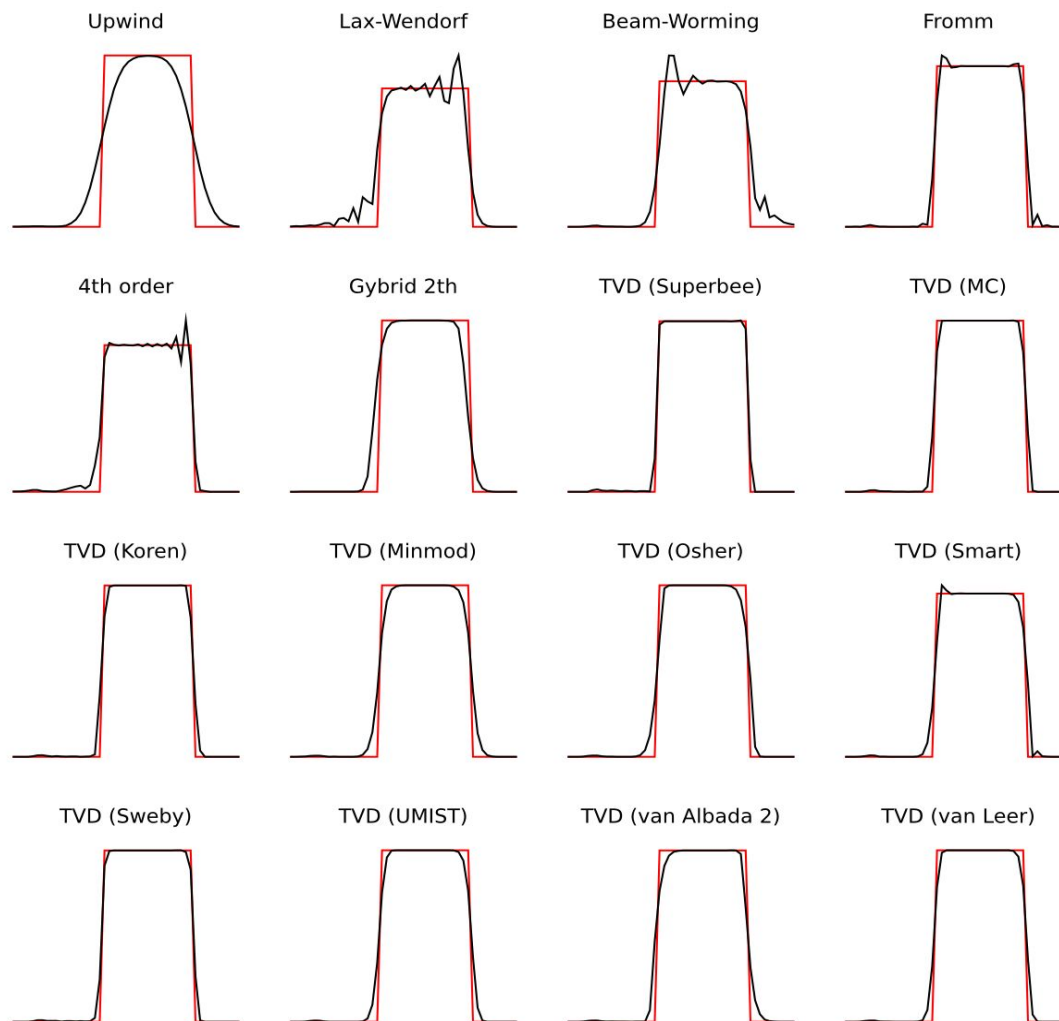


Расчетная сетка

- Тетраэдральная сетка



Тестовые расчёты (одномерная задача)



Метод частиц: построение метода

Модель среды

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\alpha} = 0$$

$$\frac{du_\alpha}{dt} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta} = 0$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{1}{\rho} \sigma_{\alpha\beta} \varepsilon_{\alpha\beta}$$

$$\frac{dS_{\alpha\beta}}{dt} = 2\mu \left(\varepsilon_{\alpha\beta} - \frac{1}{3} \delta_{\alpha\beta} \varepsilon_{\alpha\beta} \right) + S_{\alpha\gamma} R_{\beta\gamma} + S_{\gamma\beta} R_{\alpha\gamma} - \theta(S_{\alpha\beta}) (S_{\alpha\beta} \varepsilon_{\alpha\beta}) S_{\alpha\beta}$$

$$P = P(\rho) = \frac{K}{n} \left(\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^n - 1 \right)$$

$$\sigma_1 > \sigma^* \Rightarrow \sigma_{\alpha\beta} \equiv 0$$

$$S^{ij} S^{ij} > 2K^2 \Rightarrow \begin{cases} S^{ij} = S^{ij} \sqrt{\frac{2K^2}{S^{kl} S^{kl}}} \\ \theta(S) = \frac{\mu}{K^2} \end{cases}$$

Идеология сглаженных частиц

$$a(x) = \int_R a(x') \delta(x' - x) dx'$$

↓

$$\bar{a}(x) = \int_R a(x') \omega(x' - x, h) dx'$$

↓

$$\bar{a}(x) = \sum_i \frac{m_i a_i}{\rho_i} \omega(x_i - x, h)$$

↓

$$\frac{\partial \bar{a}(x)}{\partial x_\alpha} = \sum_i \frac{m_i a_i}{\rho_i} \frac{\partial \omega(x_i - x, h)}{\partial x_\alpha}$$

Метод частиц: МОНОТОНИЗАЦИЯ

Оригинальный метод

$$\frac{d\rho_i}{dt} = -\sum_k m_k (u_k^\alpha - u_i^\alpha) \frac{\partial \omega_{ik}}{\partial x_i^\alpha}$$

$$\frac{du_i^\alpha}{dt} = \sum_k m_k \left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_k^{\alpha\beta}}{\rho_k^2} \right) \frac{\partial \omega_{ik}}{\partial x_i^\beta}$$

$$\frac{de_i}{dt} = \sum_k m_k (u_i^\alpha - u_k^\alpha) \left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_k^{\alpha\beta}}{\rho_k^2} \right) \frac{\partial \omega_{ik}}{\partial x_i^\beta}$$

$$\frac{dS_i^{\alpha\beta}}{dt} = 2\mu \left(\varepsilon_i^{\alpha\beta} - \frac{1}{3} \delta^{\alpha\beta} \varepsilon_i^{\alpha\beta} \right) + S_i^{\alpha\gamma} R_i^{\beta\gamma} + S_i^{\gamma\beta} R_i^{\alpha\gamma}$$

$$\varepsilon_i^{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \sum_k \frac{m_k}{\rho_k} \left[(u_k^\alpha - u_i^\alpha) \frac{\partial \omega_{ik}}{\partial x_i^\beta} + (u_k^\beta - u_i^\beta) \frac{\partial \omega_{ik}}{\partial x_i^\alpha} \right]$$

$$R_i^{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \sum_k \frac{m_k}{\rho_k} \left[(u_k^\alpha - u_i^\alpha) \frac{\partial \omega_{ik}}{\partial x_i^\beta} - (u_k^\beta - u_i^\beta) \frac{\partial \omega_{ik}}{\partial x_i^\alpha} \right]$$

Монотонный метод

$$\frac{d\rho_i}{dt} = -2 \sum_k m_k (u_{ik}^{\alpha*} - u_i^\alpha) \frac{\partial \omega_{ik}}{\partial x_i^\alpha}$$

$$\frac{du_i^\alpha}{dt} = \sum_k m_k \left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta*}}{\rho_i \rho_k} \right) \frac{\partial \omega_{ik}}{\partial x_i^\beta}$$

$$\frac{de_i}{dt} = \sum_k m_k (u_{ik}^{\alpha*} - u_i^\alpha) \left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta*}}{\rho_i \rho_k} \right) \frac{\partial \omega_{ik}}{\partial x_i^\beta}$$

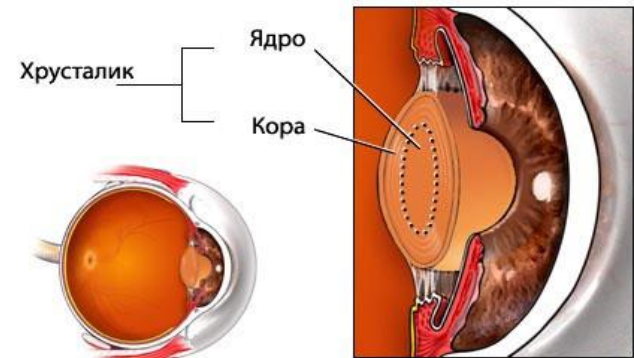
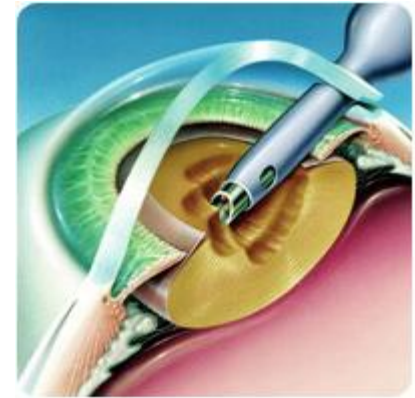
$$\frac{dS_i^{\alpha\beta}}{dt} = 2\mu \left(\varepsilon_i^{\alpha\beta} - \frac{1}{3} \delta^{\alpha\beta} \varepsilon_i^{\alpha\beta} \right) + S_i^{\alpha\gamma} R_i^{\beta\gamma} + S_i^{\gamma\beta} R_i^{\alpha\gamma}$$

$$\varepsilon_i^{\alpha\beta} = \sum_k \frac{m_k}{\rho_k} \left[(u_{ik}^{\alpha*} - u_i^\alpha) \frac{\partial \omega_{ik}}{\partial x_i^\beta} + (u_{ik}^{\beta*} - u_i^\beta) \frac{\partial \omega_{ik}}{\partial x_i^\alpha} \right]$$

$$R_i^{\alpha\beta} = \sum_k \frac{m_k}{\rho_k} \left[(u_{ik}^{\alpha*} - u_i^\alpha) \frac{\partial \omega_{ik}}{\partial x_i^\beta} - (u_{ik}^{\beta*} - u_i^\beta) \frac{\partial \omega_{ik}}{\partial x_i^\alpha} \right]$$

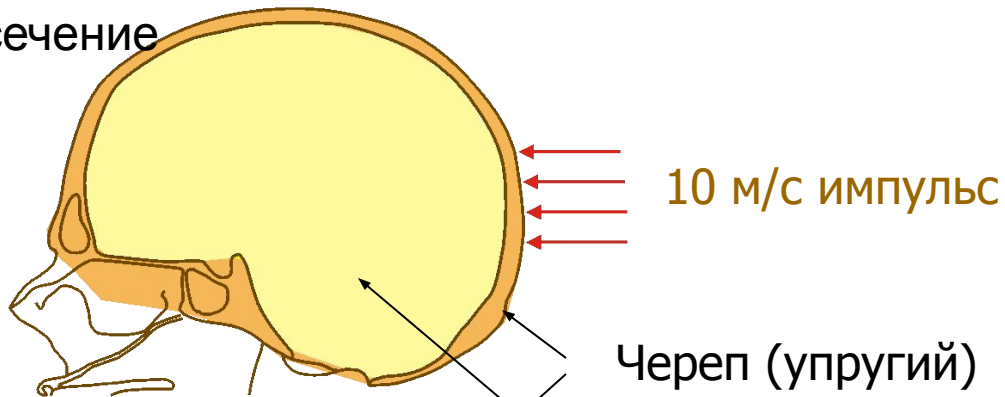
Численное моделирование в медицине.

- Удаление катаракты.
- Модель поражения черепа.

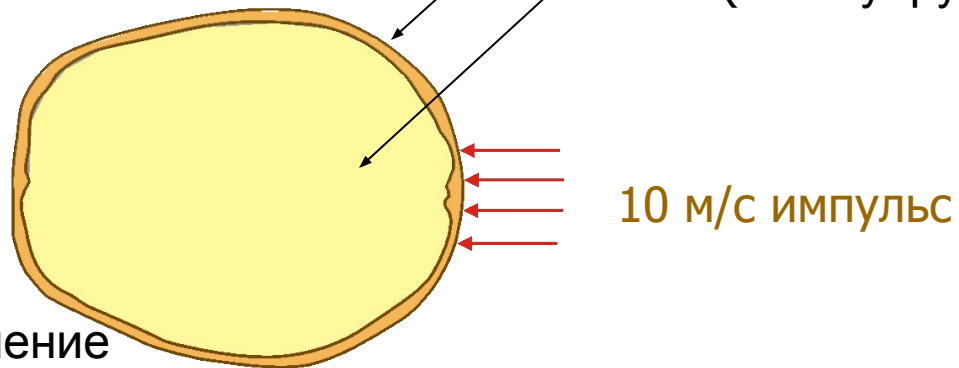


Черепно-мозговая травма.

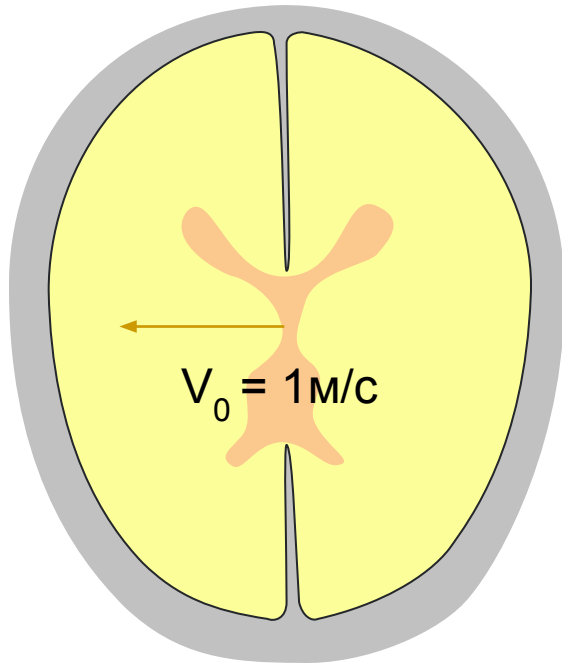
Саггитальное сечение



Поперечное сечение



Модель с мембраной



Свойства материалов:

Кость и мембрана:

4модуль Юнга $E = 1.62 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$

4коэффициент Пуассона $\nu = 0.16$

Мозг:

4модуль Юнга $E = 3.5 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2$

4коэффициент Пуассона $\nu = 0.45$

Желудочки:

4модуль Юнга $E \sim 0$

4коэффициент Пуассона $\nu \sim 0.5$

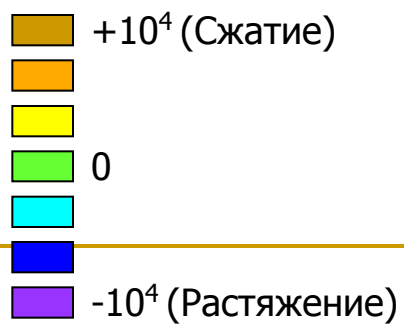
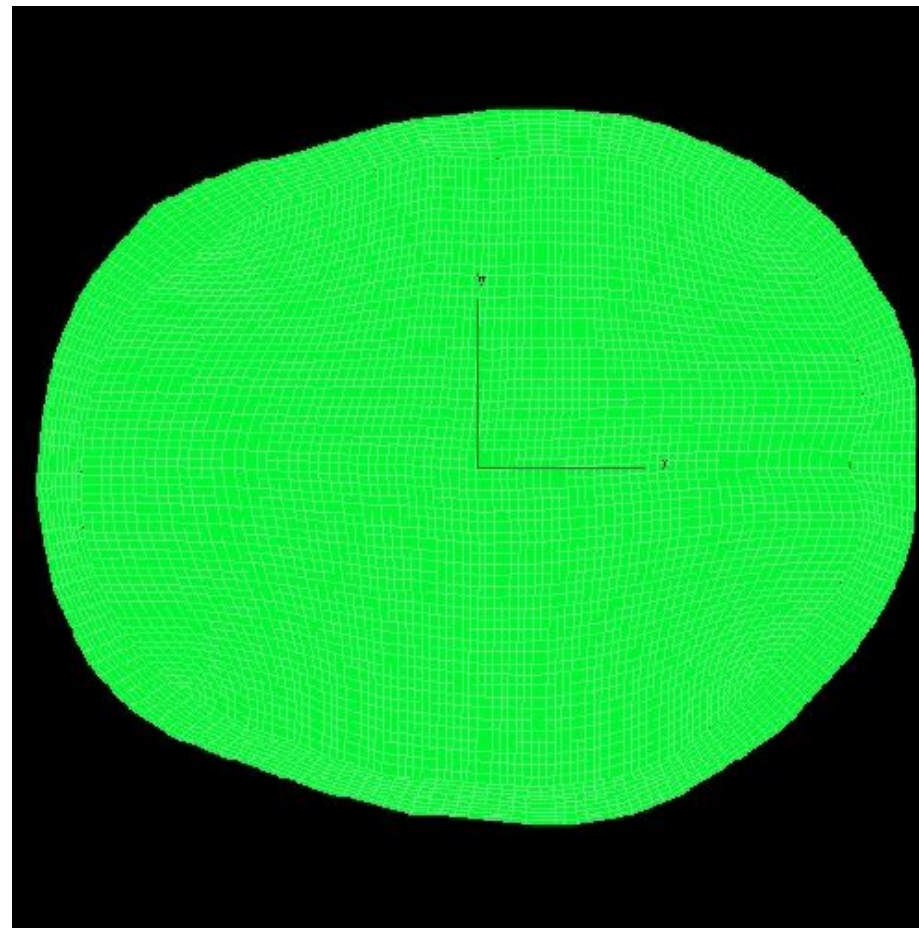
Реология:

Однородный изотропный линейно-упругий материал

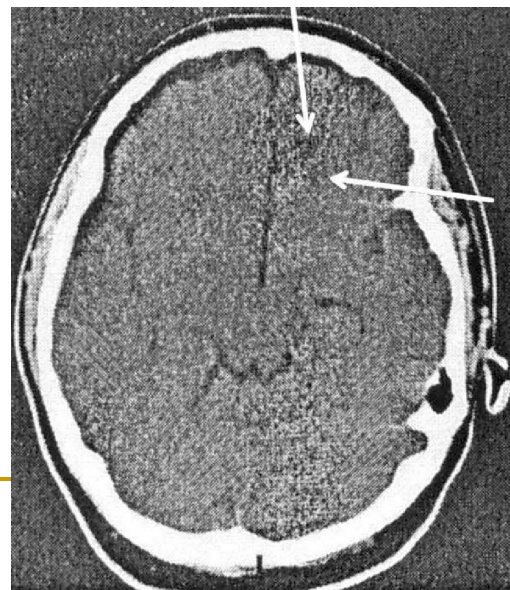
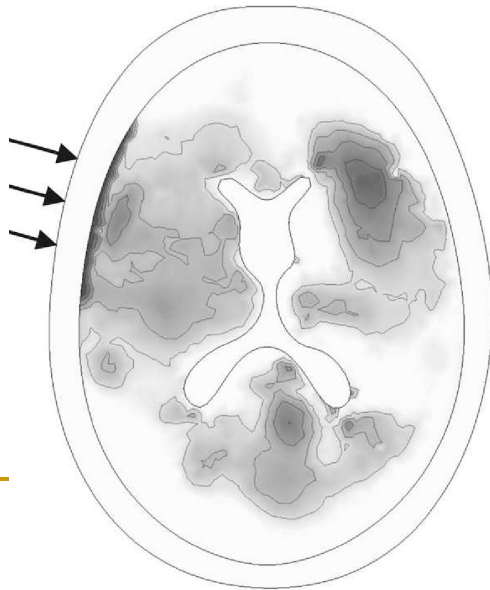
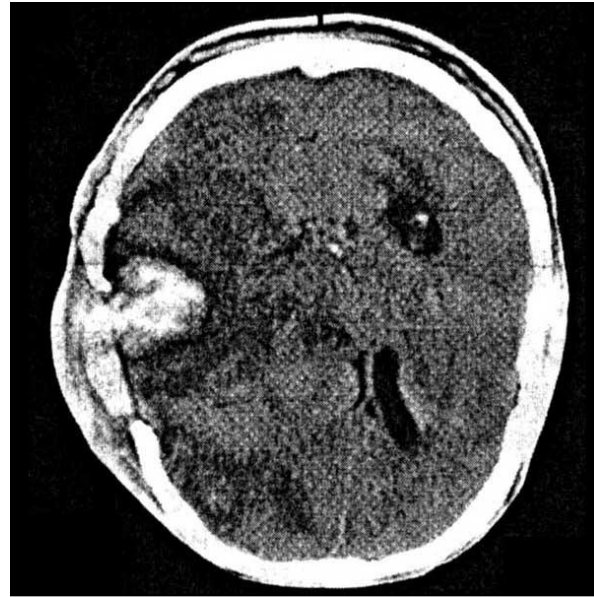
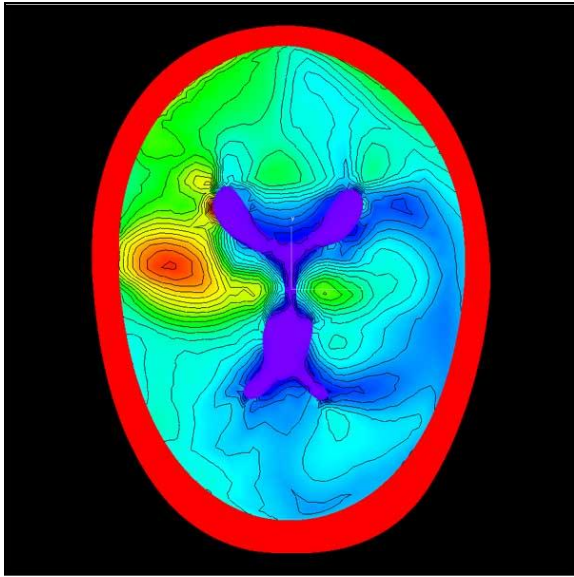
Контактные условия на границе череп-мозг:

Свободное скольжение

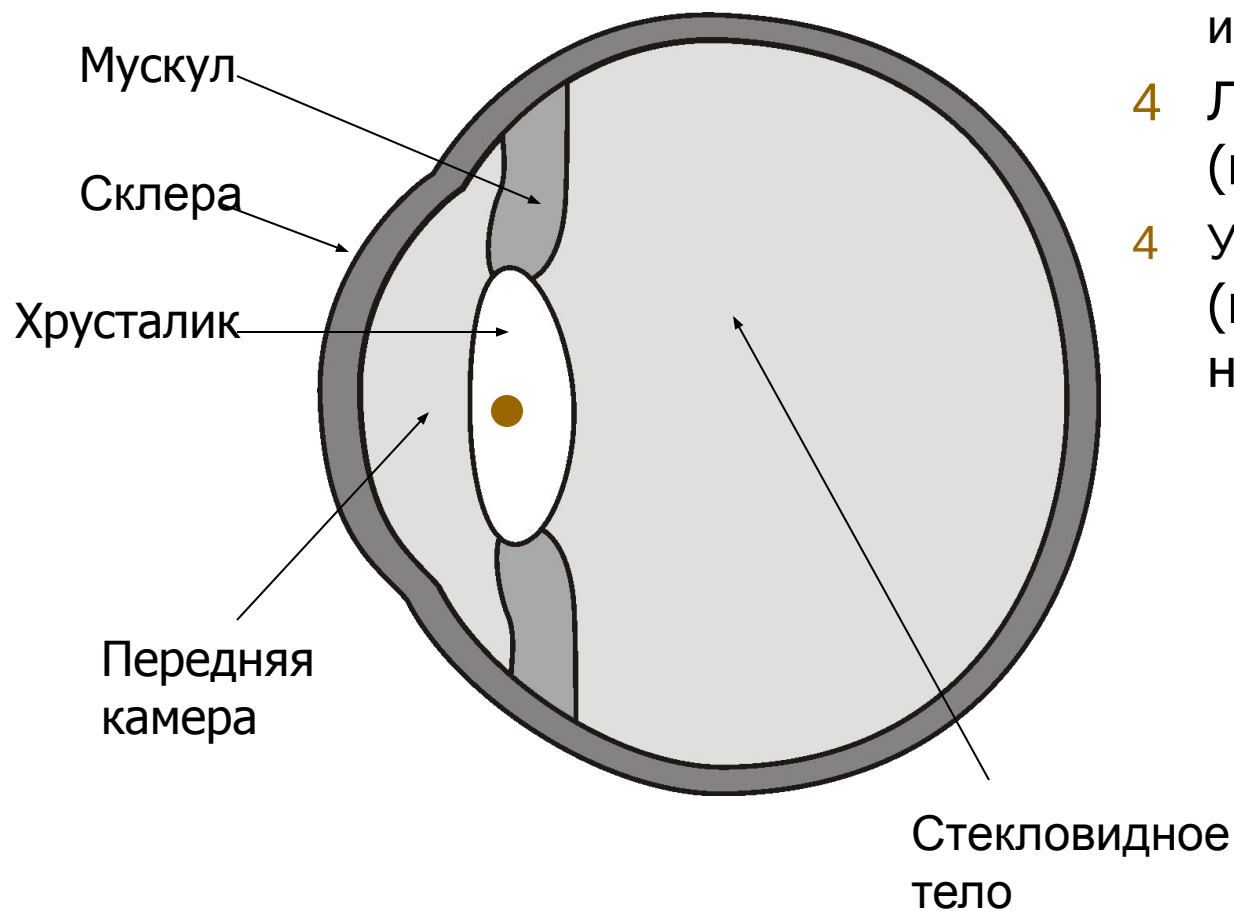
Модель поражения черепа



Сравнение с клиническими данными



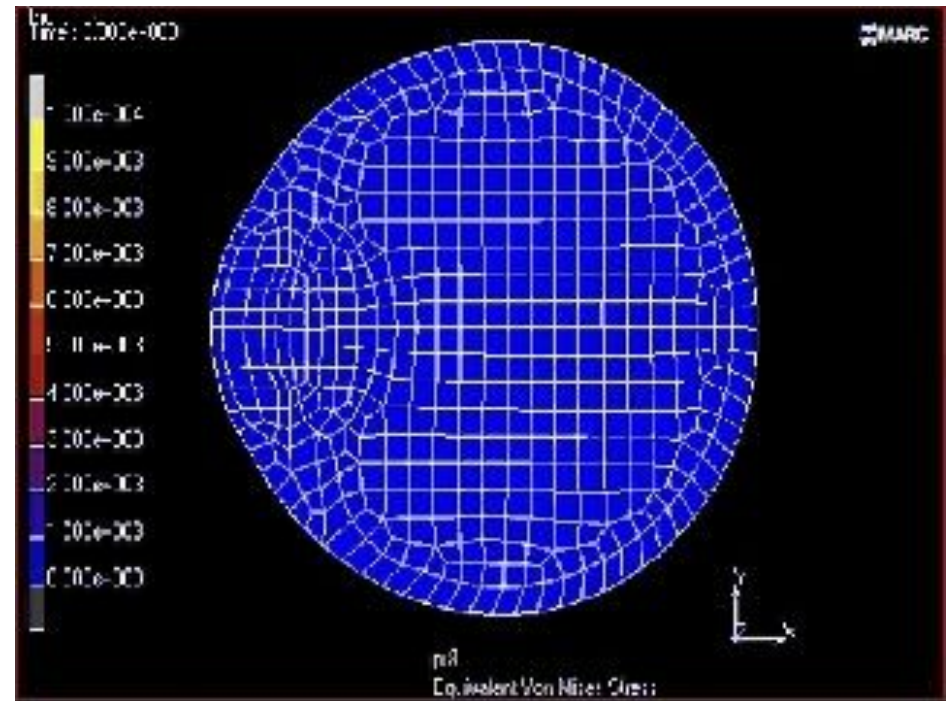
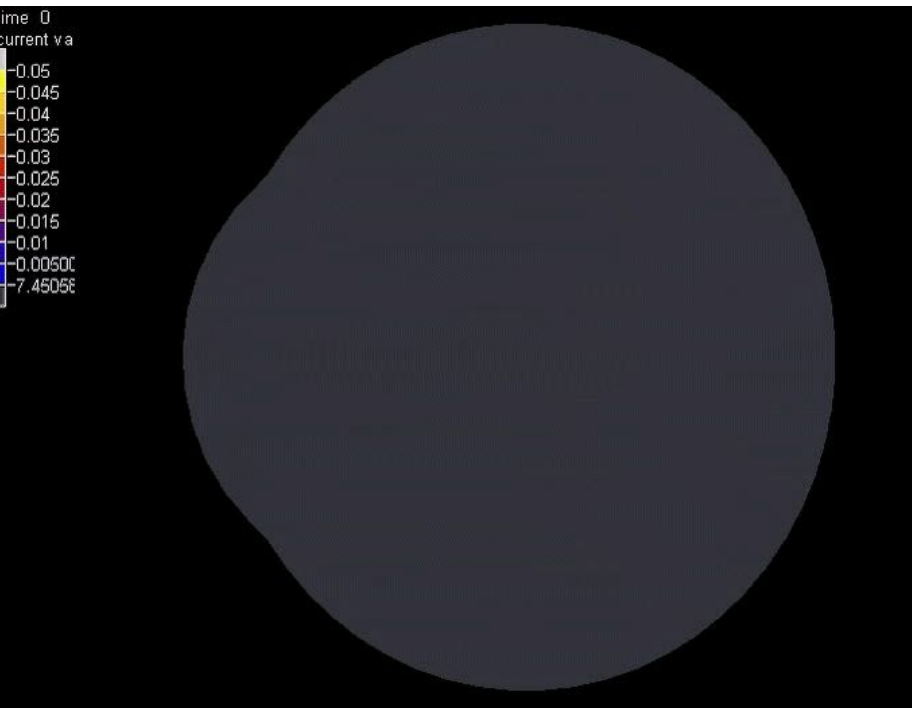
Операция по удалению катаракты



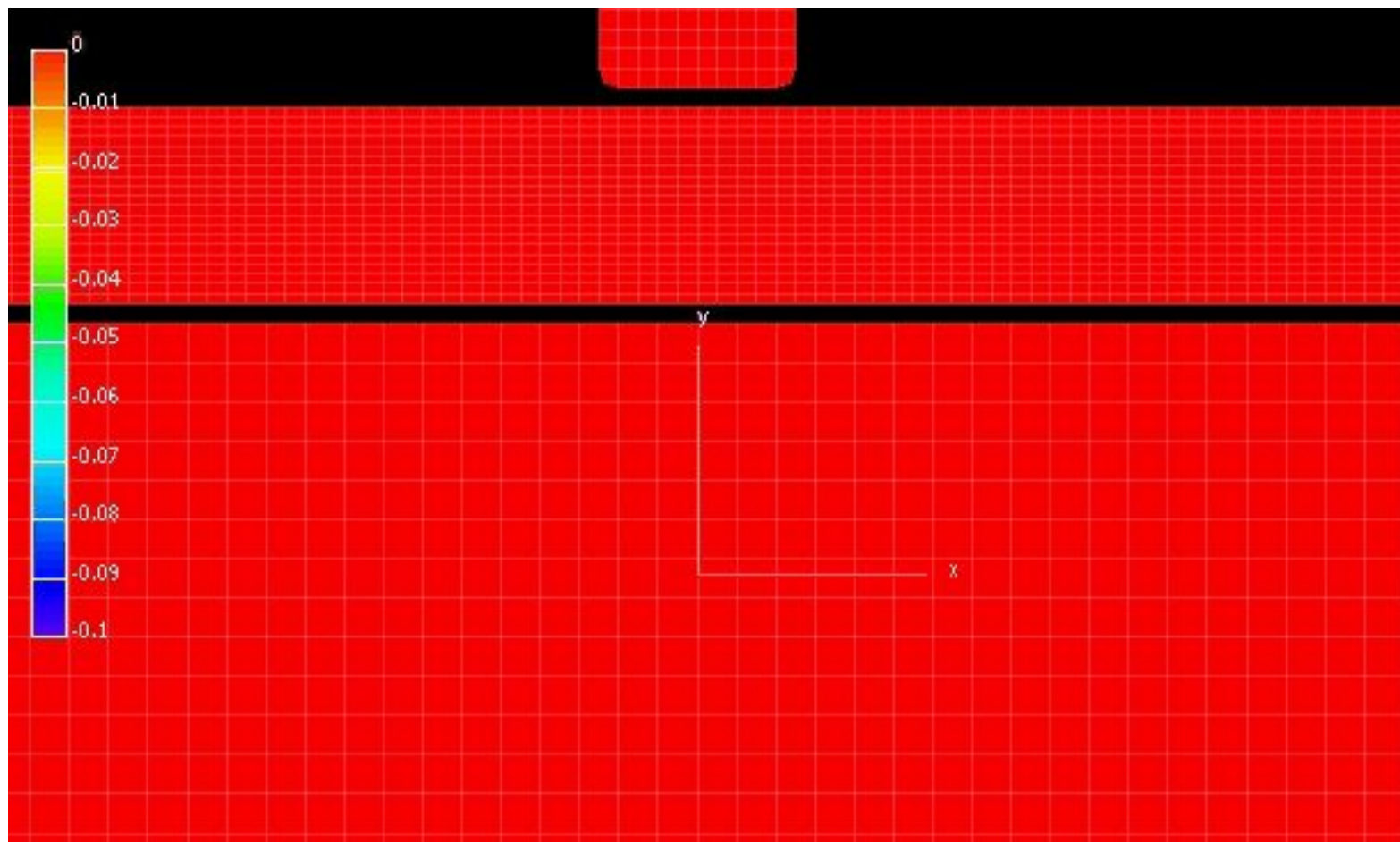
Хирургические
инструменты:

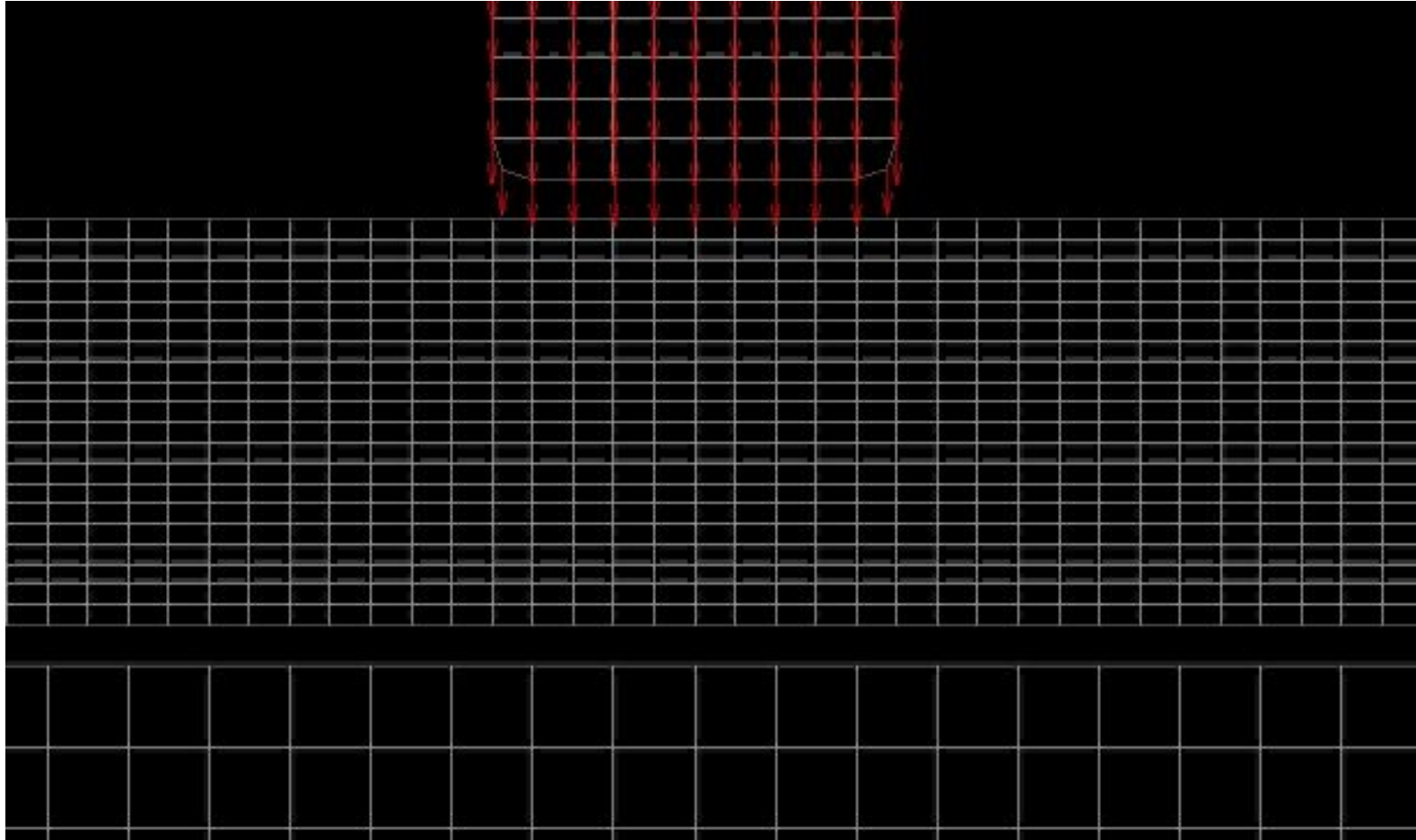
- 4 Лазерная игла
(источник тепла)
- 4 Ультразвуковая игла
(источник
напряжения)

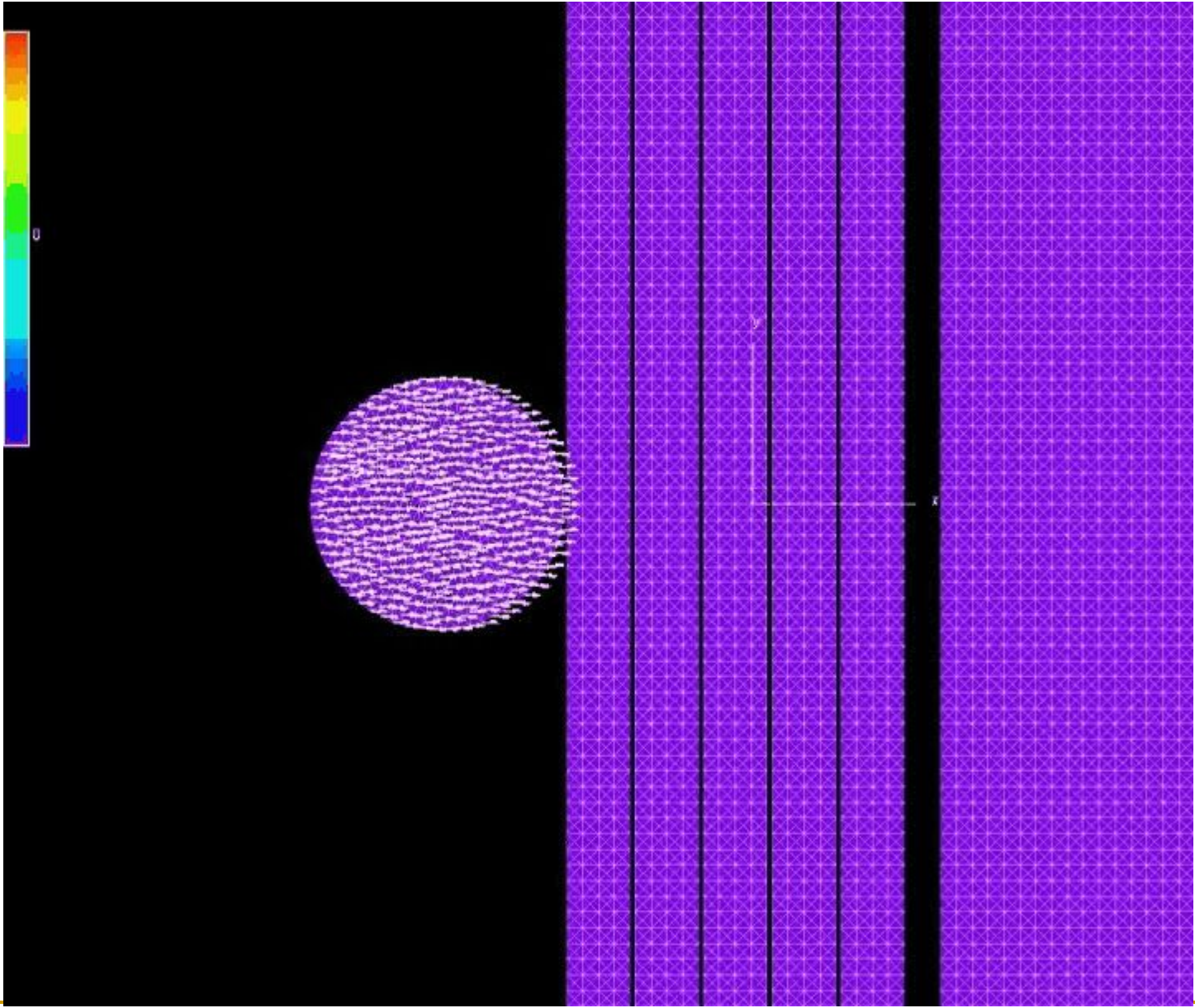
Лазерная и ультразвуковая операции



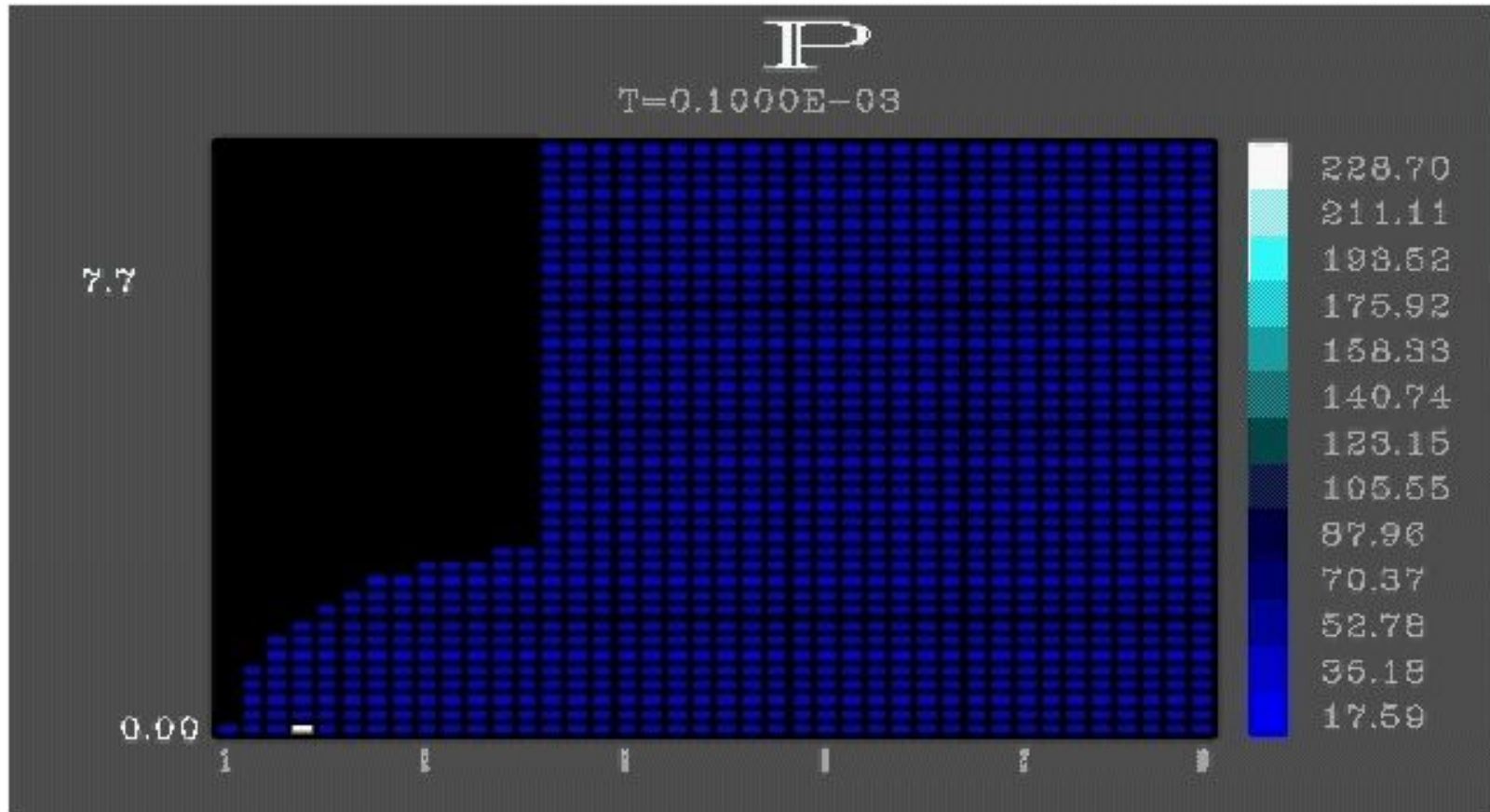
Защита тела



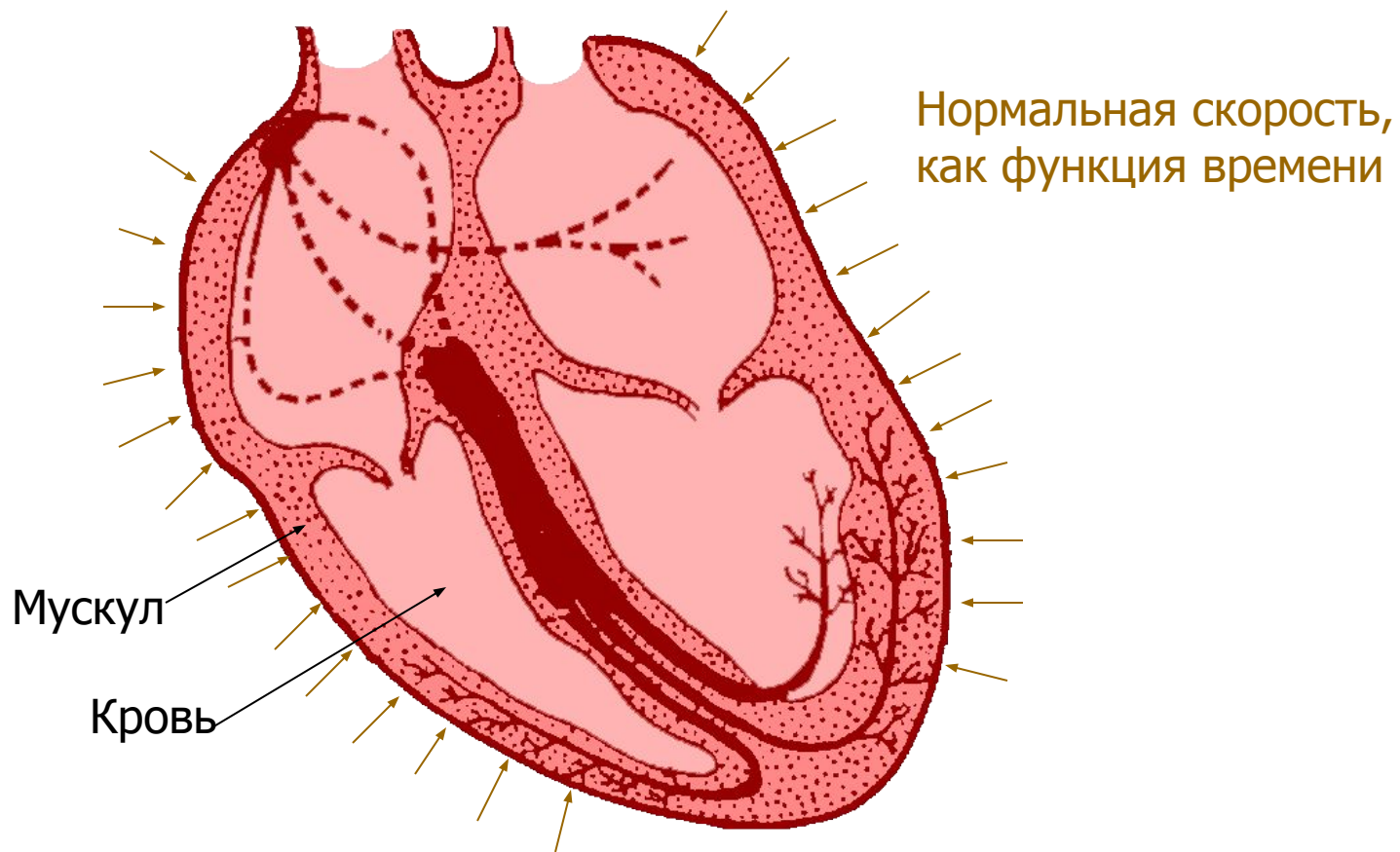


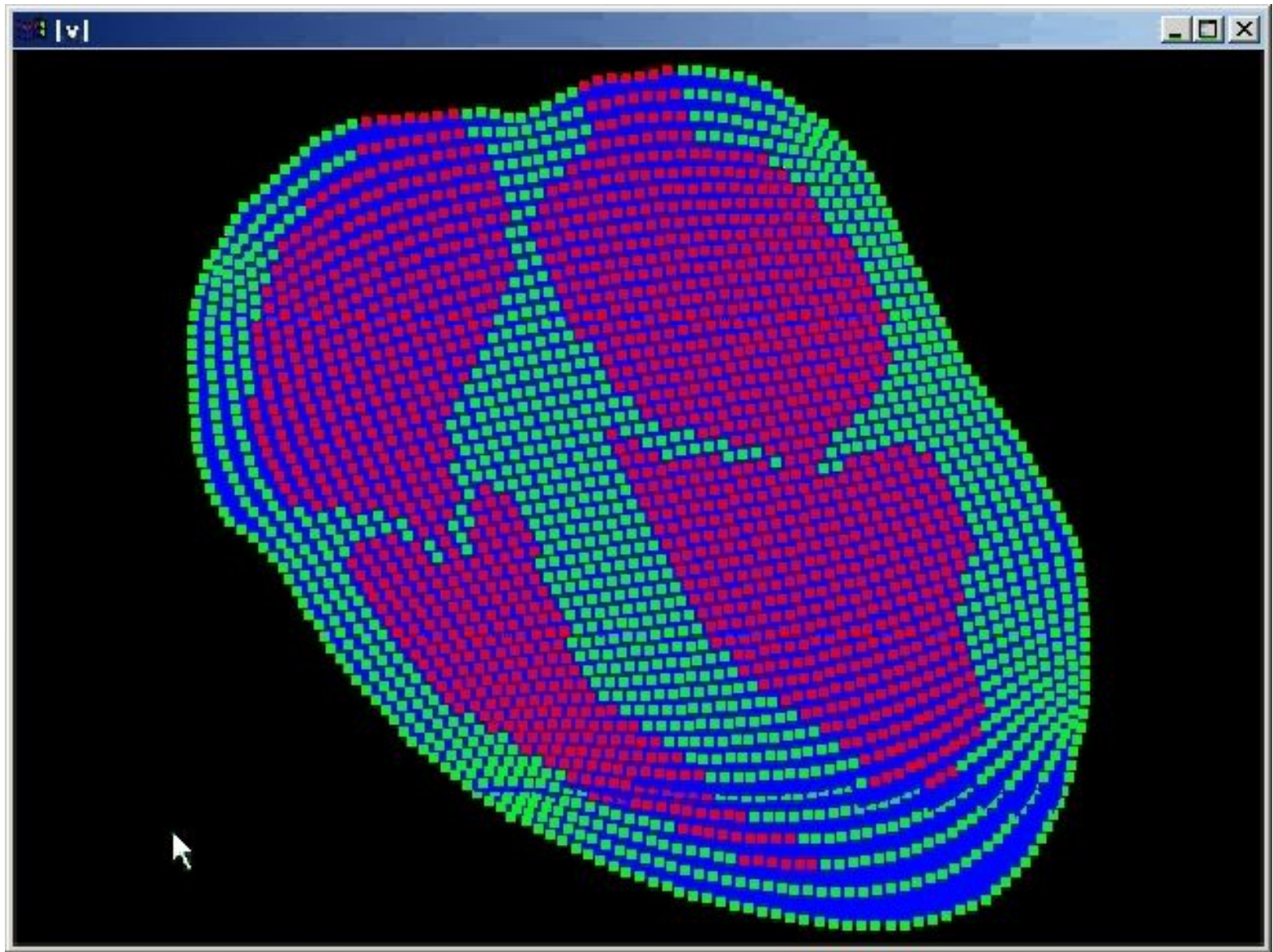


Задача литотрипсии

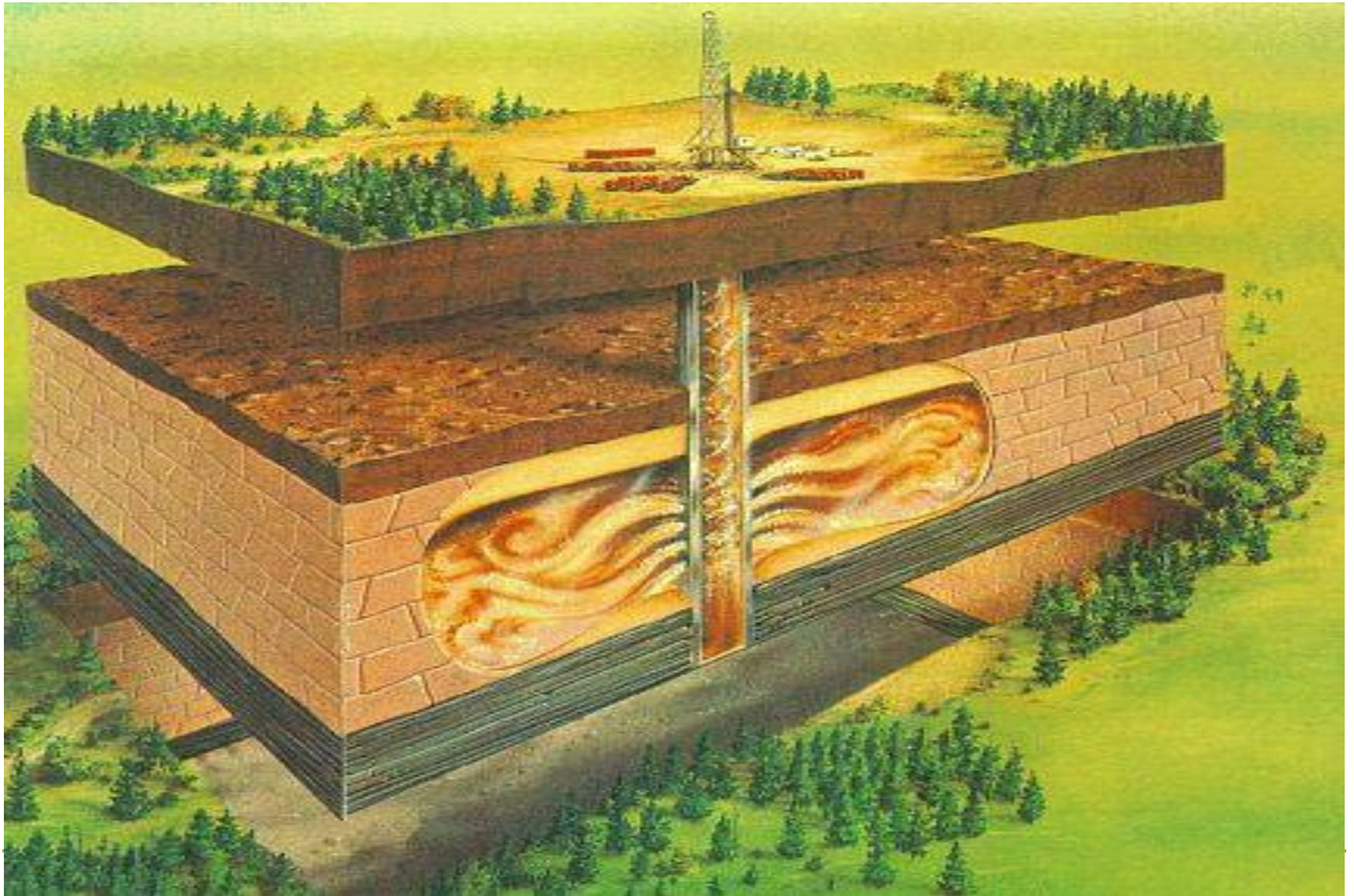


Моделирование работы сердечной МЫШЦЫ.

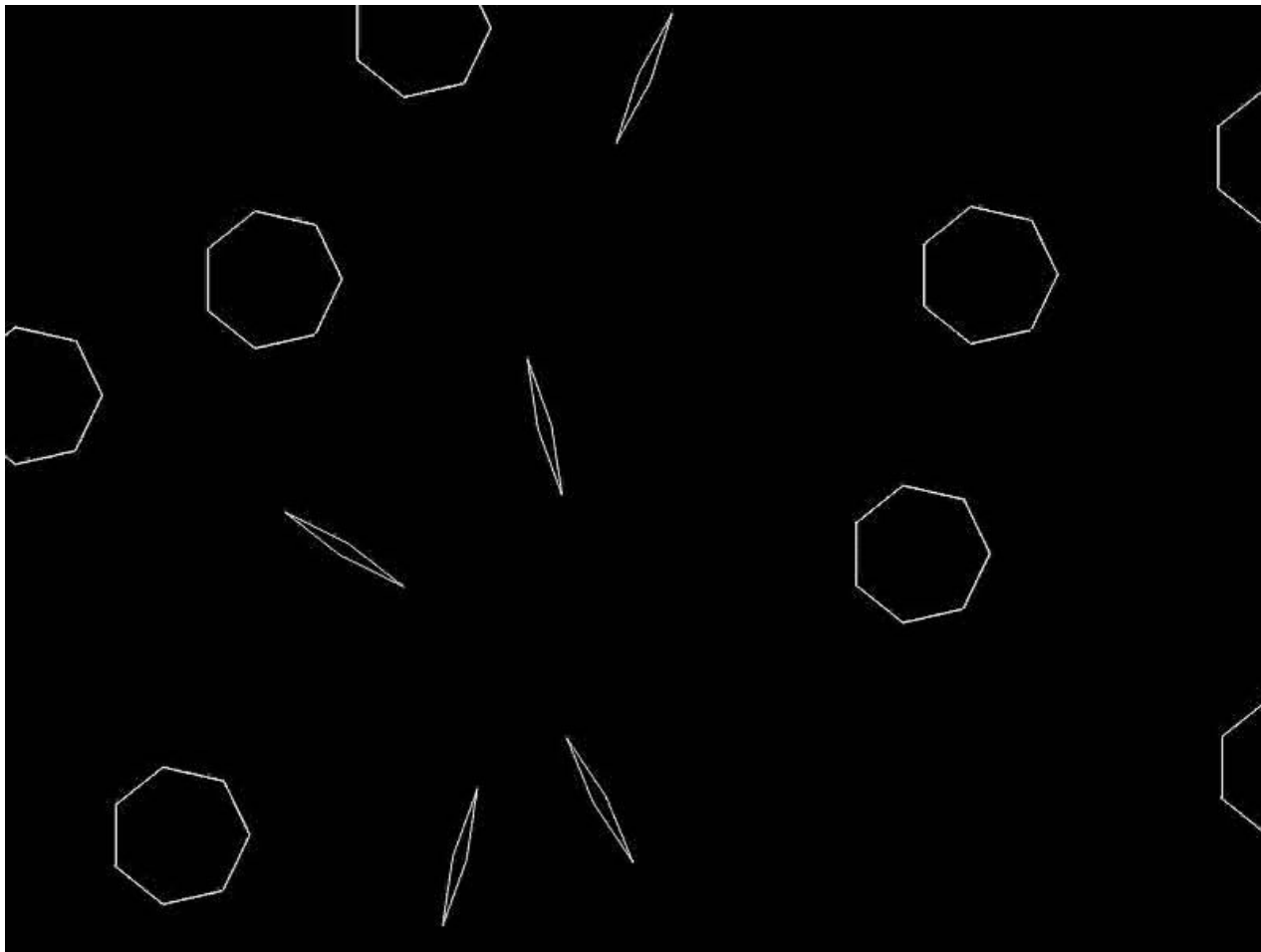




Численное моделирование в геологии



Трещины и пустоты.

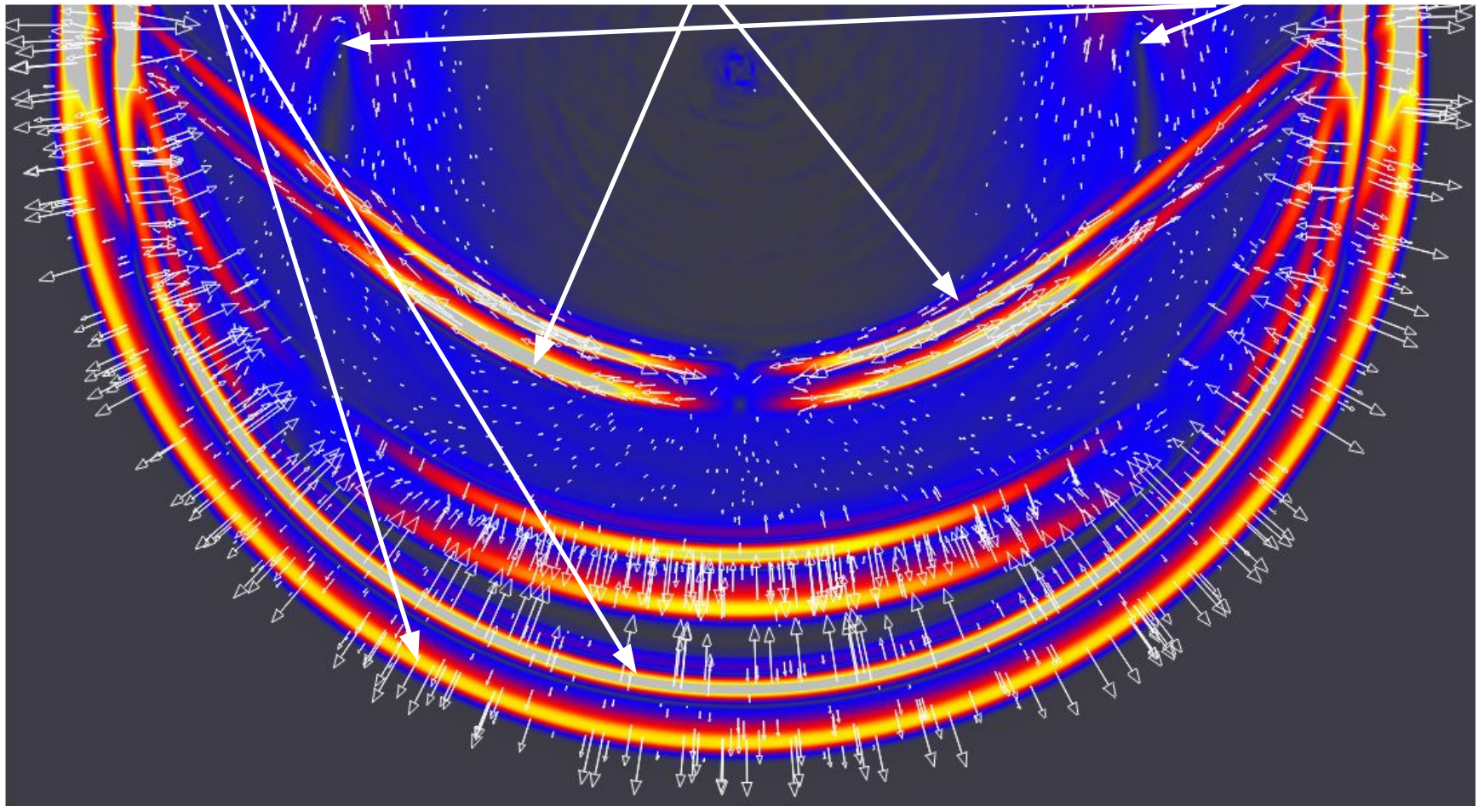


Взрыв рядом с поверхностью.

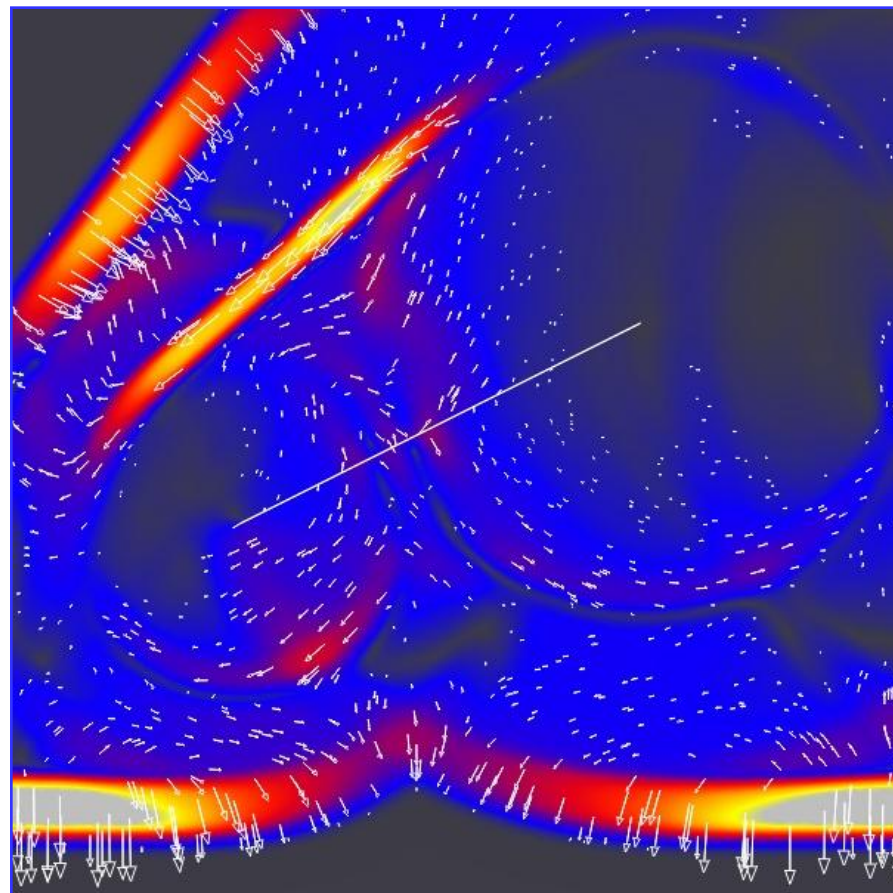
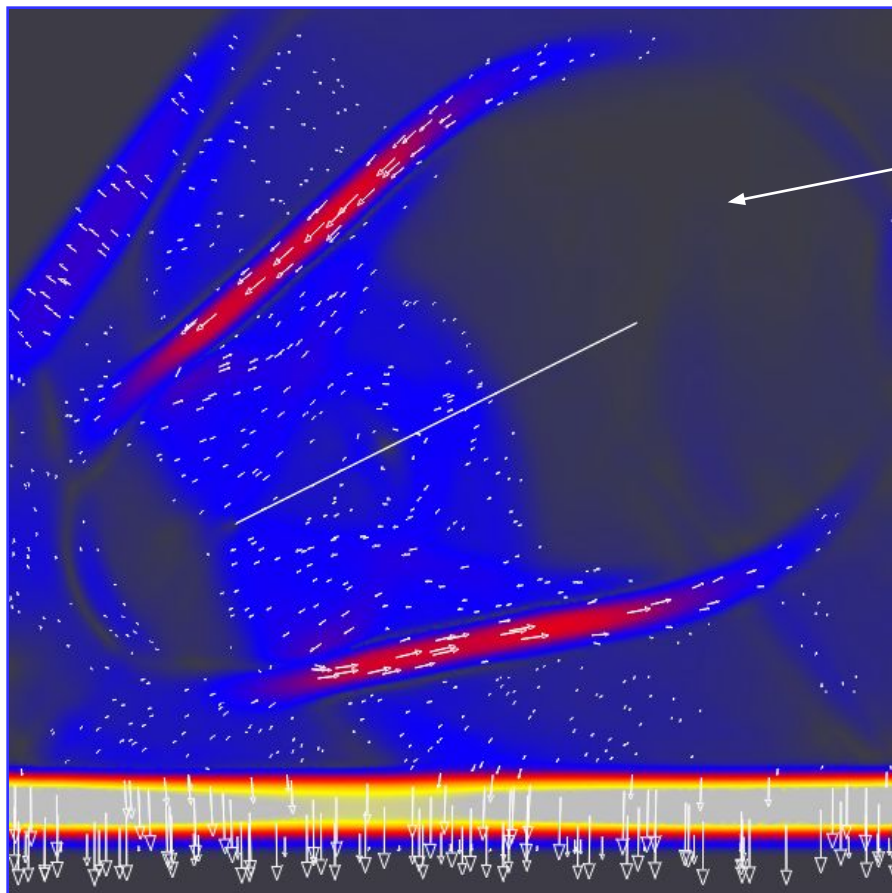
продольные волны

поперечные волны

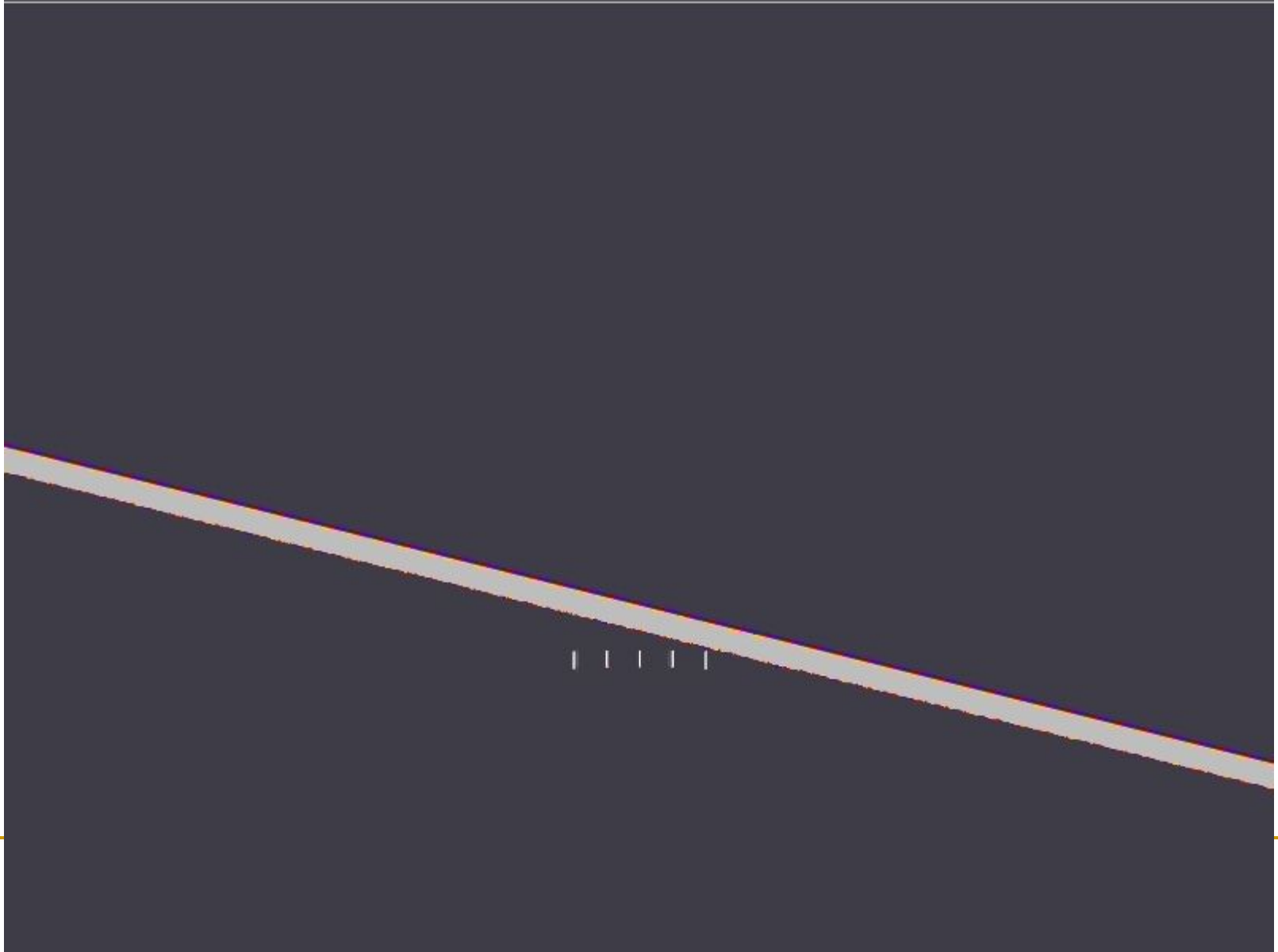
Волна Релея



Флюидонасыщенная и газонасыщенная трещины



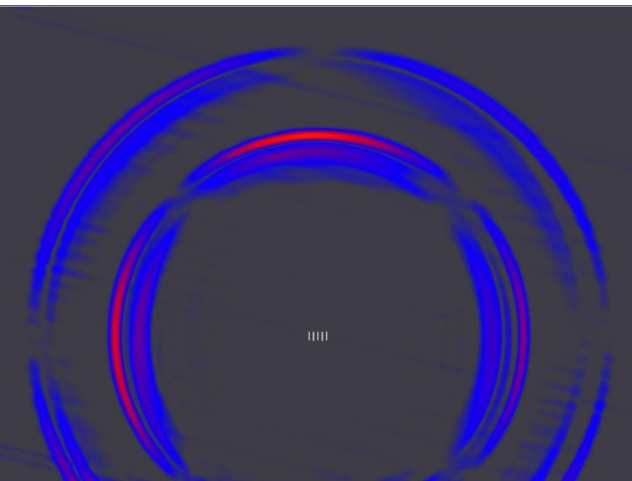
Коридор флюидонасыщенных вертикальных трещин



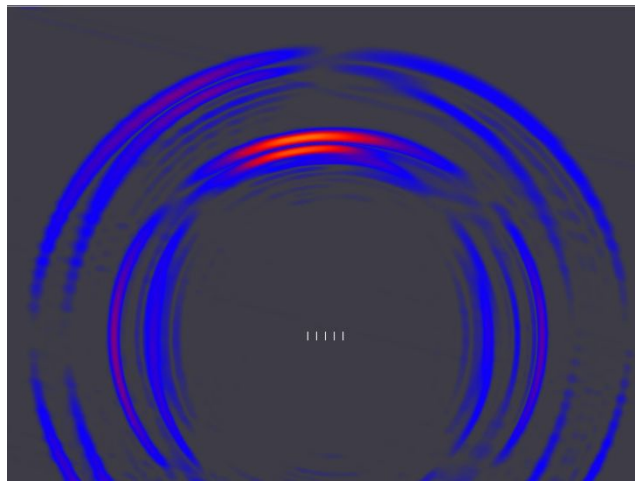
Коридоры флюидонасыщенных вертикальных трещин

расстояние между трещинами / длина трещин

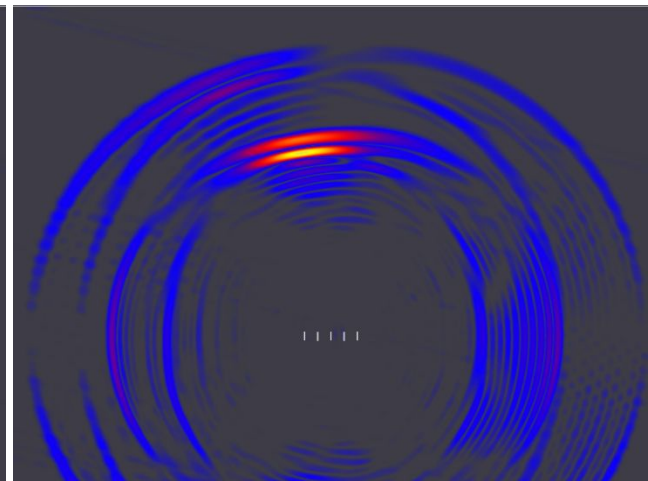
0,5



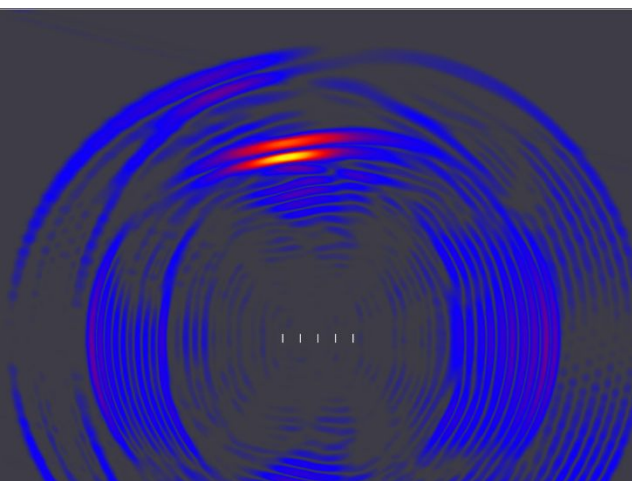
1,0



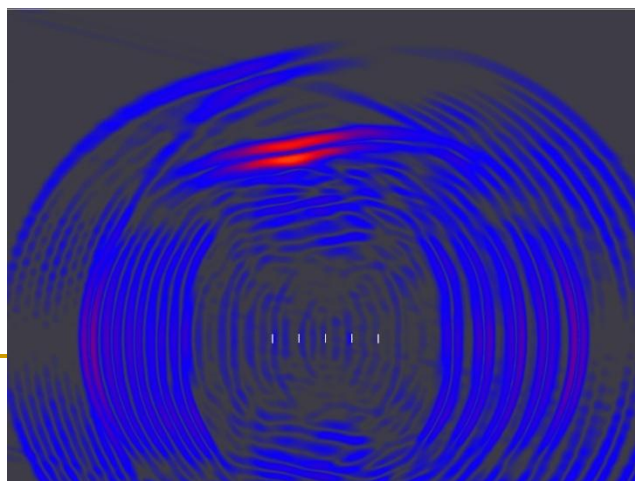
1,5



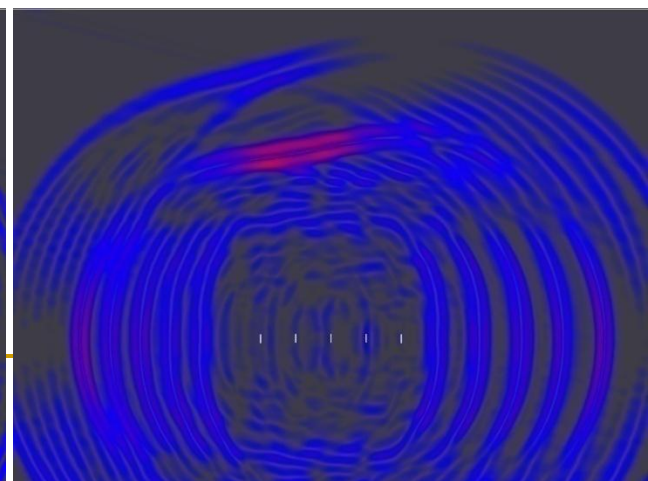
2,0



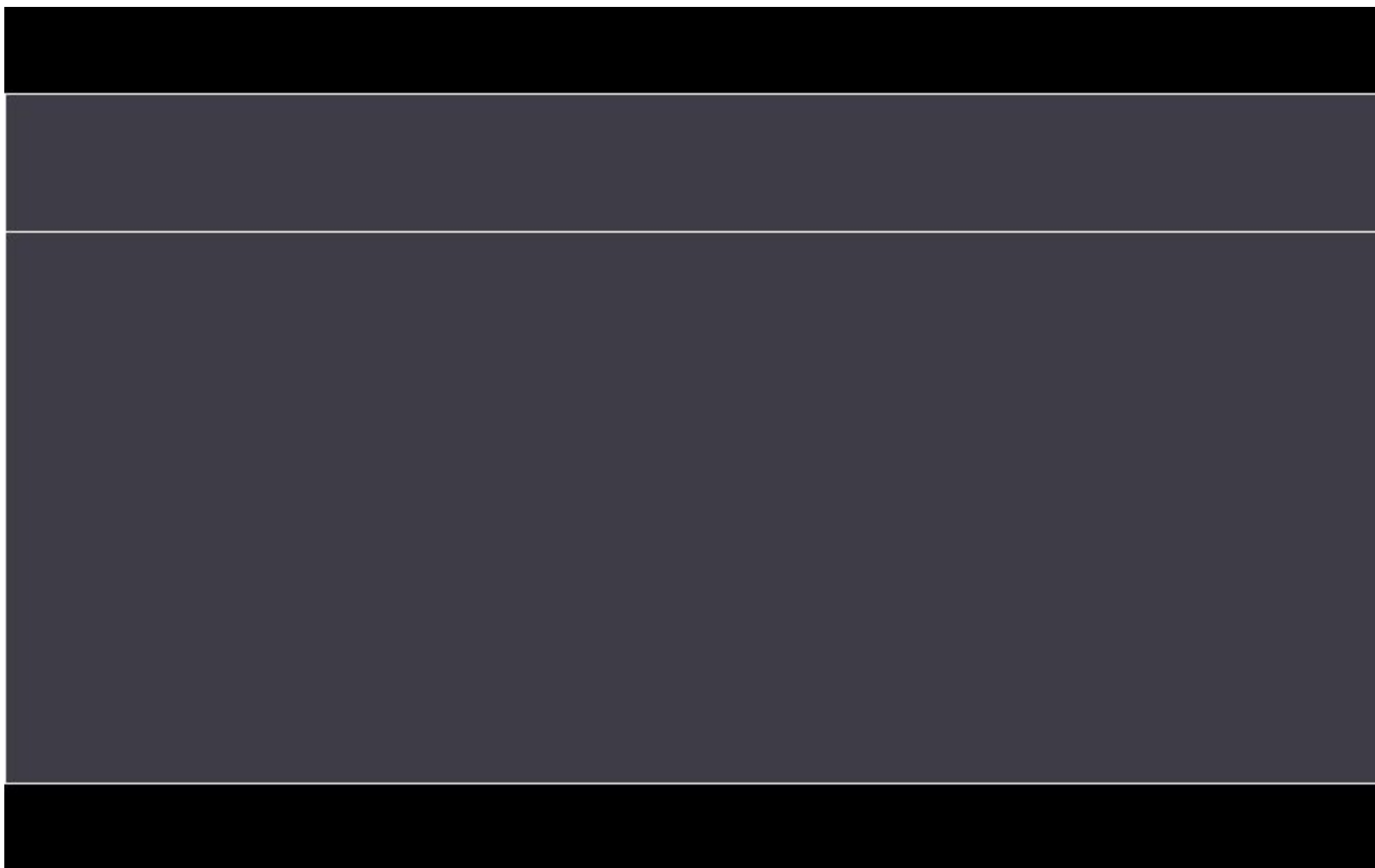
3,0



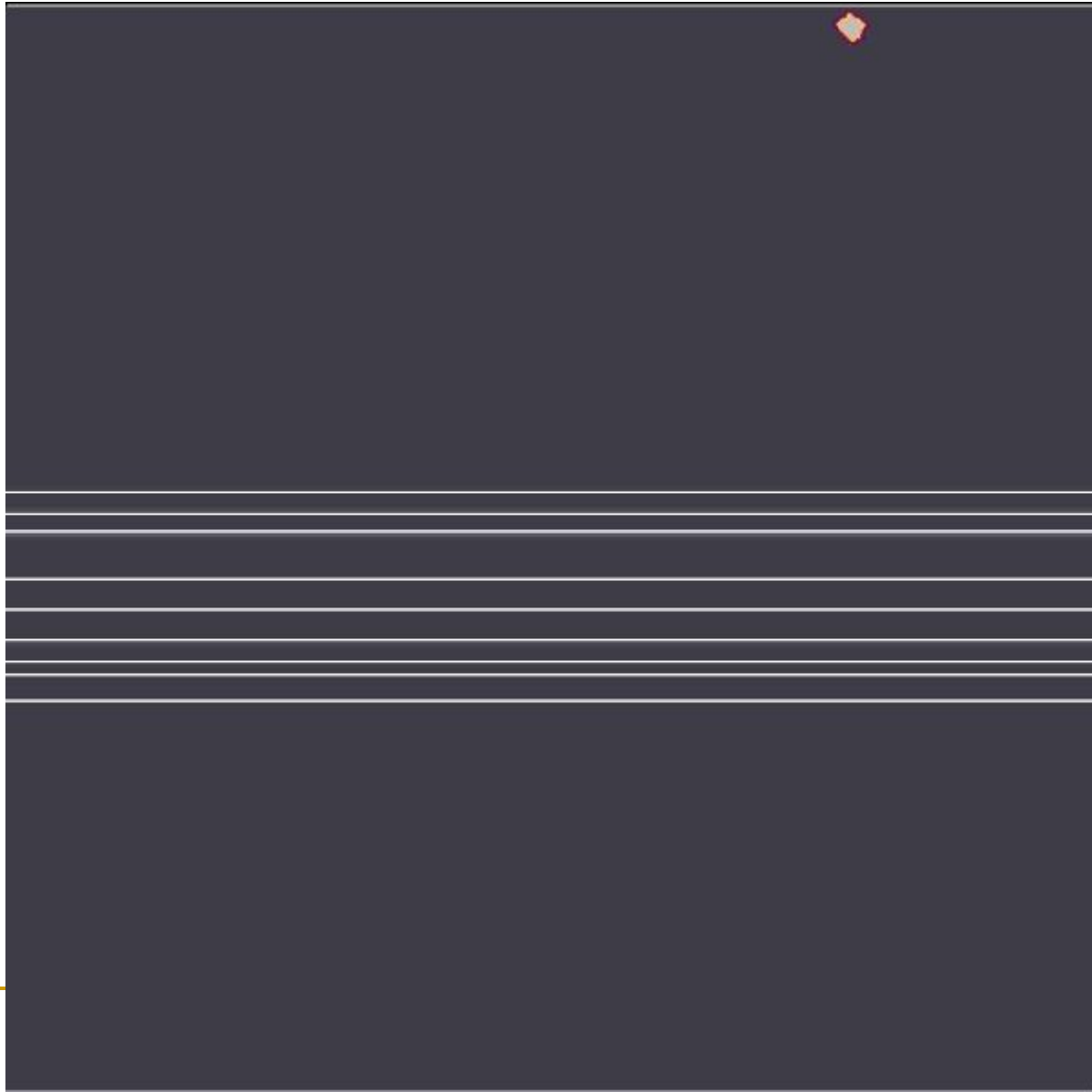
4,0



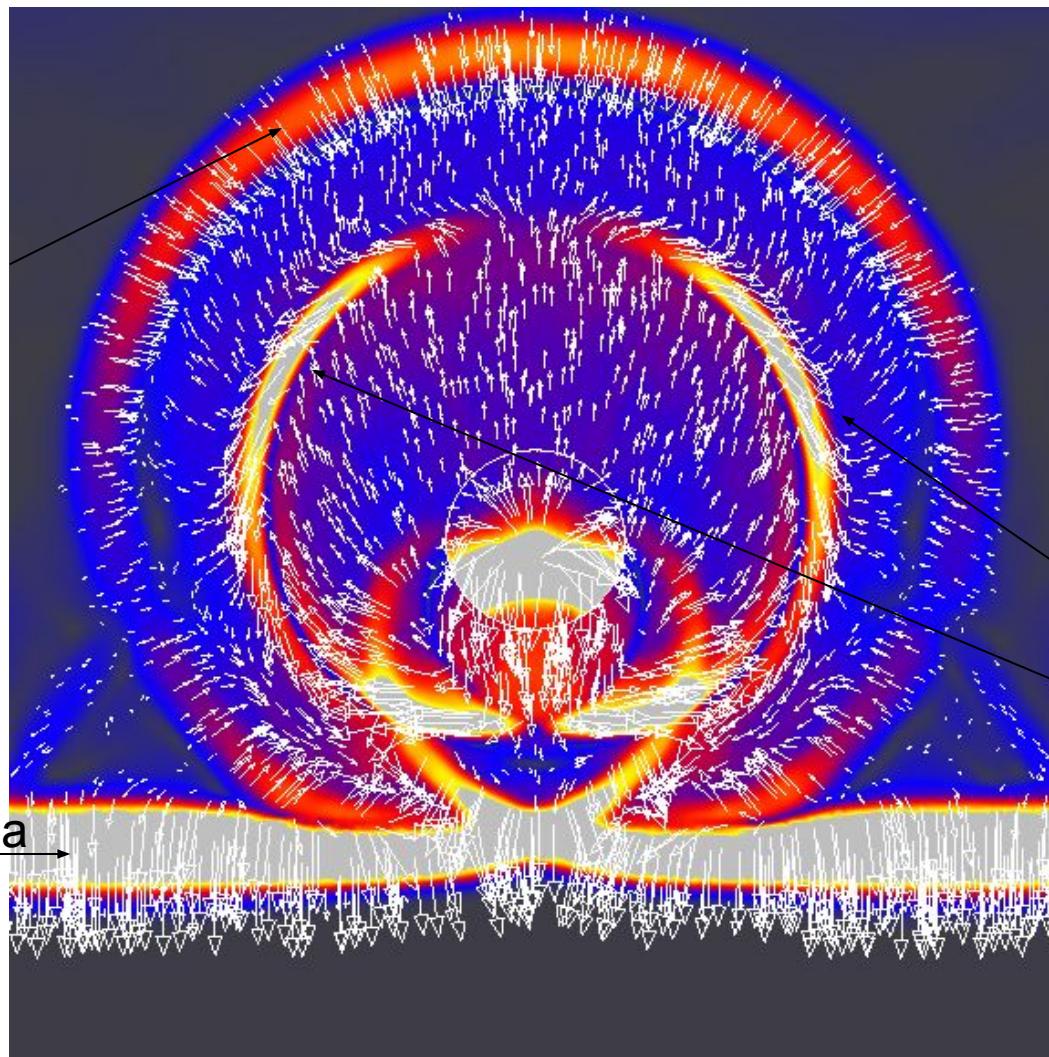
Двухслойная геологическая среда



Многослойная геологическая среда



Флюидонасыщенная полость.



Отраженная
продольная
волна

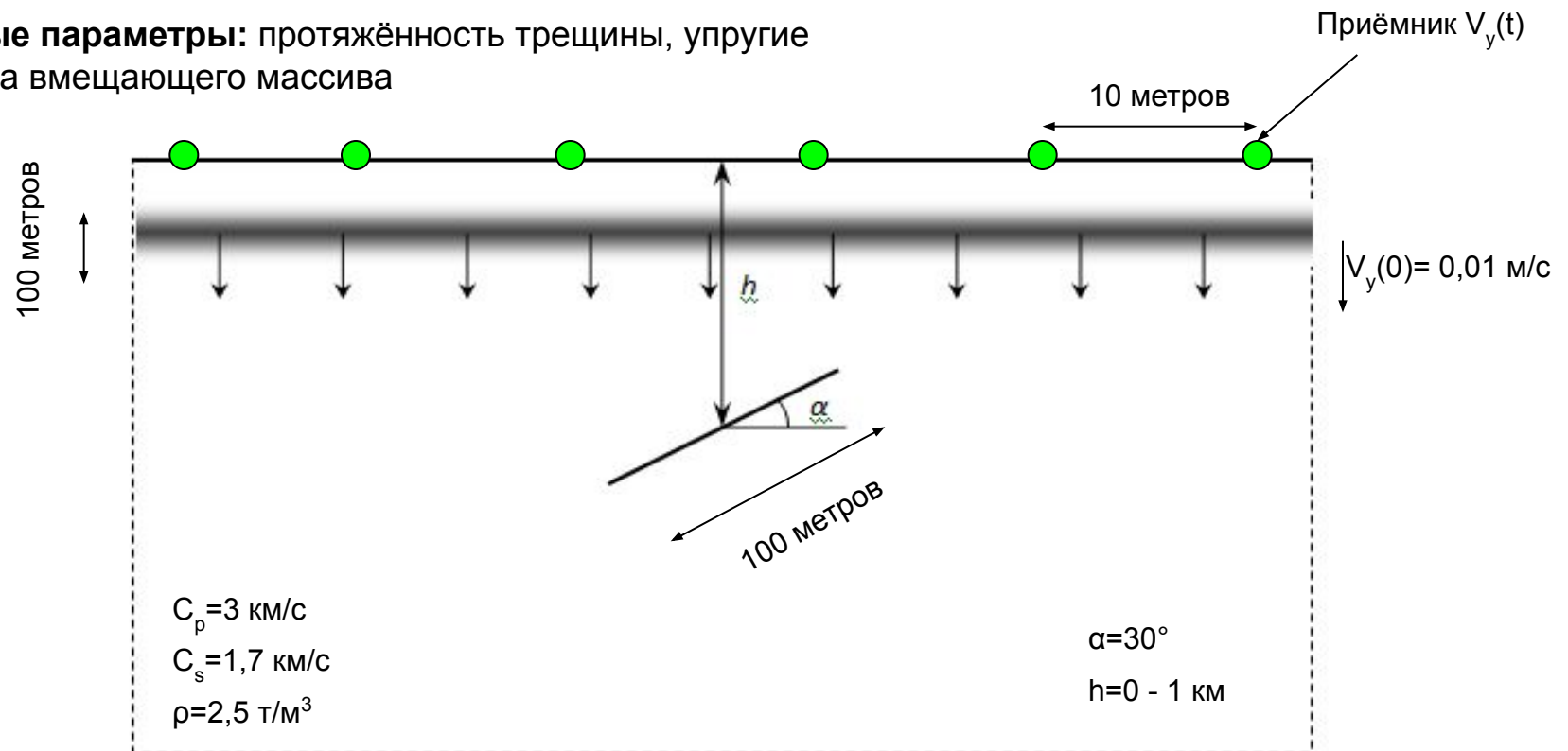
Прошедшая волна

Отраженная
волна

Обратные задачи: положение трещины

Задача: определить положение заполненной флюидом трещины, расположенной в земной коре

Входные параметры: протяжённость трещины, упругие свойства вмещающего массива



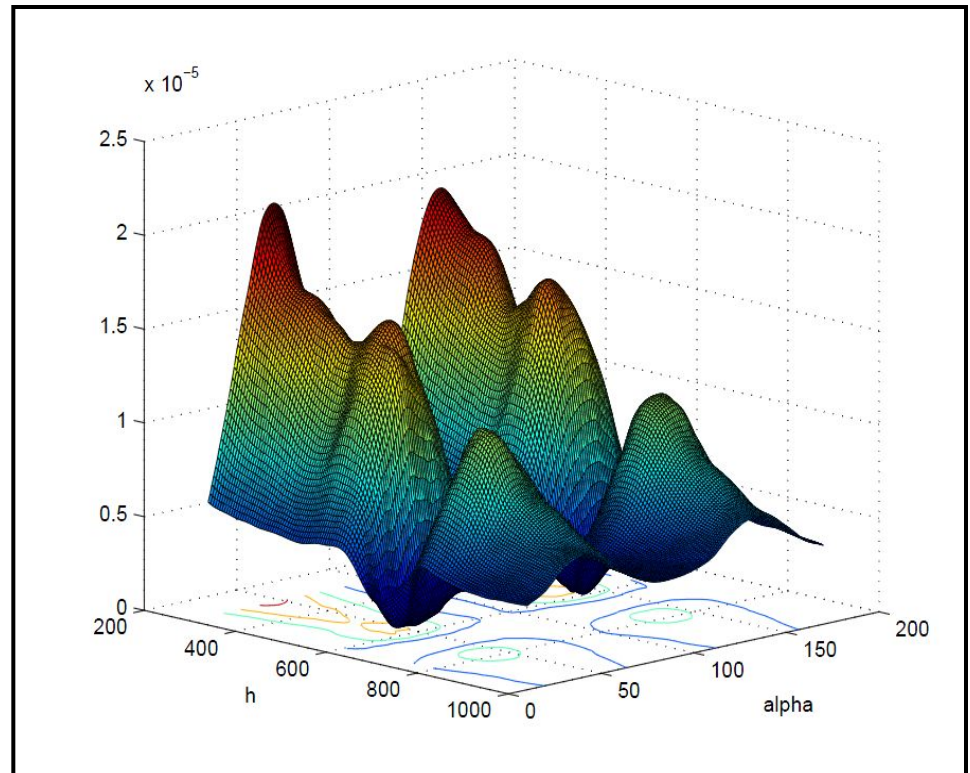
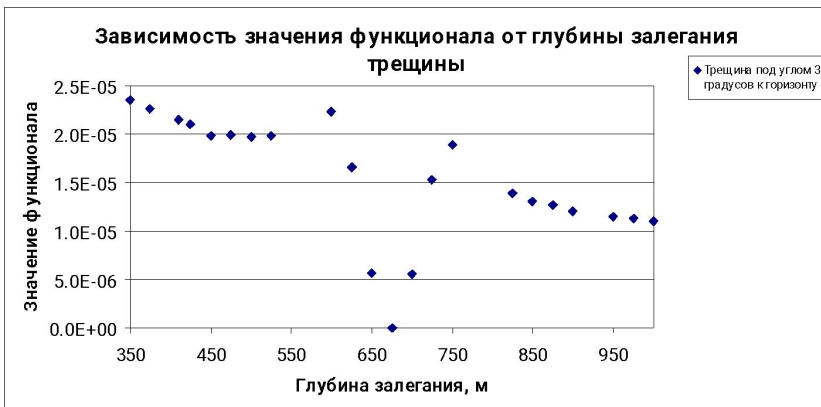
Обратные задачи: положение трещины

Математическая формулировка:

$$I(\mathbf{z}) = \sum_i \sum_j [V_y(\mathbf{z}, x_i, t_j) - \tilde{V}_y(x_i, t_j)]^2$$

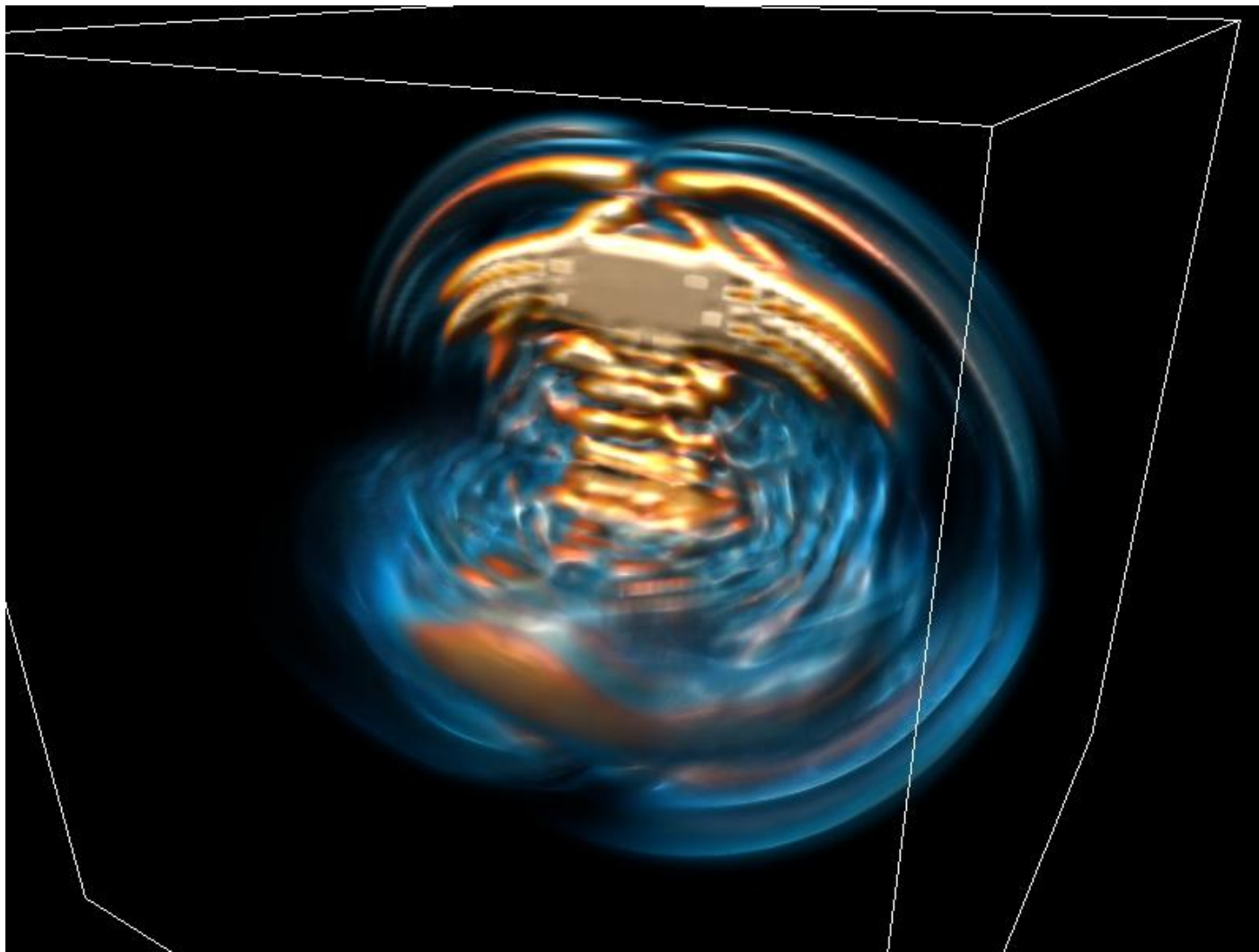
$$\min I(\mathbf{z})$$

$$\mathbf{z} \in D = [h_1; h_2] \times [\alpha_1; \alpha_2]$$

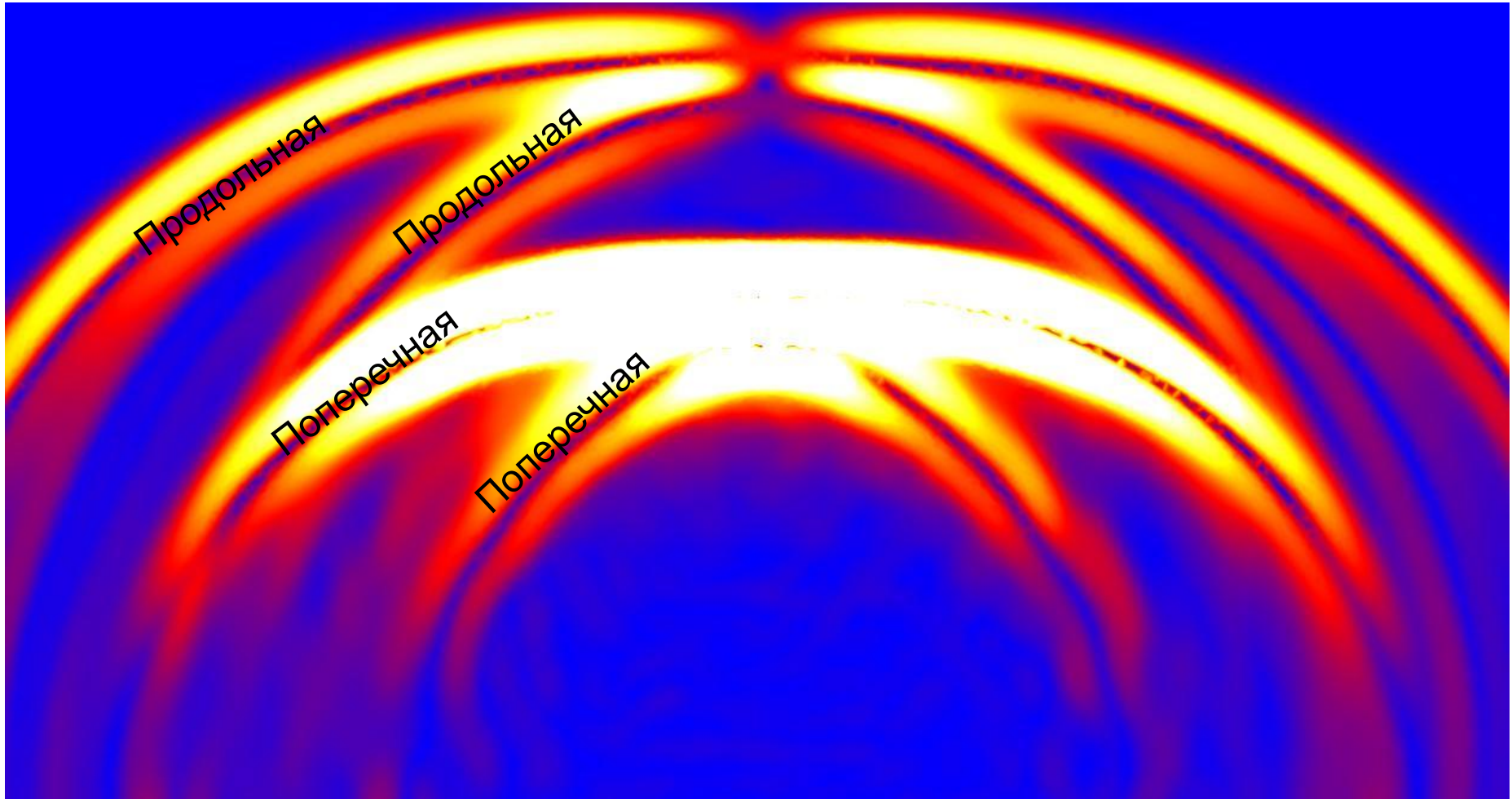


Численное моделирование последствий природных и техногенных катастроф.

Возмущение из очага землетрясения: 3D



Волновые фронты вблизи дневной поверхности



Модель АЭС: двумерная постановка

Многокомпонентная модель (C_p , C_s , ρ)

Возмущение:
P-wave

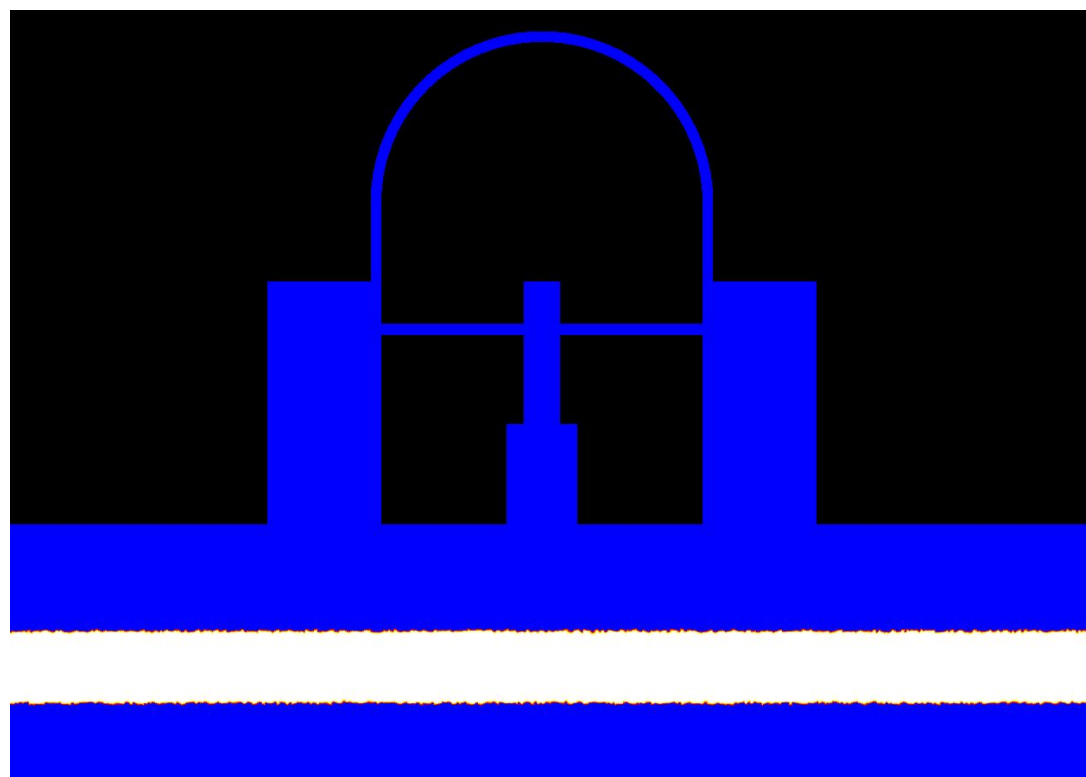


Рис. – Модуль скорости

Сейсмостойкость здания: трехмерная постановка

Расчёт напряжений и скоростей в узлах сетки

Многокомпонентная модель (C_p , C_s , ρ)

Возмущение: P-wave

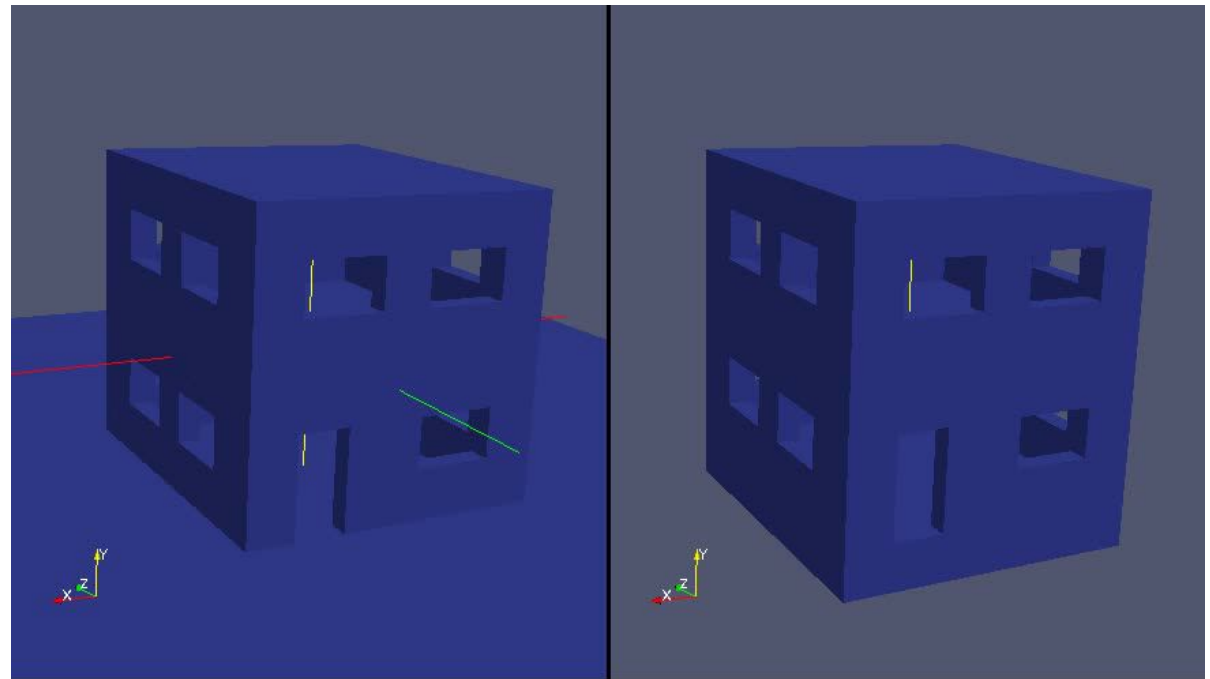
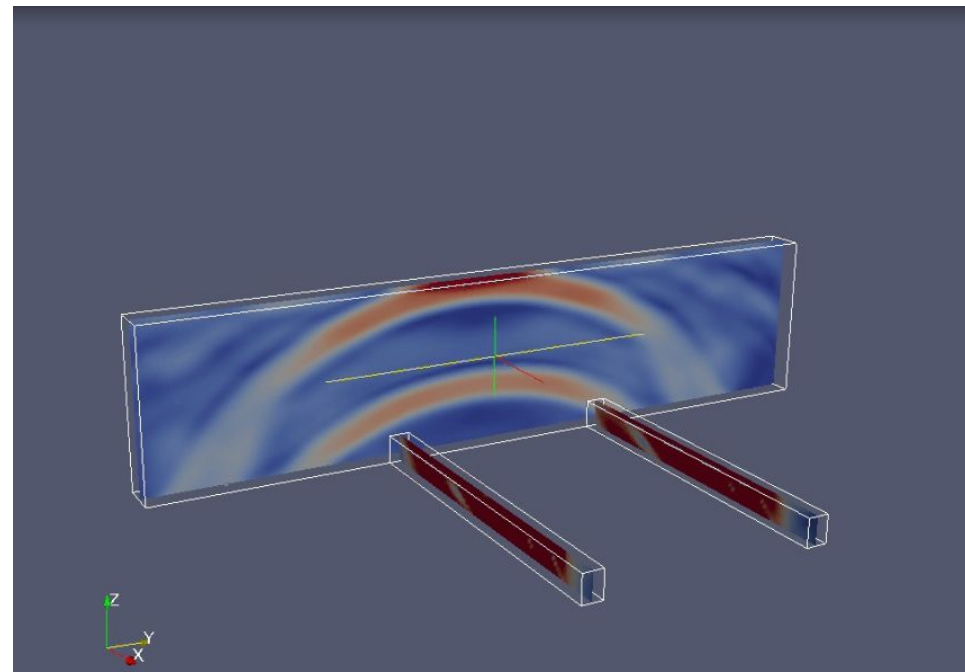
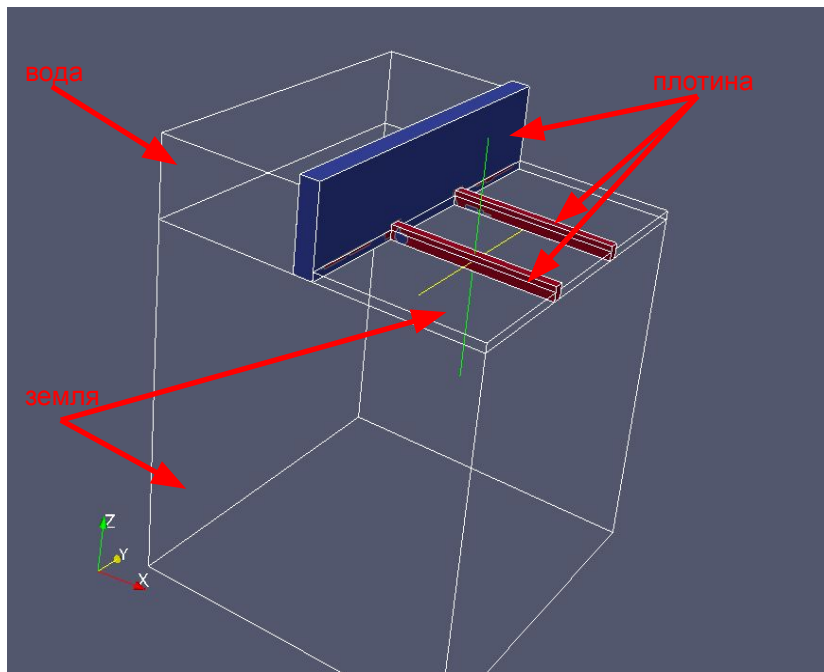


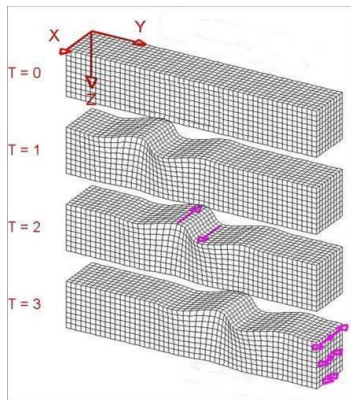
Рис. – Модуль скорости (слева) и места разрушения (справа)

Сейсмическое воздействие на ПЛОТИНУ

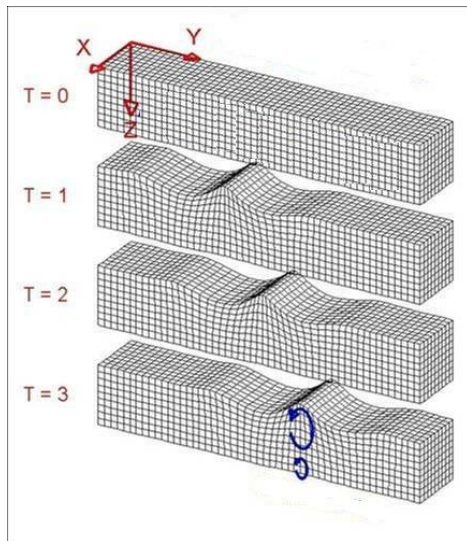
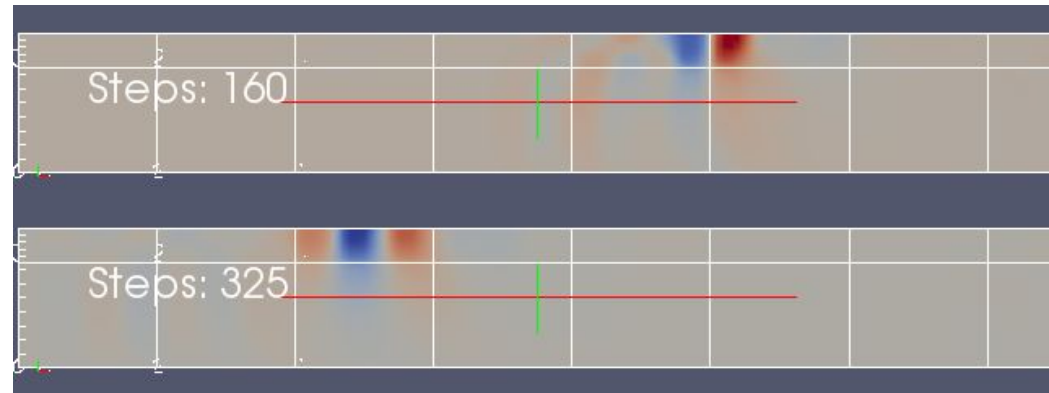


Изоповерхности модуля скорости

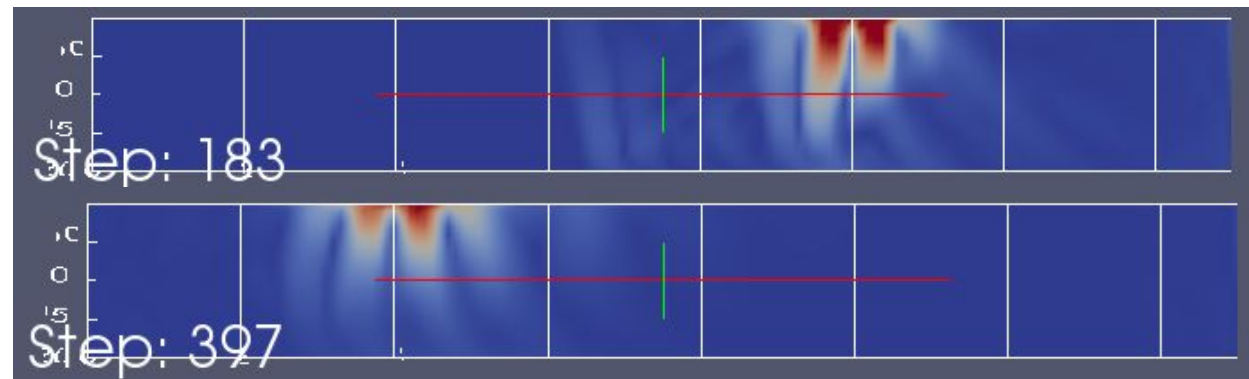
Волны Лява и волны Рэлея



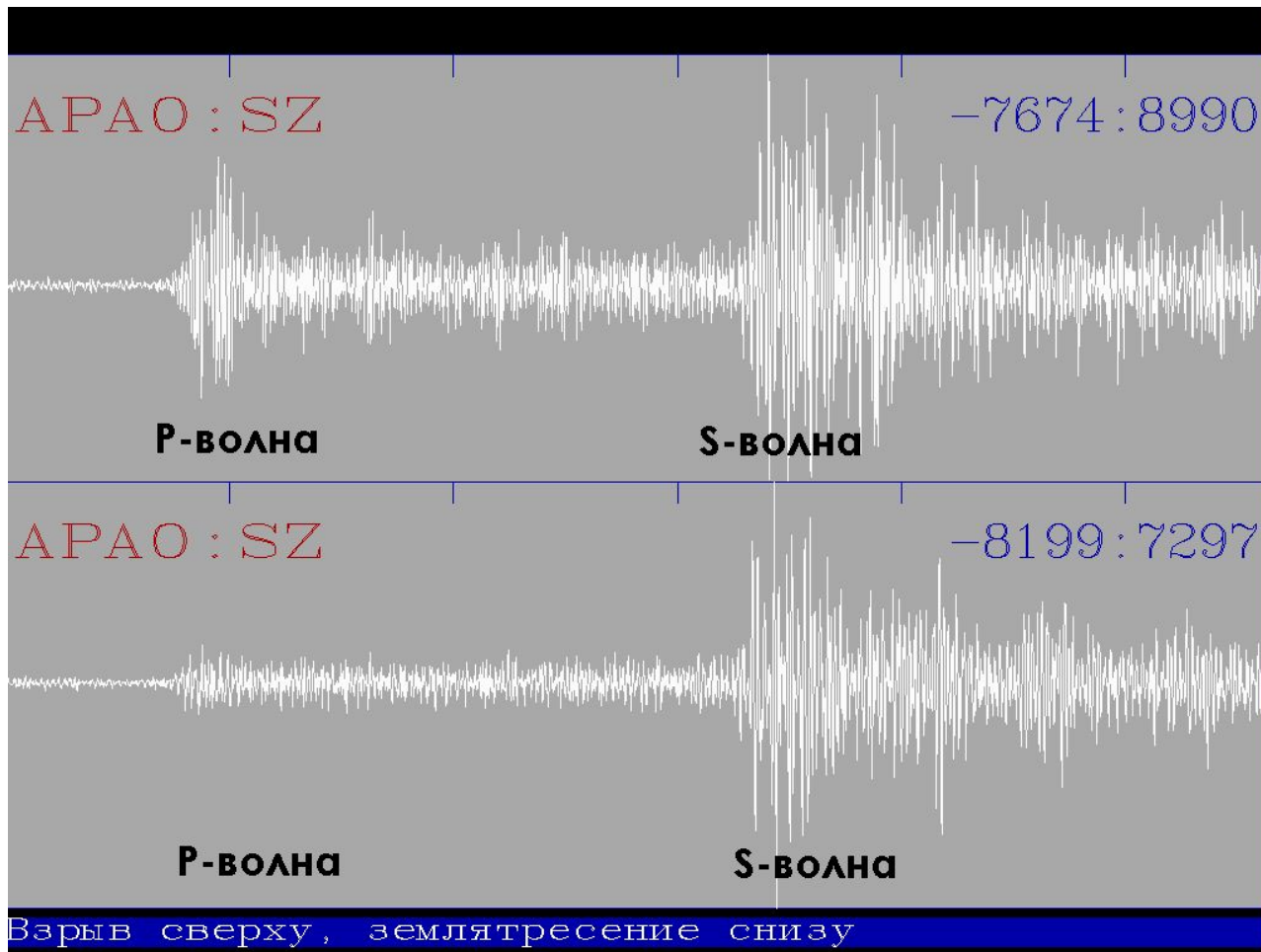
Лява



Рэлея

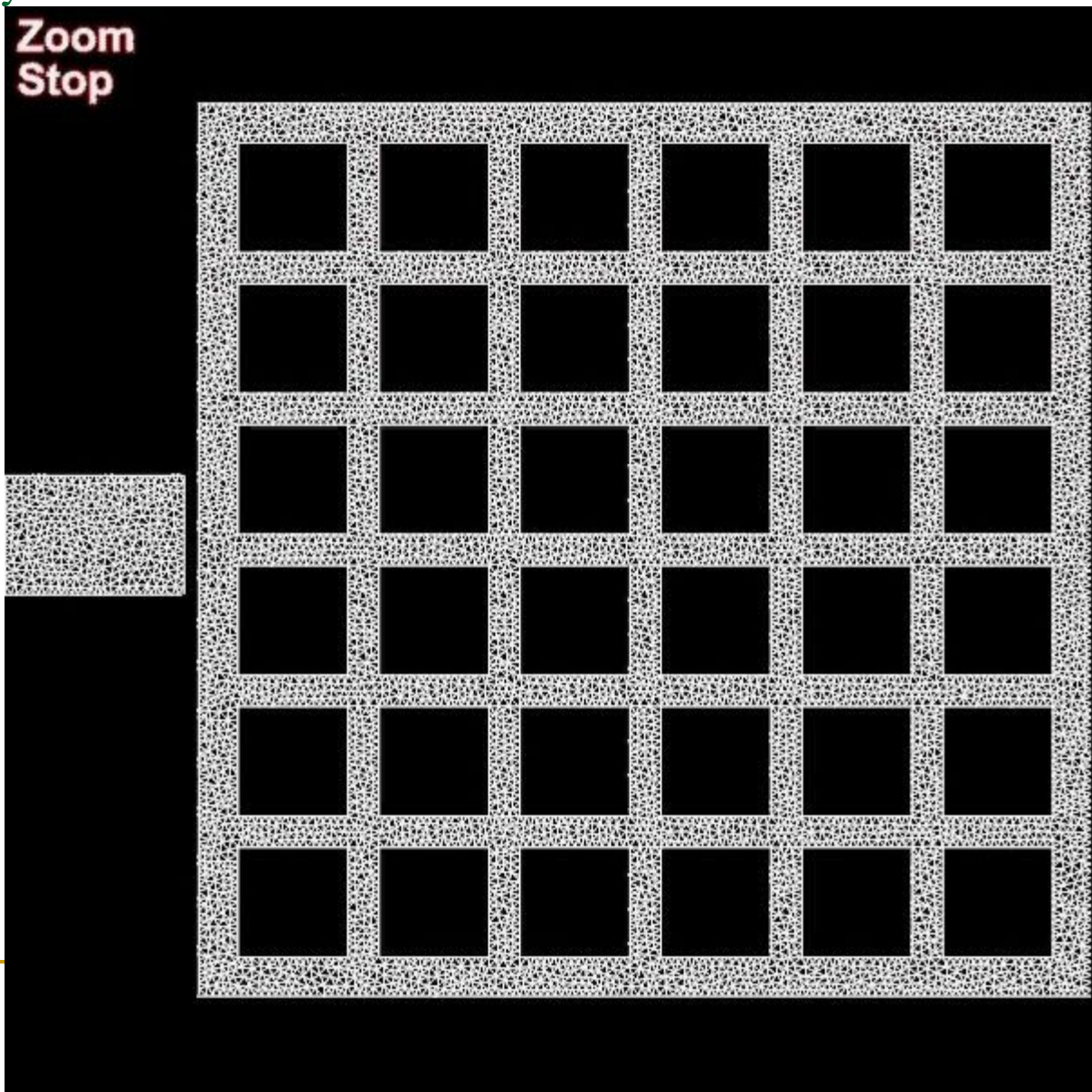


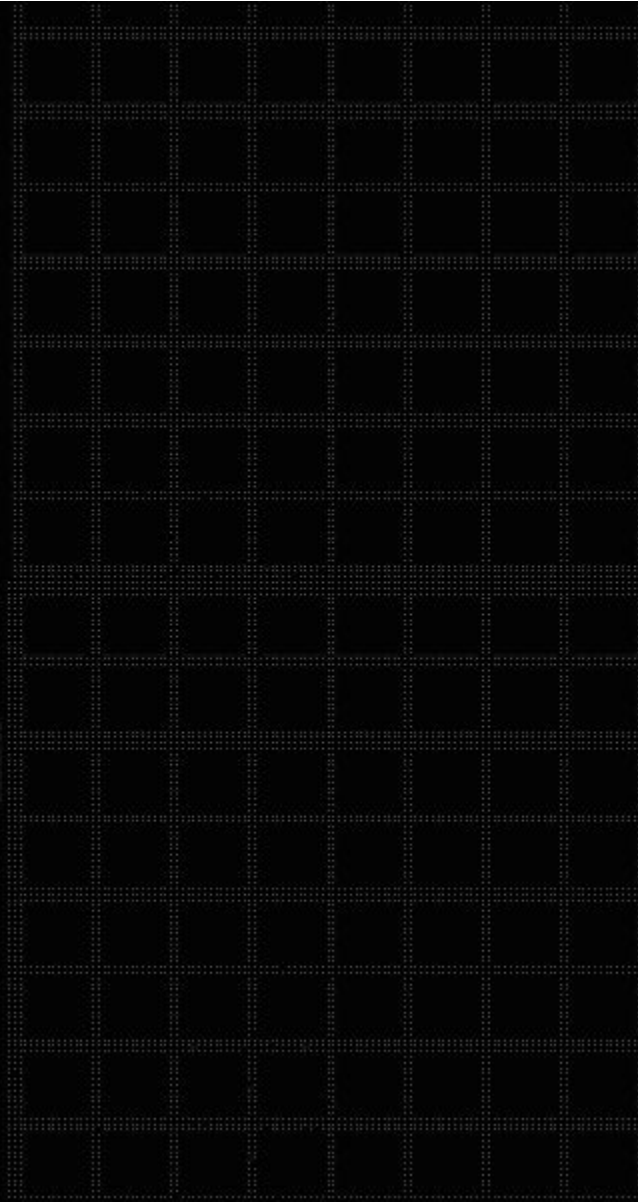
Сравнение сейсмограмм землетрясения и взрыва



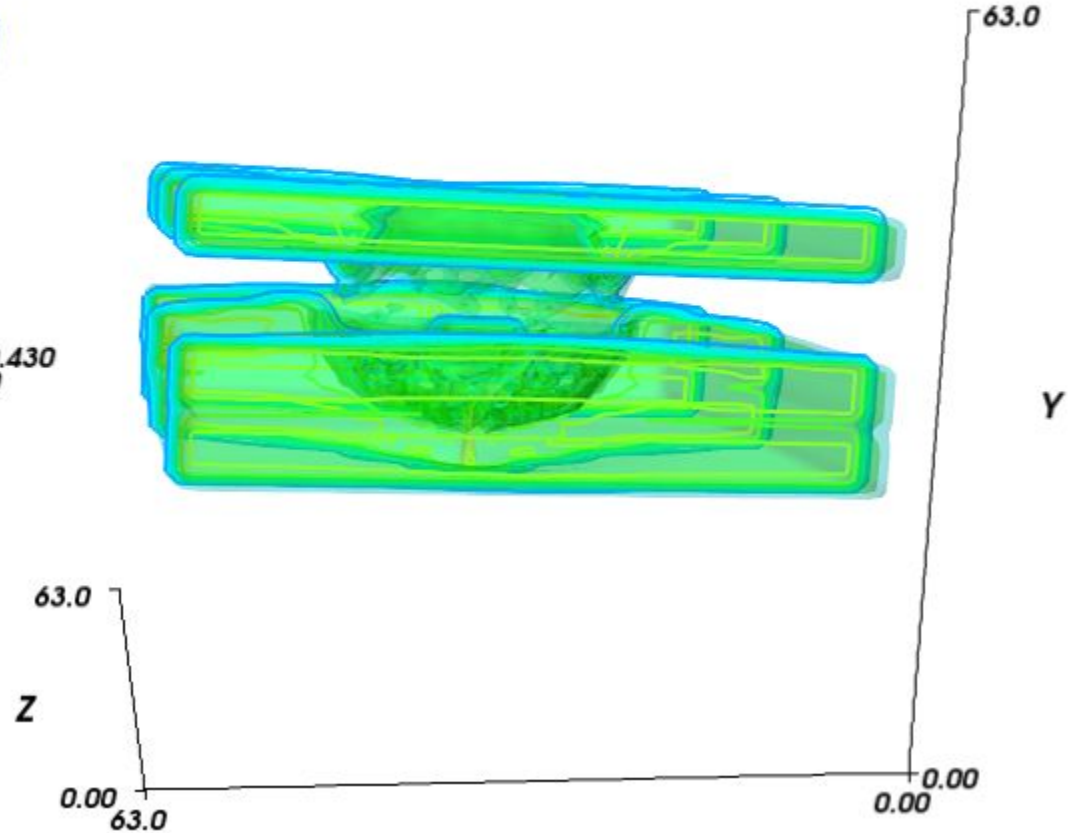
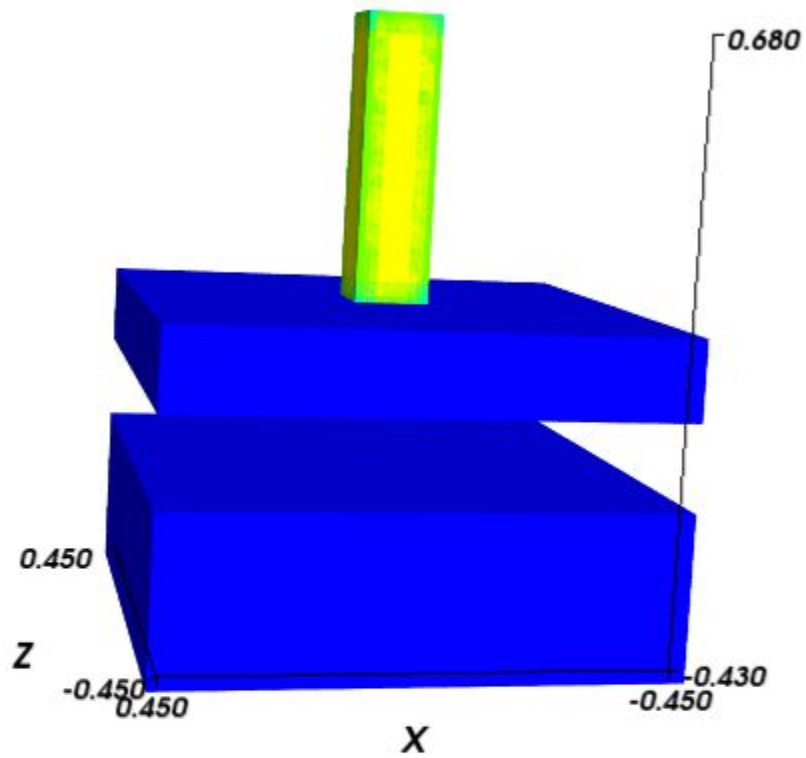
Задача о соударении с перфорированной конструкцией

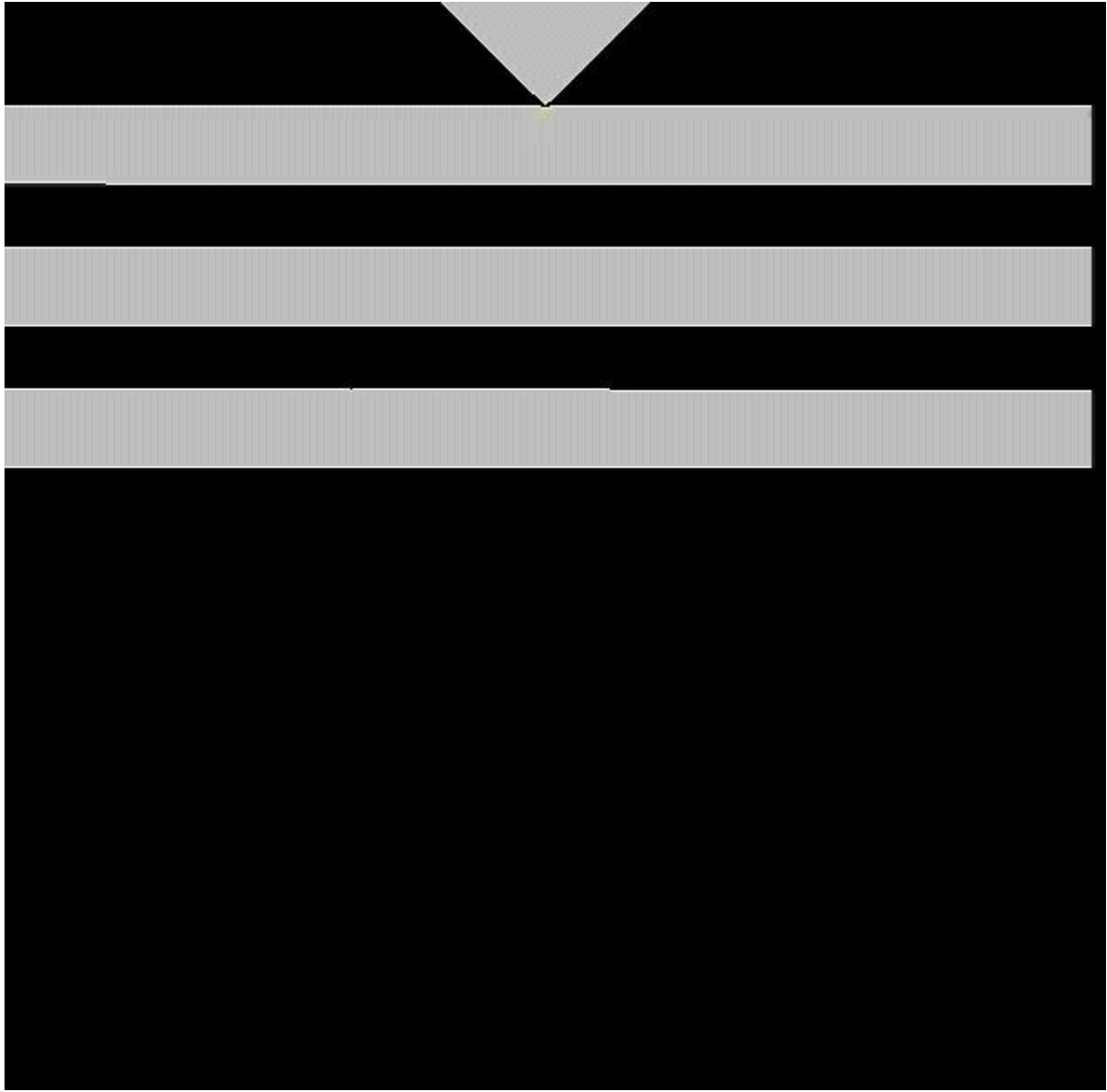
Zoom
Stop



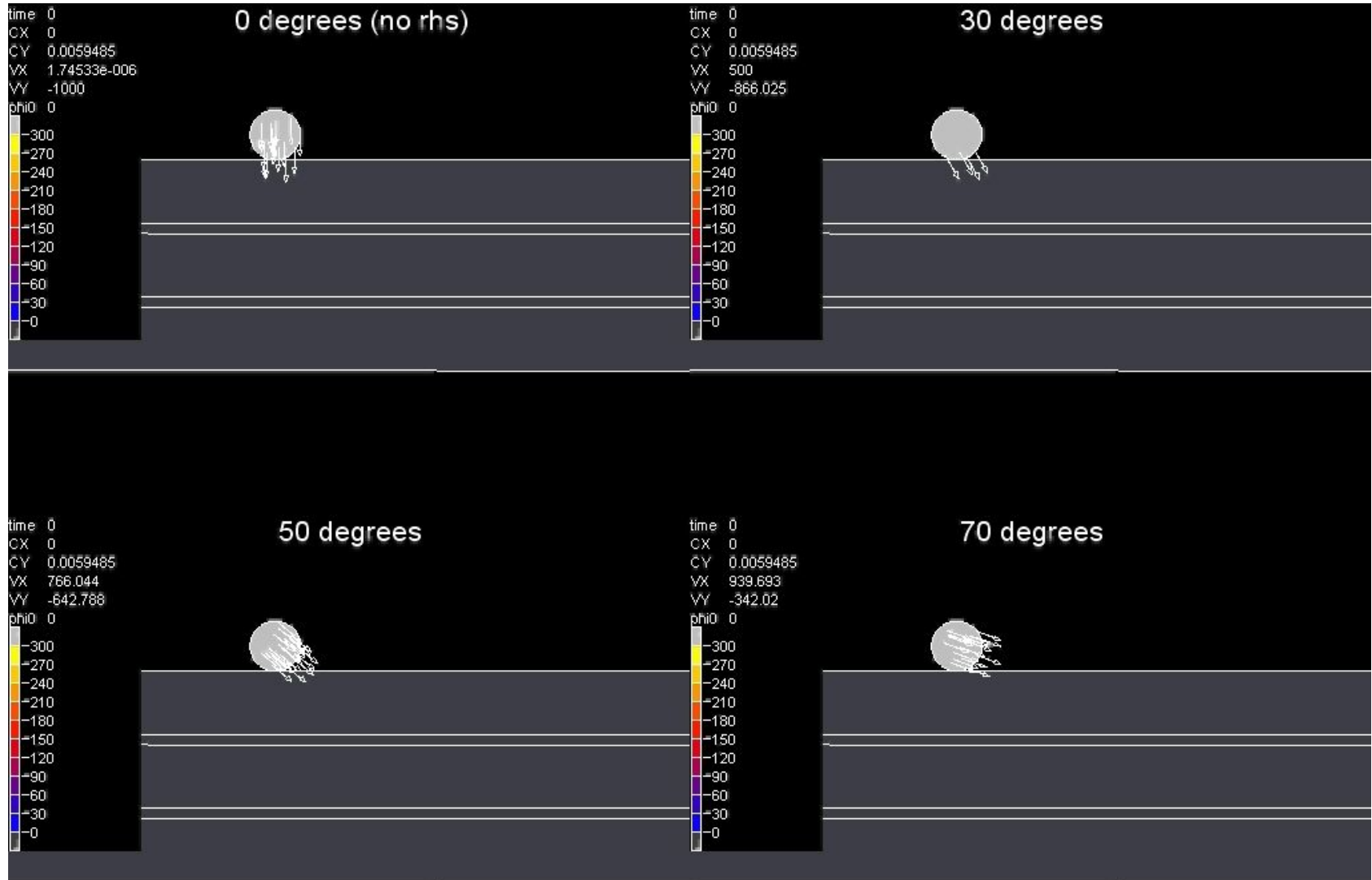


Задачи высокоскоростного соударения

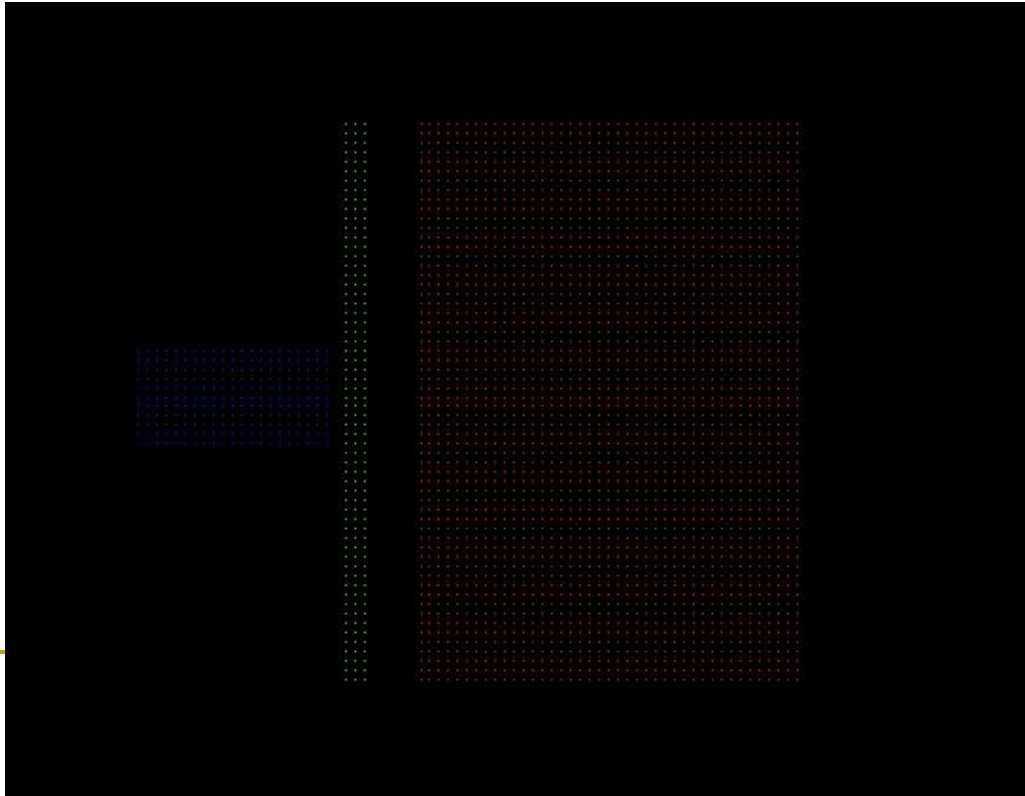
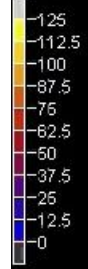




Задача о соударении с многослойной преградой

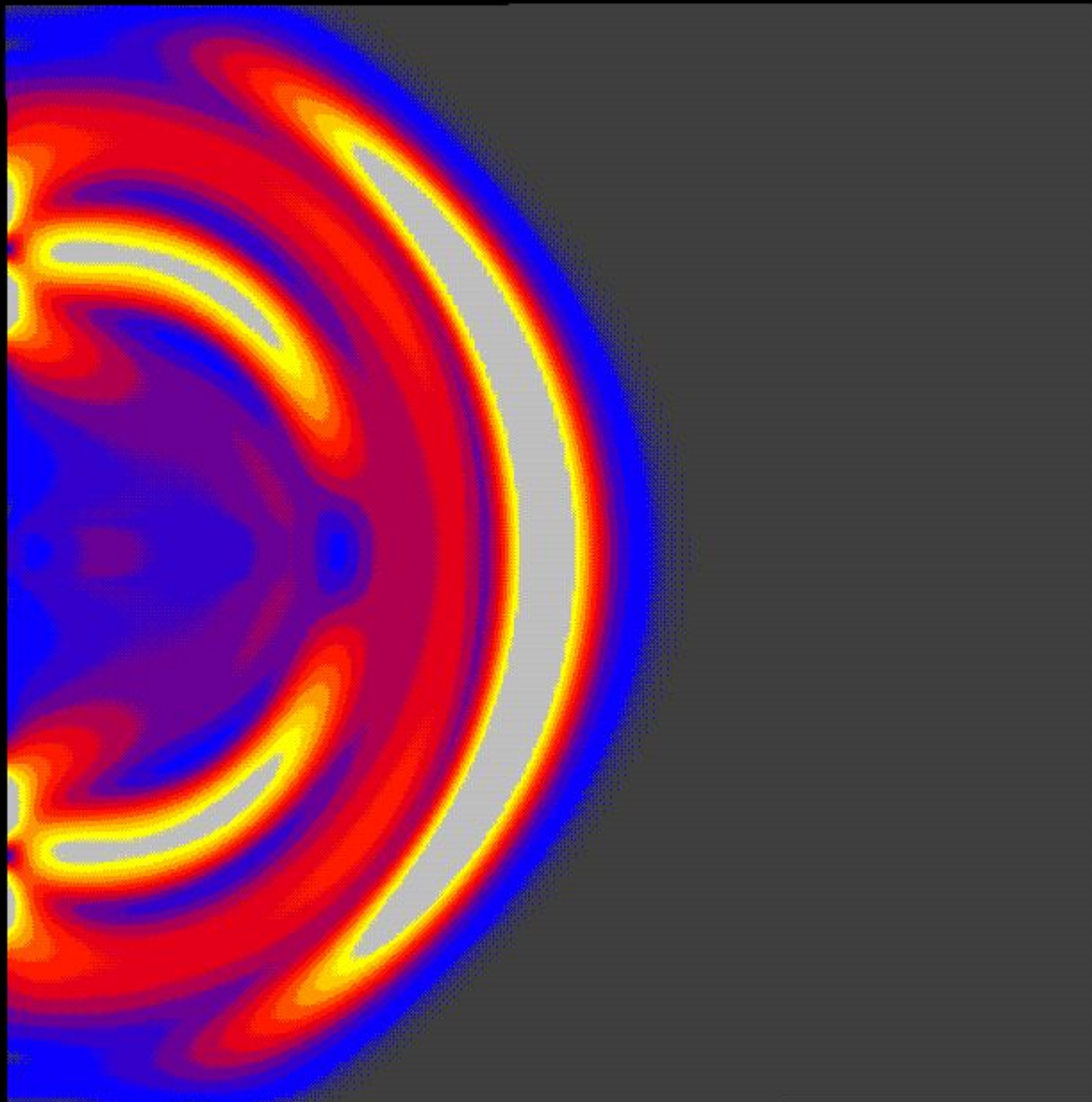
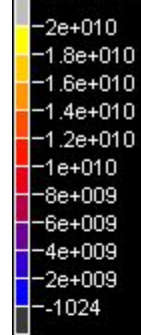


time 0
CX 0
CY 0.0067106
VX 0
VY -400
phi0 0
current variable |



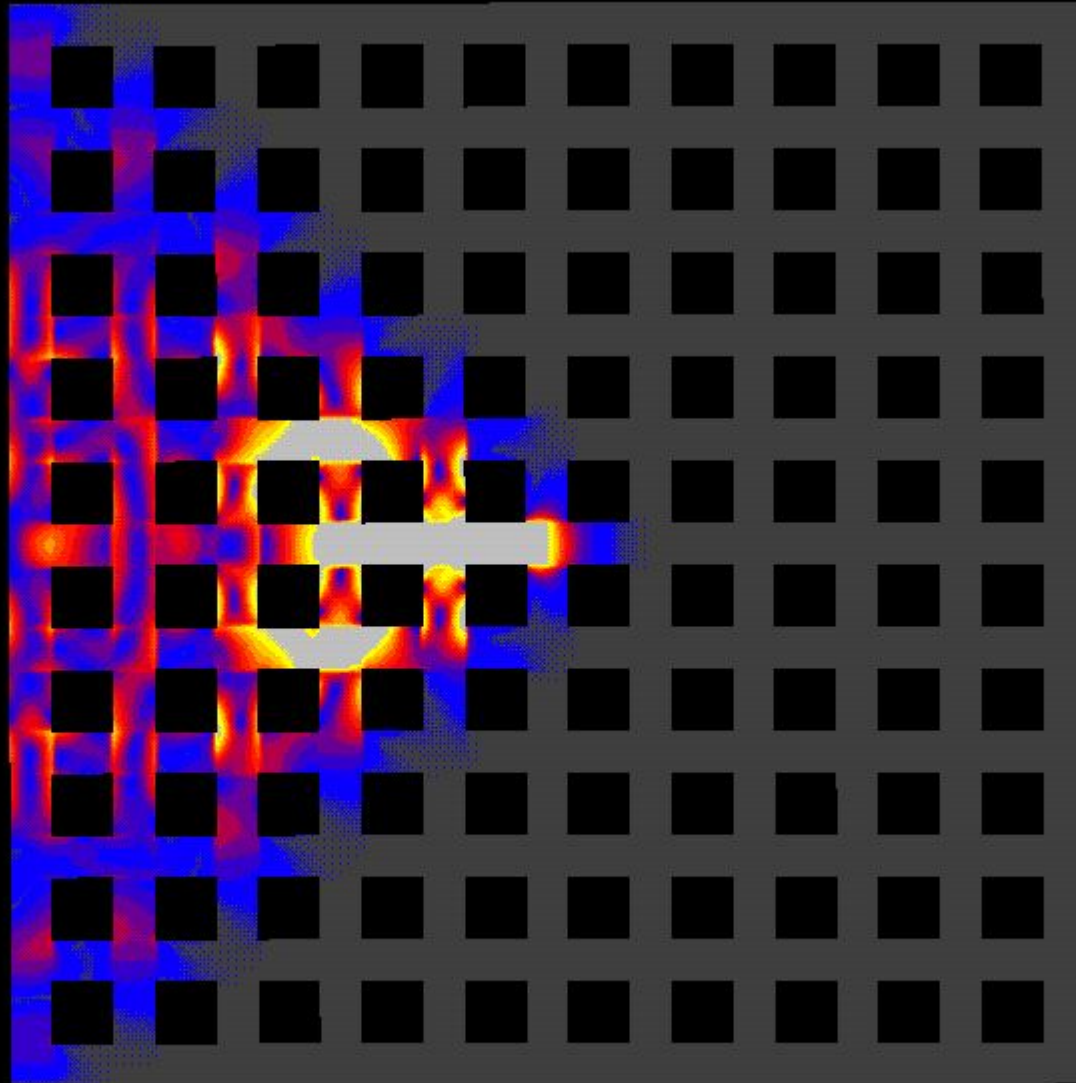
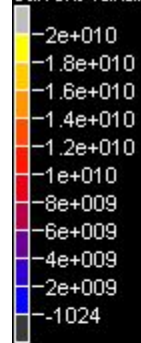
time 1.95468e-006

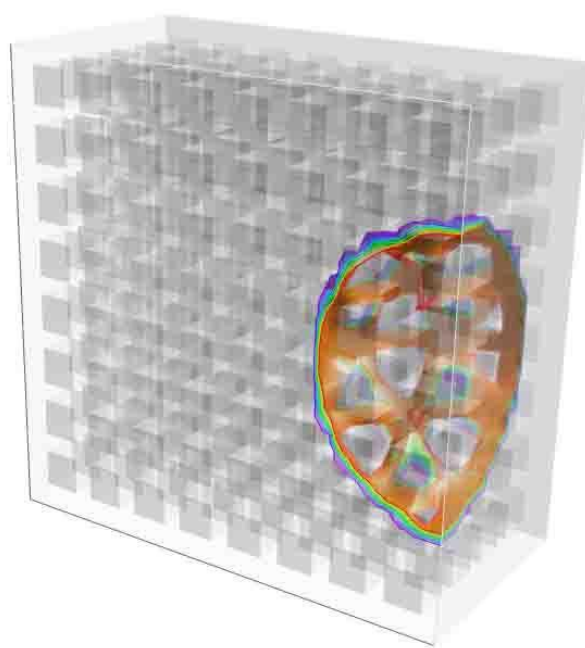
current variable sqr



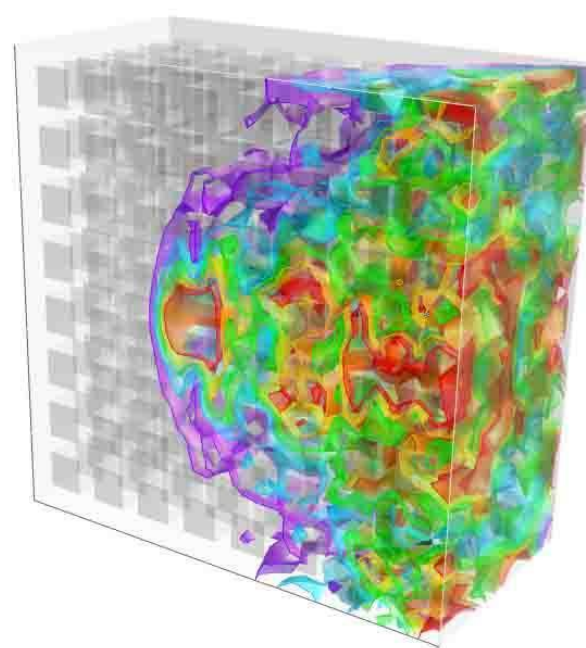
time 1.95468e-006

current variable sq

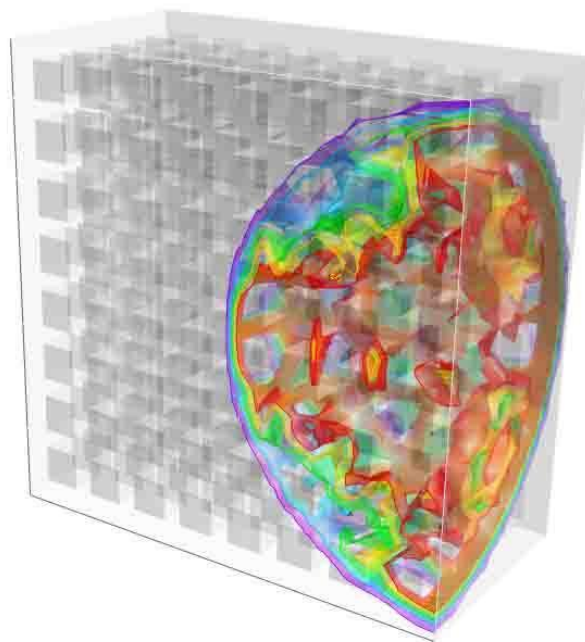




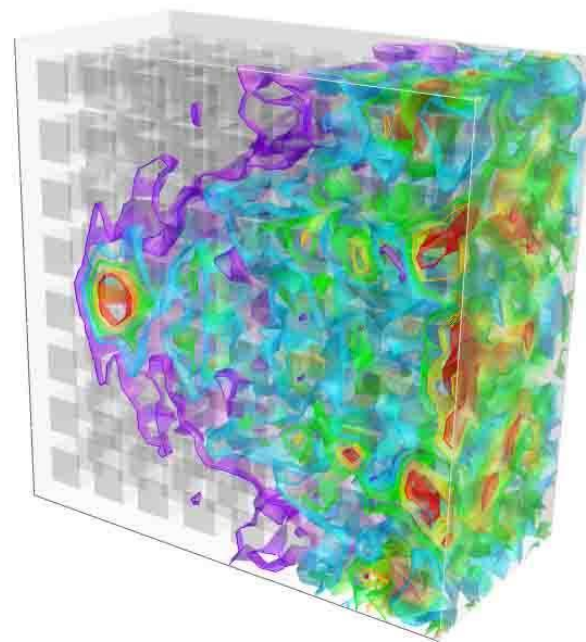
$t/t_{\max} = 0.2$



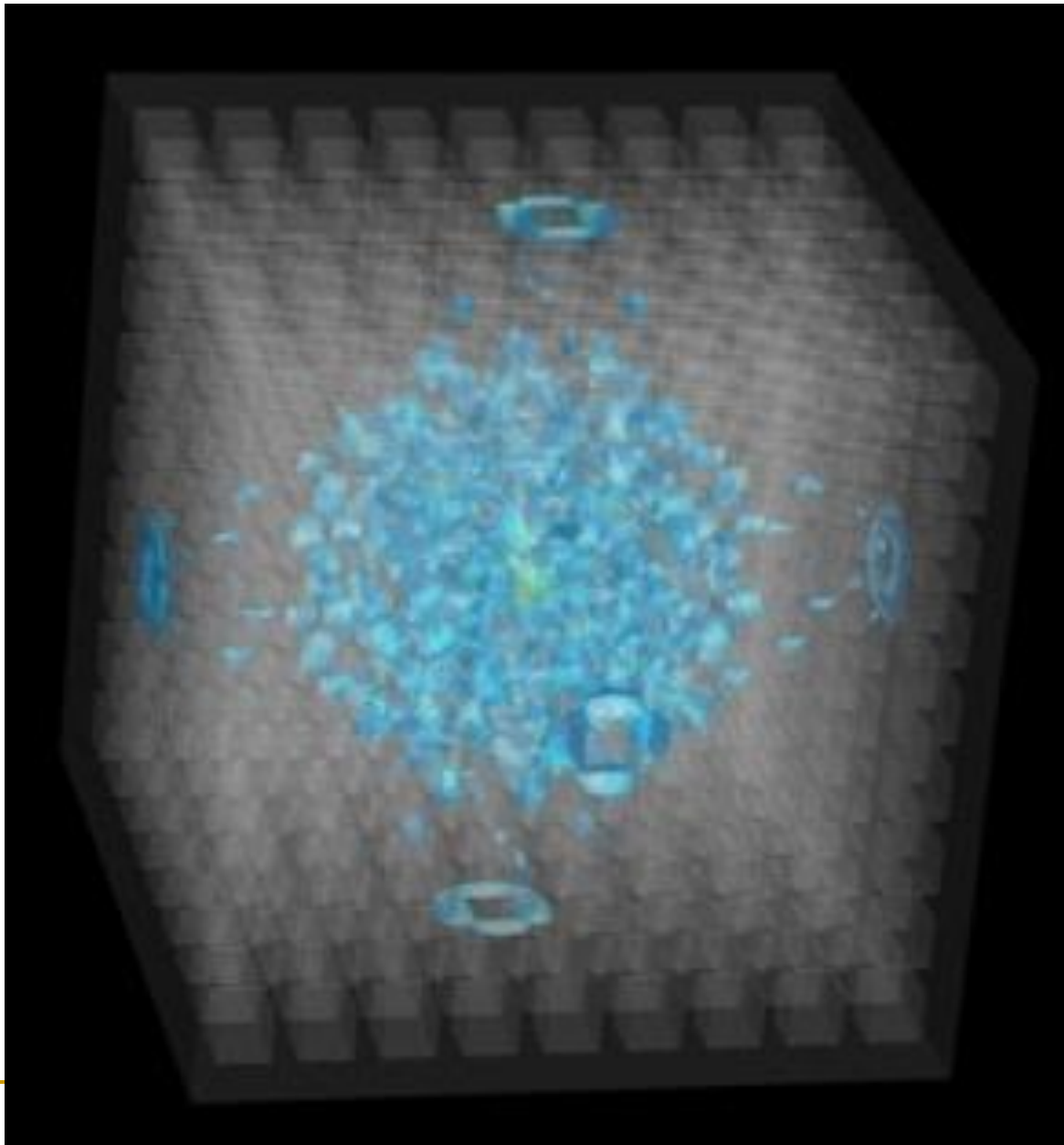
$t/t_{\max} = 0.6$



$t/t_{\max} = 0.4$

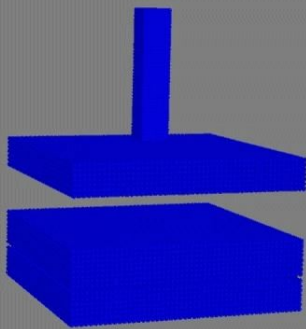
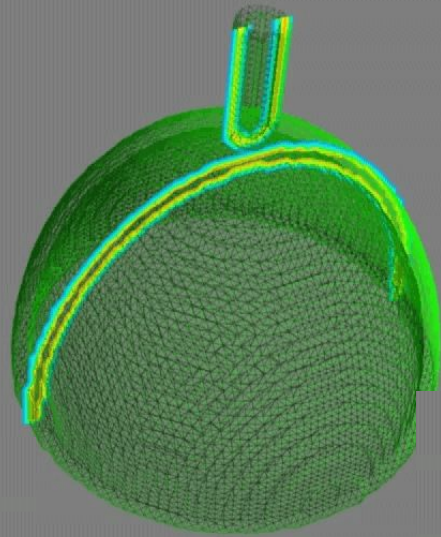


$t/t_{\max} = 0.8$

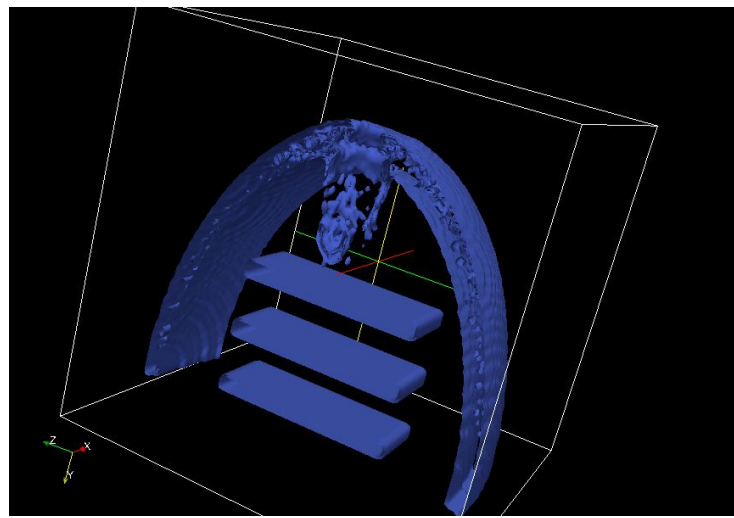
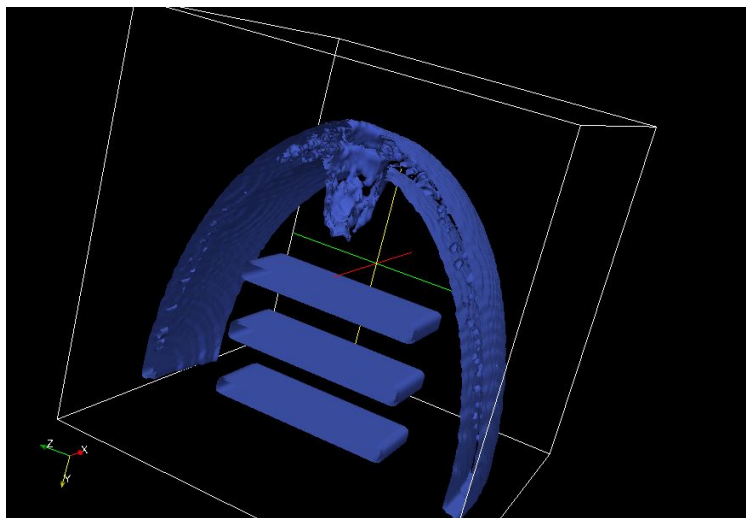
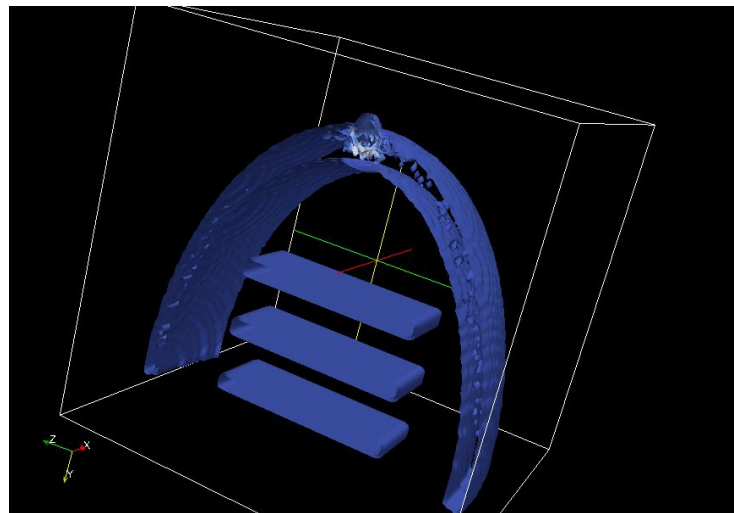
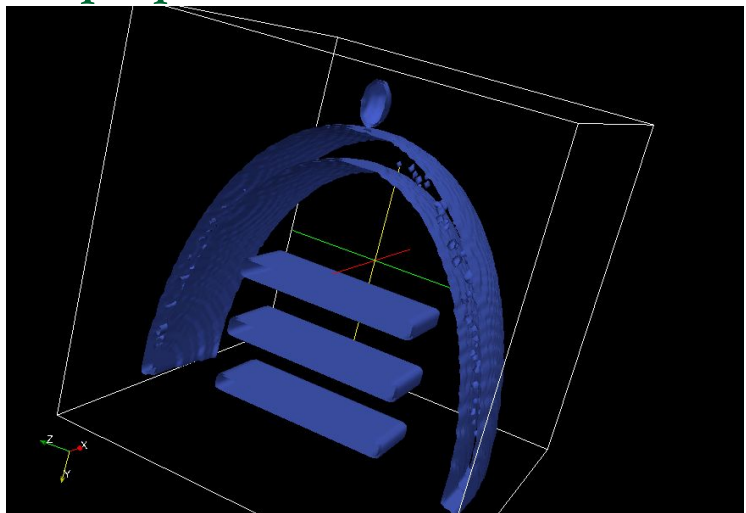


Численное моделирование соударений сложных конструкций.

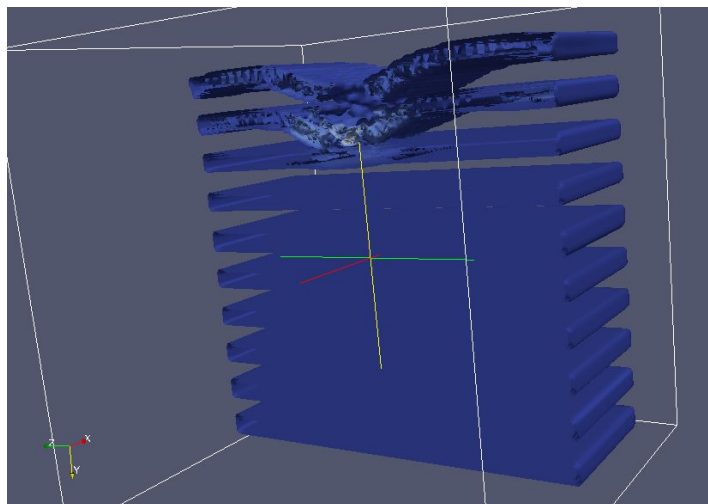
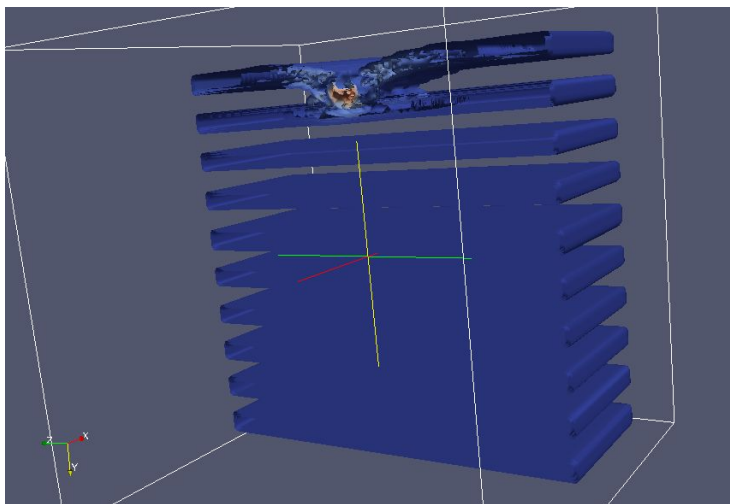
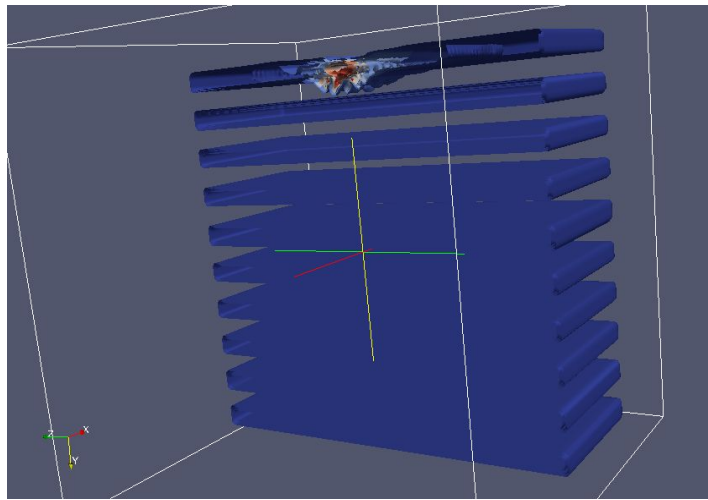
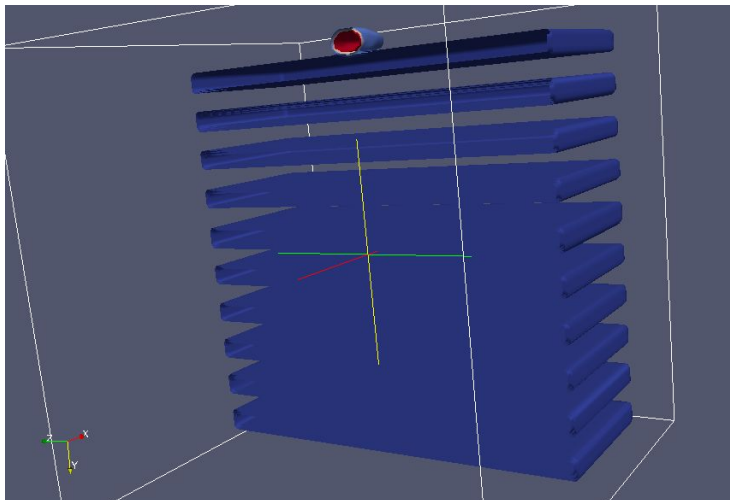
Падение самолета на оболочку АЭС



Результаты численного эксперимента: соударение микрометеорита с двухслойной полусферической оболочкой и разнесенными преградами

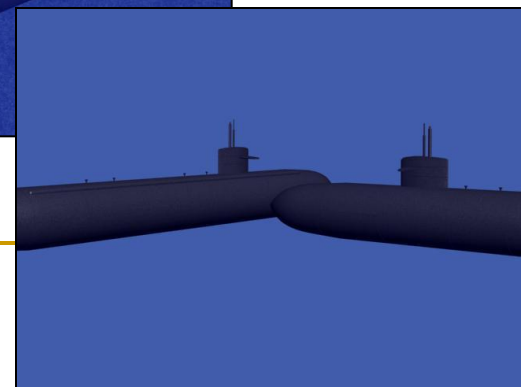
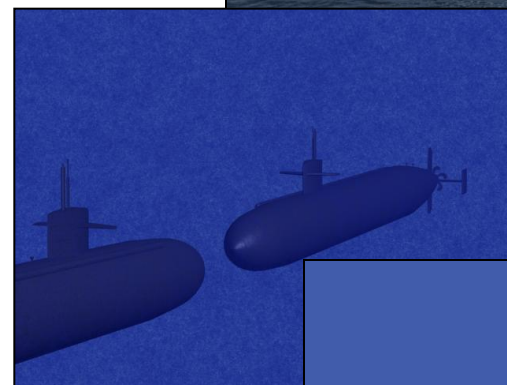
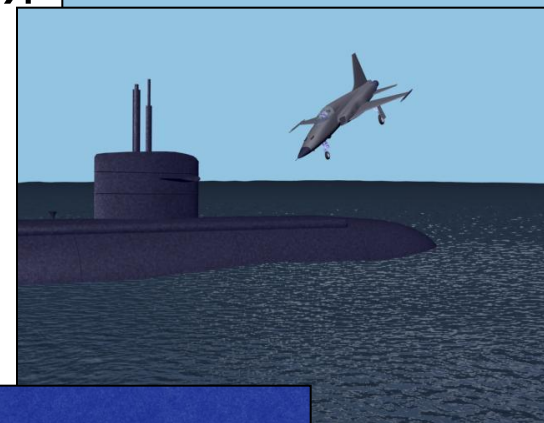
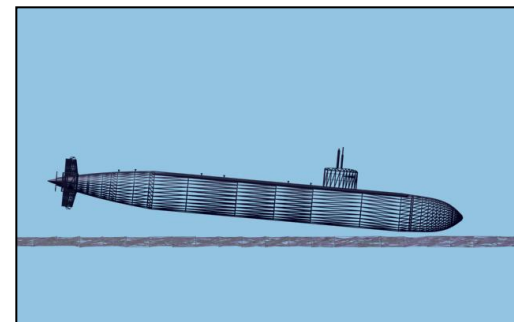


Результаты численного эксперимента: соударение микрометеорита с 10 разнесенными преградами

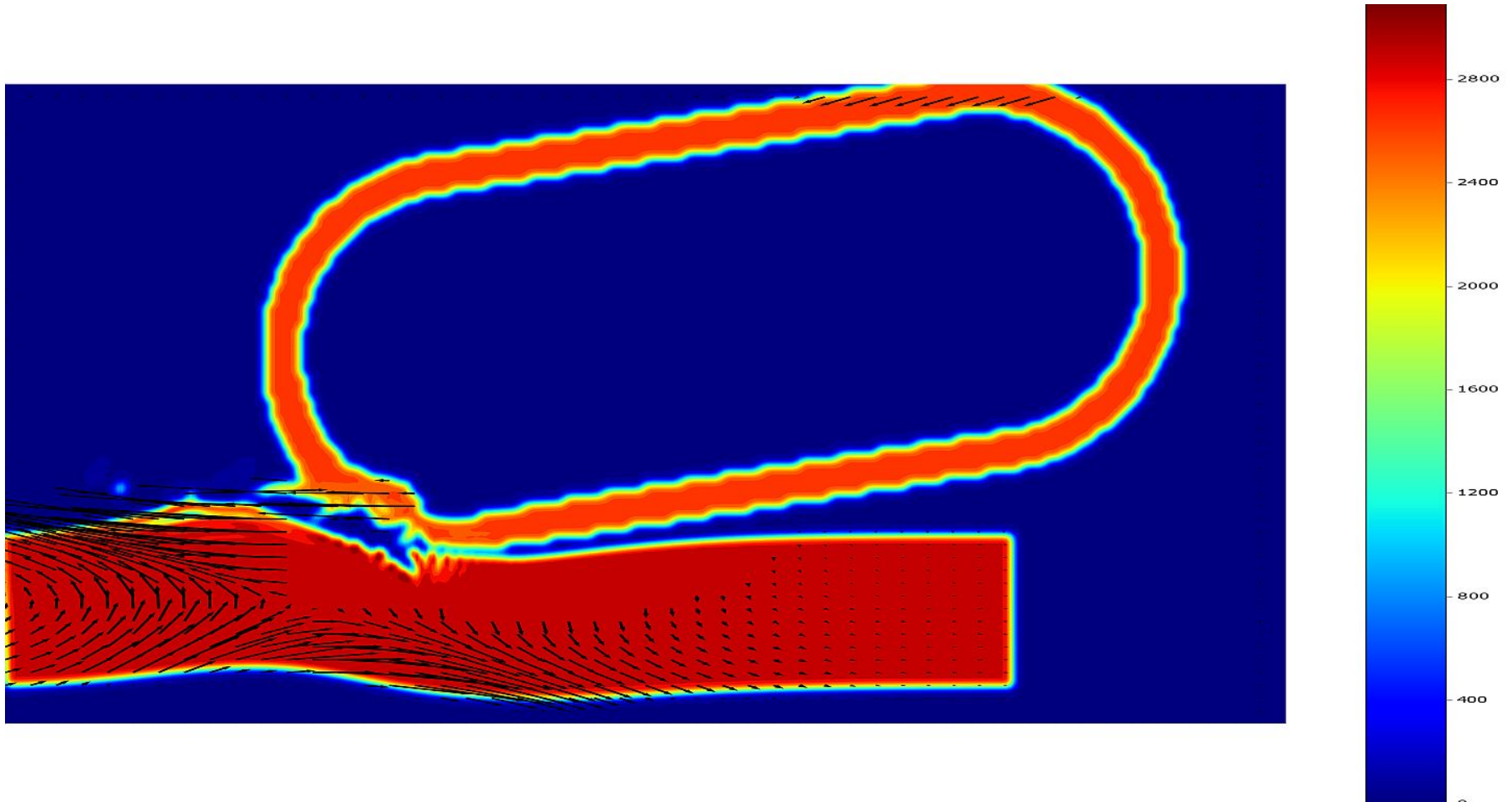


Постановка задач

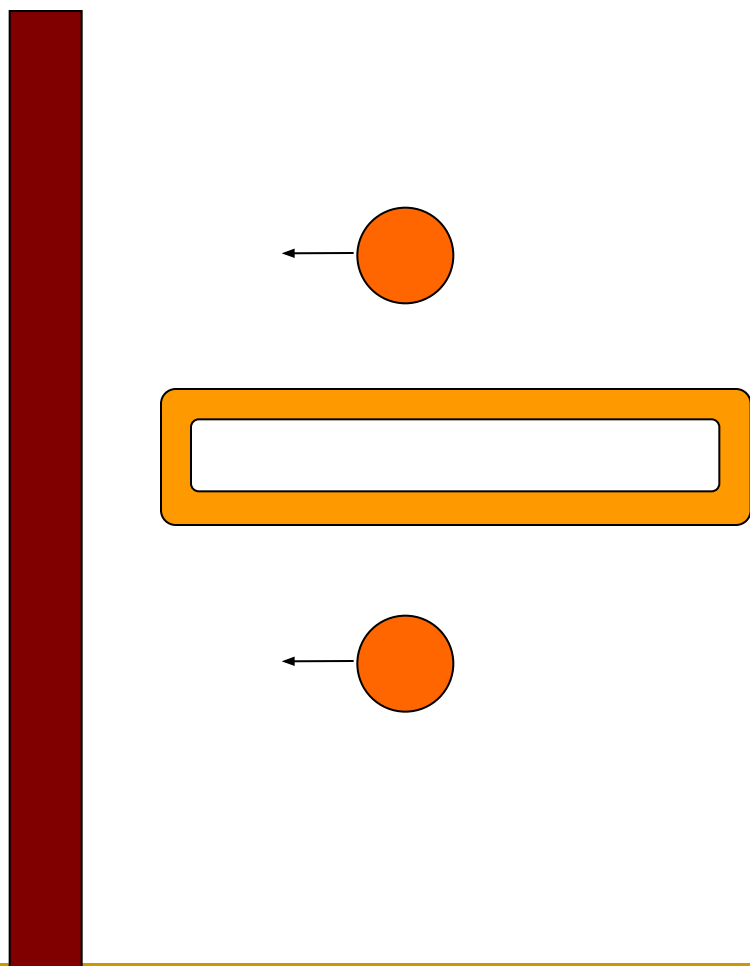
- Задача о наклонной посадке движущегося подводного объекта на дно
- Задача о соударении самолета с деформируемой преградой и с движущимся подводным объектом
- Задача о соударении движущегося подводного объекта с жесткой преградой
- Задача о лобовом и перпендикулярном столкновении движущихся подводных объектов
- Задача о соударении снаряда с движущимся подводным объектом
- Задача о соударении с перфорированной конструкцией



Задача о наклонной посадке движущегося подводного объекта на дно



Задача о соударении самолета с деформируемой преградой.

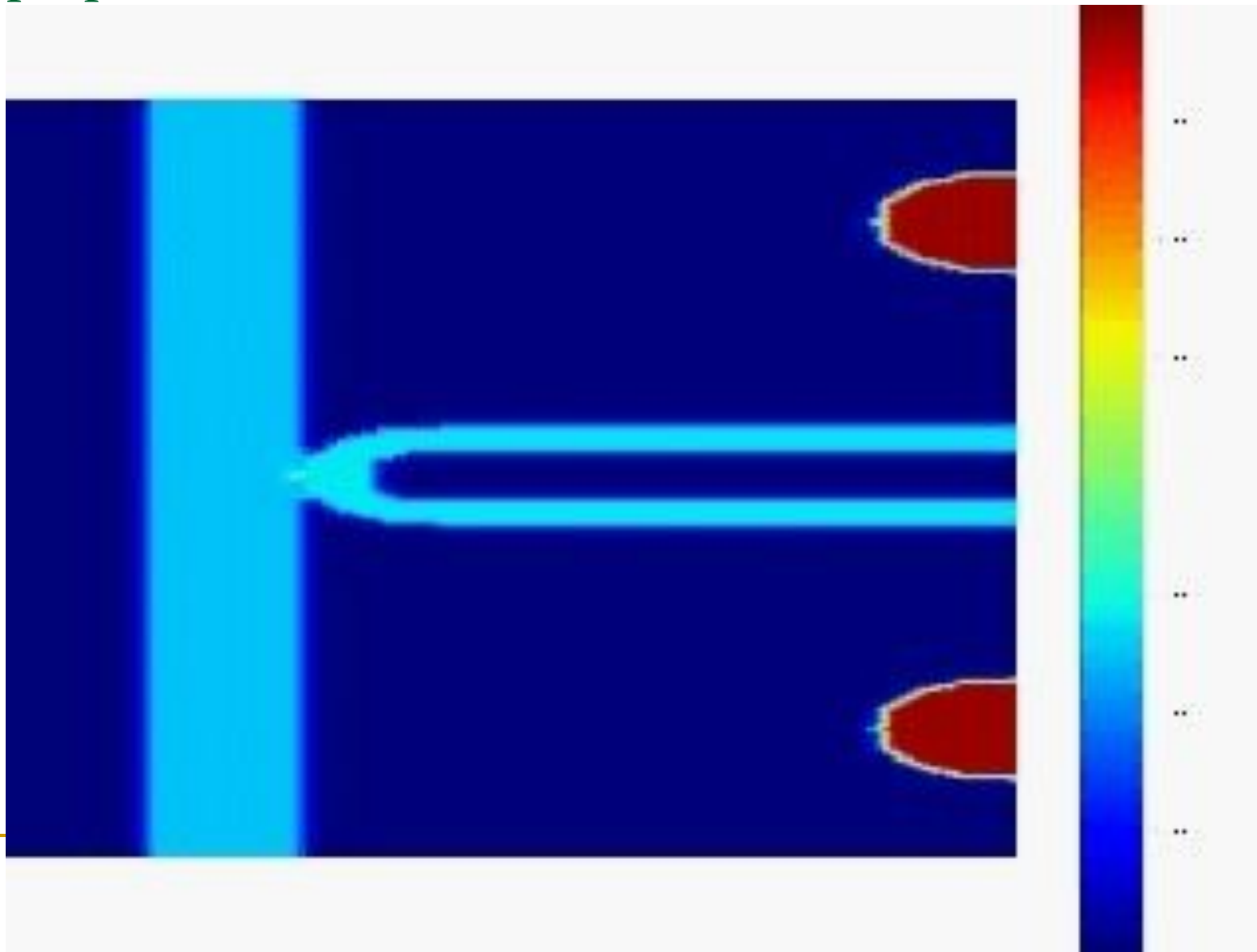


Параметры фюзеляжа:
Длина: 15м
Внеш. радиус: 2м
Толщина стенок: 0.5м
 $\lambda = 80,3$ ГПа
 $\mu = 25,4$ ГПа
 $\rho = 2740$ кг/ м³
 $E = 70$ ГПа

Параметры преграды:
Толщина: 1м
Длина: 30м
 $\lambda = 80,3$ ГПа
 $\mu = 25,4$ ГПа
 $\rho = 2740$ кг/ м³
 $E = 70$ ГПа

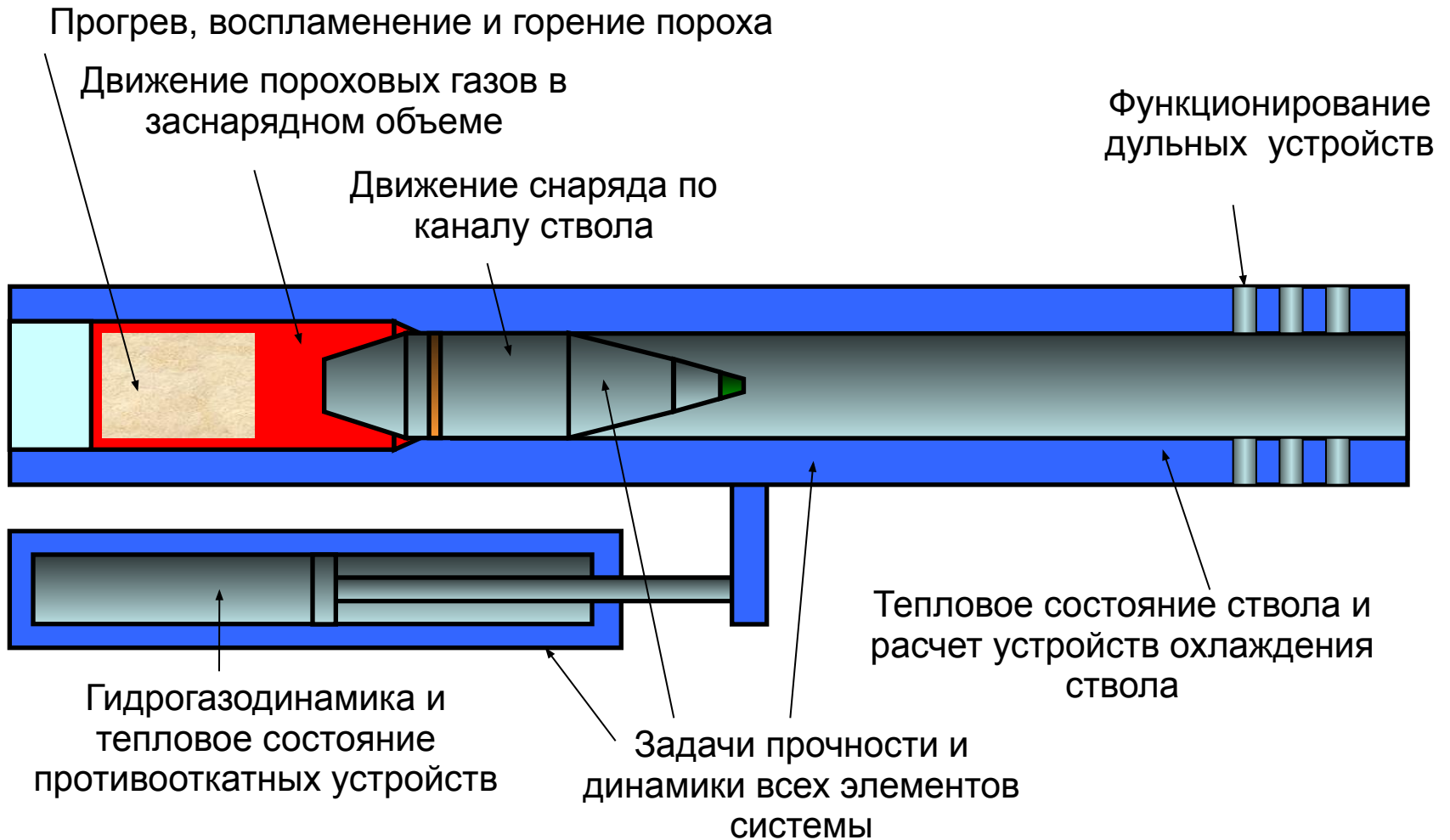
Параметры двигателей:
Радиус: 2м
 $\lambda = 115,4$ ГПа
 $\mu = 77$ ГПа
 $\rho = 7800$ кг/ м³
 $E = 200$ ГПа

Задача о соударении самолета с деформируемой преградой

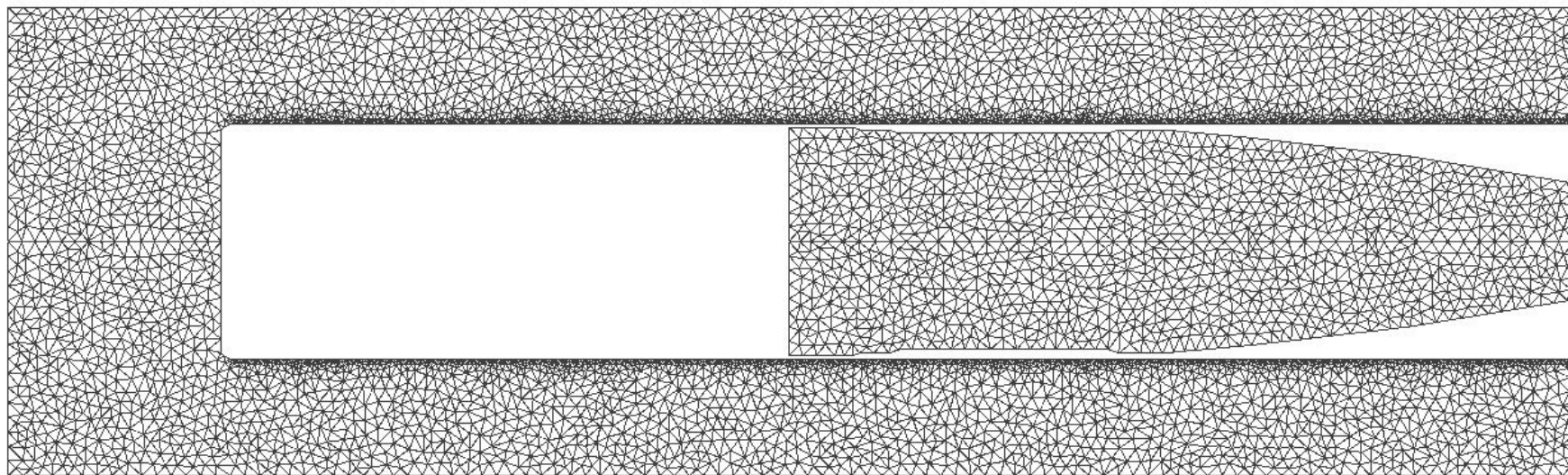


Численное решение задач динамического контакта.

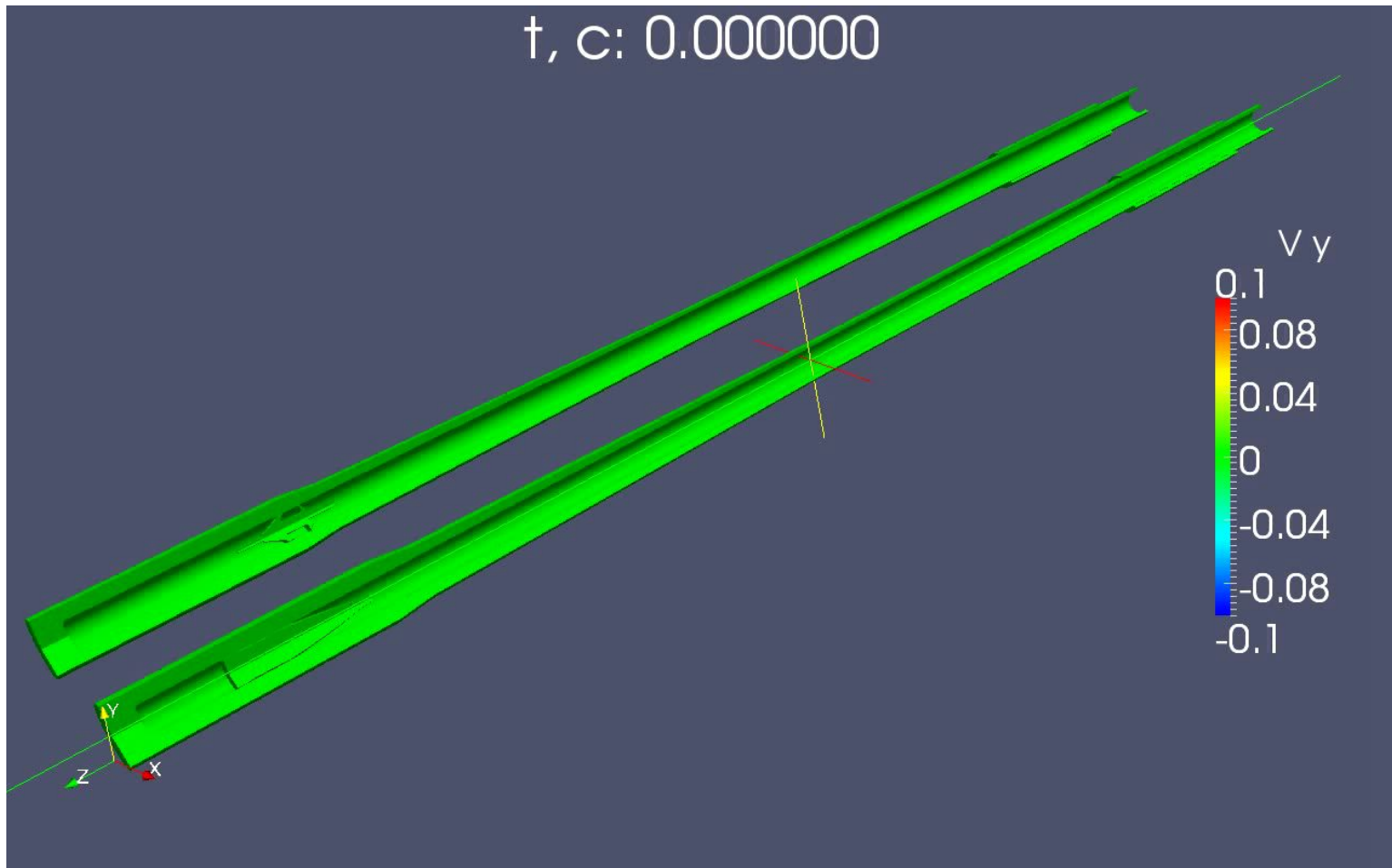
Разбиение основной задачи



Расчётная сетка

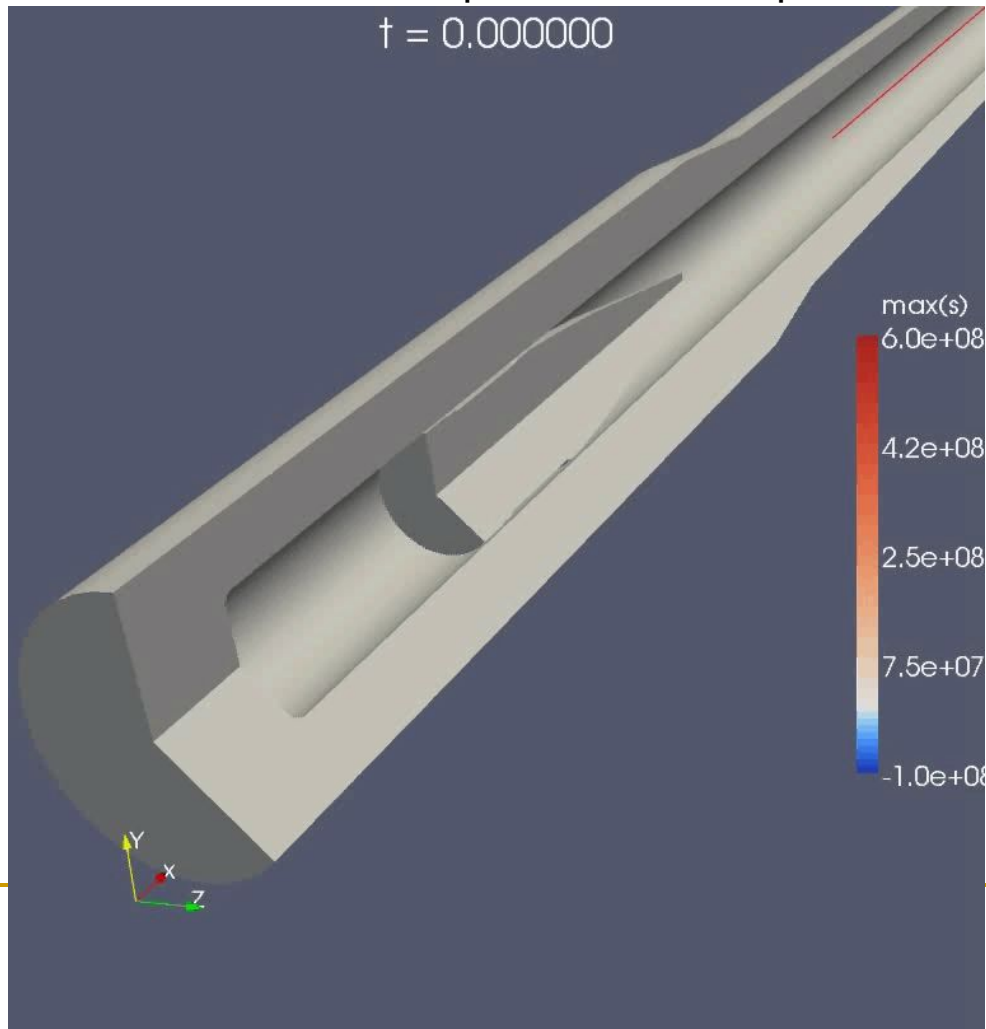


$t, c: 0.000000$

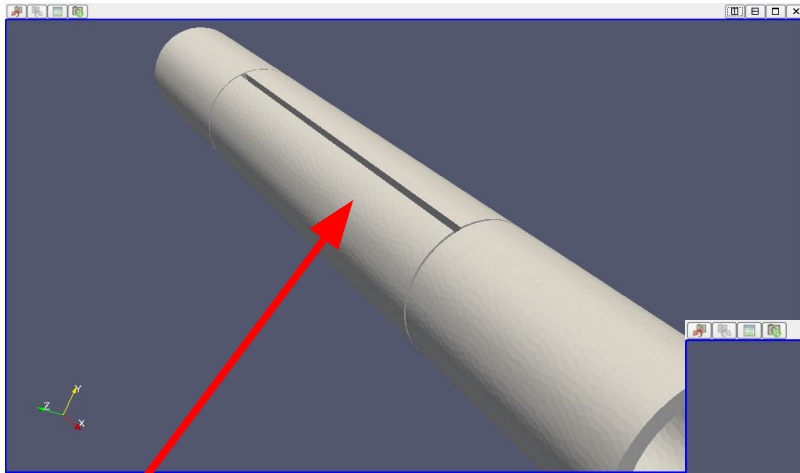


Цилиндр с хромированной внутренней поверхностью

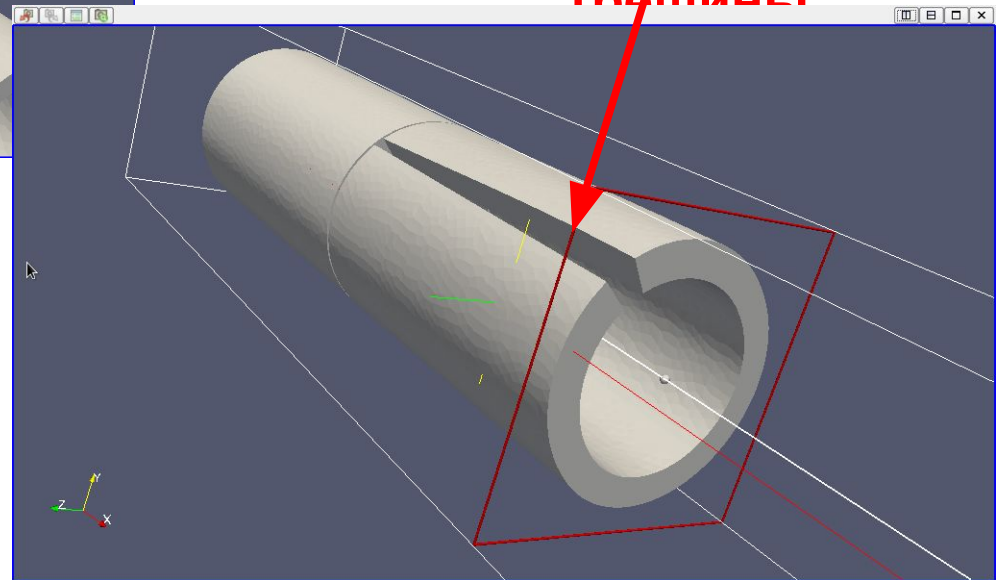
Значения максимального главного напряжения. Изолинии демонстрируют распространение волн вдоль поверхности цилиндра. Начало движения.



Прочность трубопроводов

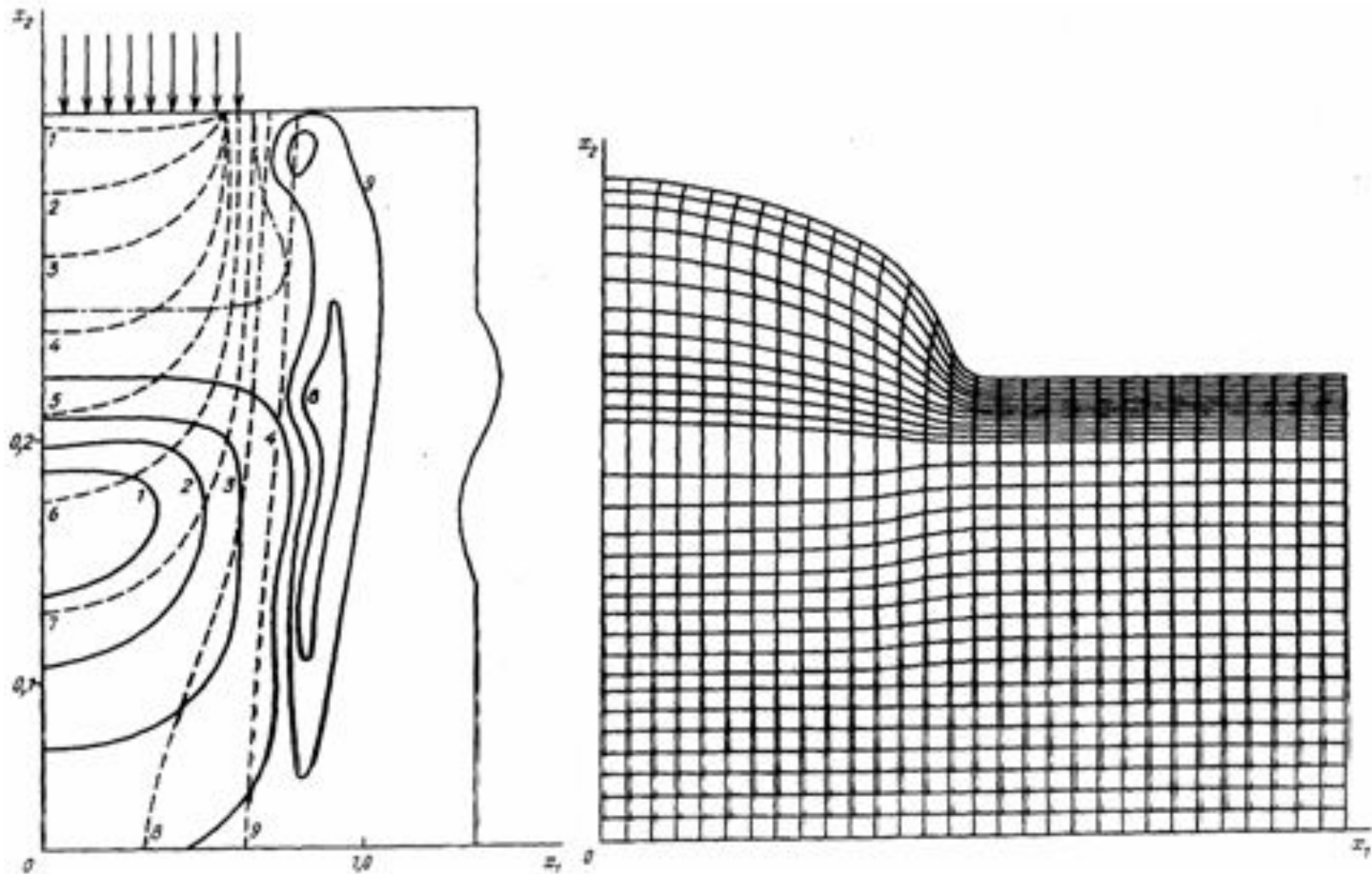


**Область коррозии
трубы**



**Давление в трубе
вызывает
деформации
и раскрытие
трещины**

Воздействие пучка электронов на алюминиевую пластинку



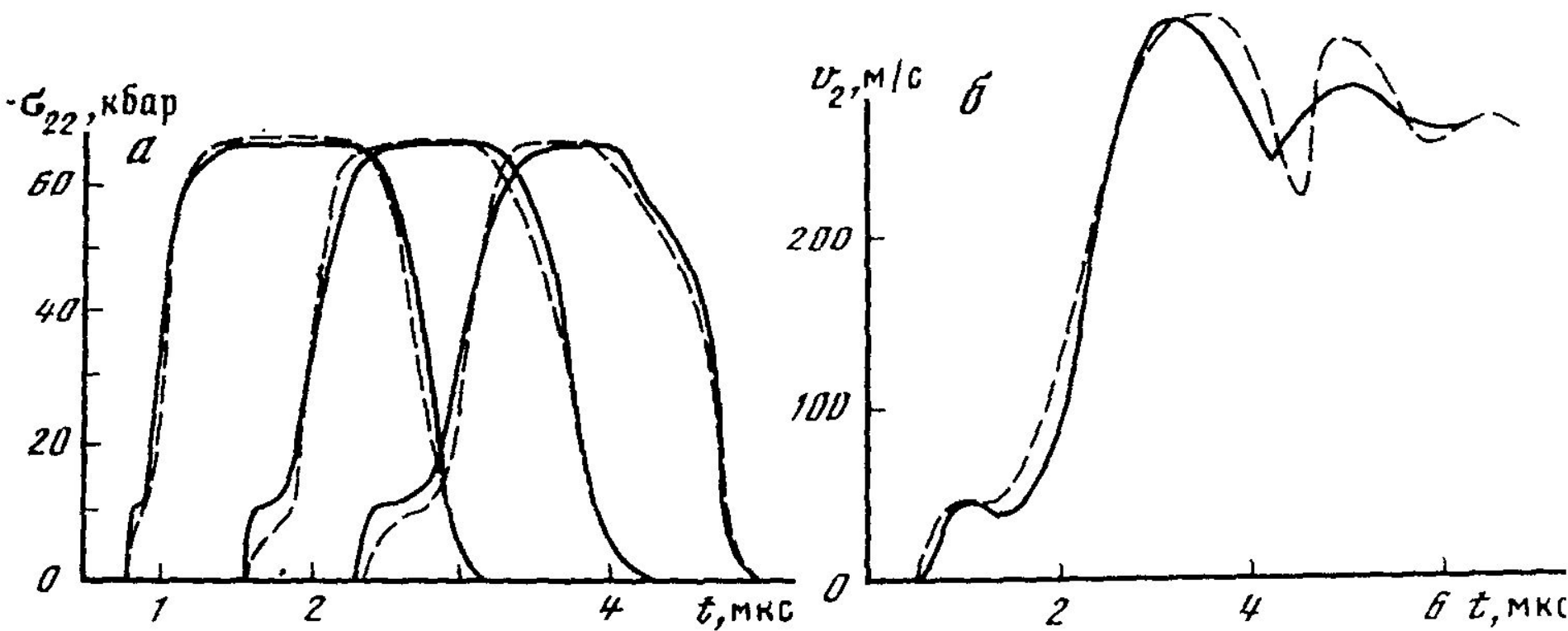


Рис. 1. Задача о соударении двух дисков из железа "армко"

а — фронт упругопластической волны в трех точках мишени; **б** — реверберация откольного импульса — зависимость скорости тыльной поверхности от времени. Штриховые линии — эксперимент, сплошные — расчет

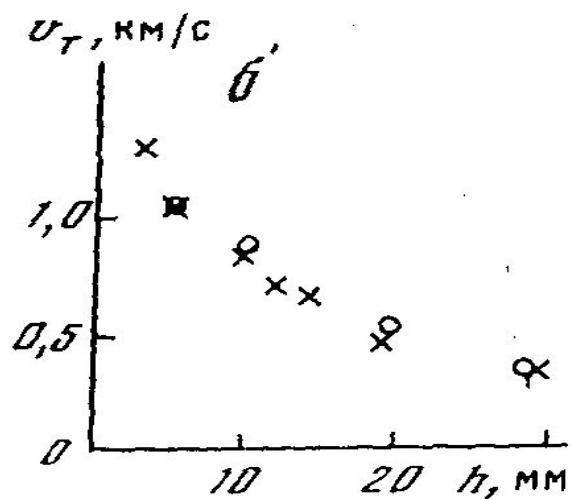
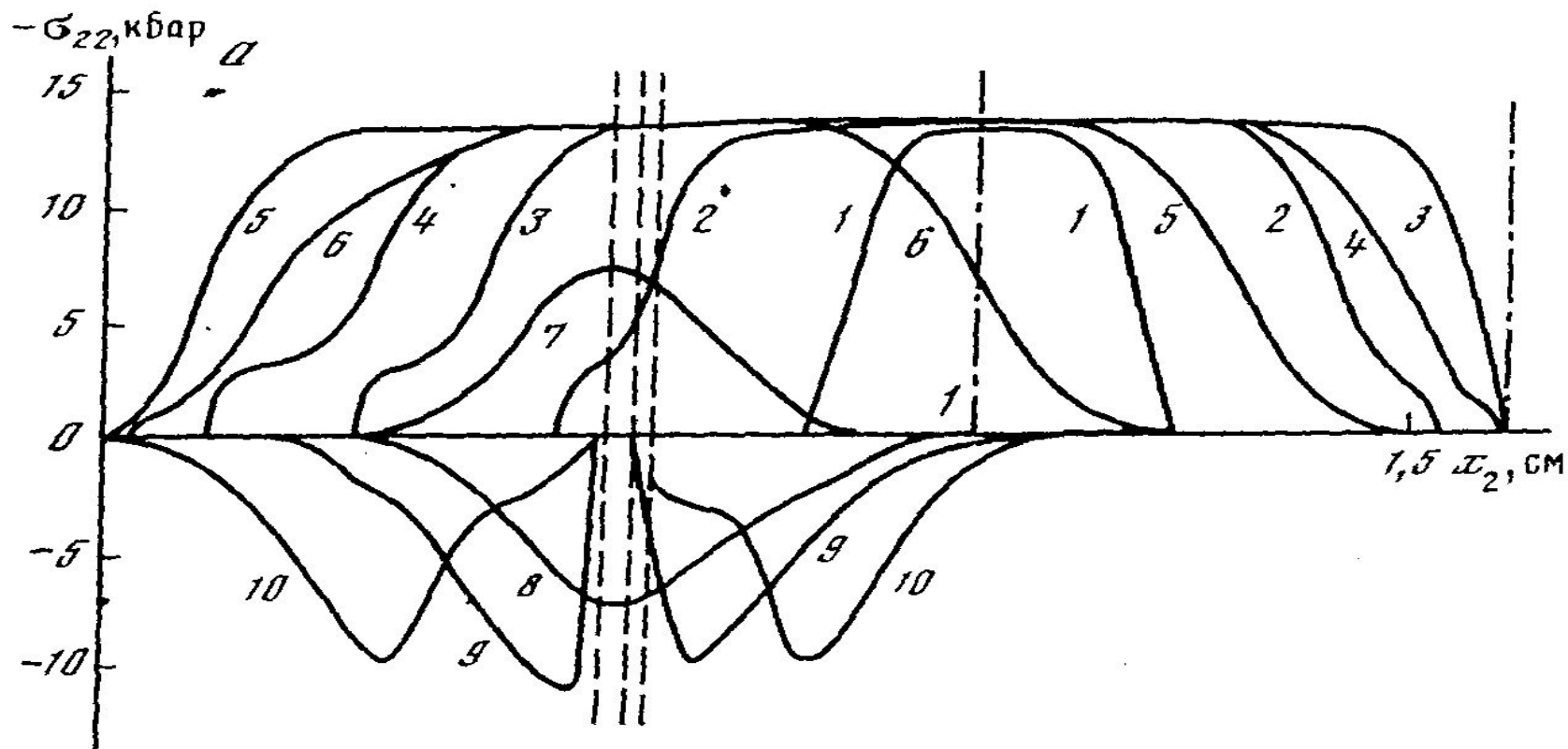


Рис. 2. Задача о соударении двух алюминиевых (а) и стальных (б) дисков

а — волновые фронты упругопластической волны в разные моменты времени (последовательно кривые 1–10; кривые 8–10 соответствуют моментам времени после откола); б — зависимость скорости отлета откольной тарелочки v_T от толщины диска мишени h

Спасибо за внимание!
