Автоматы с магазинной памятью

- Автомат с магазинной памятью – это односторонний недетерминированный распознаватель. Автомат с магазинной памятью является моделью синтаксического анализатора языка.

Определение 14.21

- Автомат с магазинной памятью (МП-автомат) – это семерка
- $P = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q0, Z0, F)$, где

- Q – конечное множество символов состояний, представляющих возможные состояния управляющего устройства;
- Σ - конечный входной алфавит (алфавит входной ленты);
- Г – конечный алфавит магазинных символов (алфавит рабочей памяти автомата);
- δ - отображение множества $Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times Г$ в множество конечных подмножеств множества $Q \times Г^*$ (δ - функция переходов);
- $q0 \in Q$ – начальное состояние управляющего устройства;
- $z0 \in Г$ - символ, находящийся в магазине в начальный момент (начальный символ магазина);
- $F \subseteq Q$ – множество заключительных состояний управляющего устройства.

- В определении функции переходов запись $(q', \chi) \in \delta(q, a, Z)$ будет означать:
- если $a \neq \lambda$, то МП-автомат P, находясь в состоянии q и имея a в качестве текущего входного символа, расположенного под входной головкой, а в качестве верхнего символа магазина - символ Z, может перейти в новое состояние q', сдвинуть входную головку на одну ячейку вправо и заменить верхний символ магазина цепочкой χ магазинных символов;
- если $a = \lambda$, будем называть этот такт λ –тактом; в λ –такте текущий входной символ не принимается во внимание и входная головка не сдвигается, однако, состояние управляющего устройства и содержимое памяти могут измениться (заметим, что λ-такт может происходить и тогда, когда вся входная цепочка прочитана);

- если $\chi = \lambda$, то верхний символ удаляется из магазина (магазинный список сокращается);
- следующий такт невозможен, если магазин пуст

Определение 14.22

- Конфигурацией МП-автомата P называется тройка $(q, \omega, \alpha) \in Q \times \Sigma^* \times \Gamma^*$, где
- q — текущее состояние управляющего устройства;

- ω — неиспользованная часть входной цепочки; первый символ цепочки ω находится под входной головкой; если $\omega=\lambda$, то считается, что вся входная лента прочитана;
- α — содержимое магазина; самый левый символ цепочки α считается верхним символом магазина; если $\alpha = \lambda$, то магазин считается пустым.

Определение 14.23

- Начальной конфигурацией МП-автомата P называется конфигурация вида $(q0, \omega, Z0)$, где $\omega \in \Sigma^*$, (т. е. УУ находится в начальном состоянии, входная лента содержит цепочку, которую нужно распознать, а в магазине есть только начальный символ Z0).

Определение 14.24

- Заключительной конфигурацией МП-автомата P называется конфигурация вида: (q, λ, α), где $q \in F$, $\alpha. \in \Gamma^*$.

Определение 14.25

- Такт работы МП-автомата P будем представлять в виде бинарного отношения $|\!\!-\!\!-_P$, определённого на конфигурациях. Будем говорить, что между двумя конфигурациями $(q, a\omega, Z\alpha)$ и $(q', \omega, \chi\alpha)$ имеет место
- $(q, a\omega, Z\alpha) \;|\!\!-\!\!-_P\; (q', \omega, \chi\alpha)$, (**)
- если $(q', \chi) \in \delta(q, a, Z)$, где $q \in Q$, $q' \in Q$, $a \in \sum \cup \{\lambda\}$, $\omega \in \sum^*$, $Z \in \Gamma$ и $\alpha \in \Gamma^*$, $\chi \in \Gamma^*$.
- Через $|\!\!-\!\!-_P^*$ $|\!\!-\!\!-_P^+$ обозначают соответственно рефлексивное замыкание и транзитивное замыкание отношения $|\!\!-\!\!-_P$.

Определение 14.26

- Говорят, что цепочка ω допускается МП –автоматом P, если
- $(q0, \omega, Z0) \vdash_P^* (q, \lambda, \alpha)$ для некоторого $q \in F$ и $\alpha \in \Gamma^*$.

Определение 14.27

- Языком, определённым (или допускаемым) автоматом P (обозначается L(P)), называют множество цепочек, допускаемых автоматом P.

- *Пример 14.3.*
- *Построим МП –автомат, определяющий язык $L=\{0n1n \mid n\geq 0\}$.*
- *Пусть $P=(\{q0, q1, q2\}, \{0, 1\}, \{Z, 0\}, \delta, q0, Z, \{q0\})$,*
- *где $\delta(q0, 0, Z) = \{(q1, 0Z)\}$*
- $\delta(q1, 0, 0) = \{(q1, 00)\}$
- $\delta(q1, 1, 0) = \{(q2, \lambda)\}$
- $\delta(q2, 1, 0) = \{(q2, \lambda)\}$
- $\delta(q2, \lambda, Z) = \{(q0, \lambda)\}$
- *Работа МП –автомата P состоит в том, что он копирует в магазине начальную часть входной цепочки, состоящую из нулей, а затем устраняет из магазина по одному нулю на каждую единицу, которую он видит на входе. Кроме того, функция переходов гарантирует, что все нули предшествуют единицам.*

- *Построим МП –автомат, определяющий язык L={wwR | w∈ {0,1}+}.*
- *Пусть P=({q0, q1, q2}, {0, 1}, {Z, 0,1}, δ, q0, Z, {q2}),*
- *где δ(q0, 0, Z) = {(q0, 0Z)}*
- *δ(q0, 1, Z) = {(q0, 1Z)}*
- *δ(q0, 0, 0) = {(q0, 00), (q1, λ)}*
- *δ(q0, 0, 1) = {(q0, 01)}*
- *δ(q0, 1, 0) = {(q0, 10)}*
- *δ(q0, 1, 1) = {(q0, 11), (q1, λ)}*
- *δ(q1, 0, 0) = {(q1, λ)}*
- *δ(q1, 1, 1) = {(q1, λ)}*
- *δ(q1, λ, Z) = {(q2, λ)}*
- *Работа МП –автомата P состоит в том, что он копирует в магазине начальную часть входной цепочки, состоящую из нулей и единиц, и в какой-то момент начинает вычеркивать символы из магазина, если символ, находящийся в вершине магазина, совпадает с символом входной ленты.*

Определение 14.28

- Расширенный автомат с магазинной памятью (МП- автомат) – это семерка
- P = (Q, Σ, Γ, δ, q0, Z0, F), где
- 1) Q – конечное множество символов состояний, представляющих возможные состояния управляющего устройства;
- 2) Σ - конечный входной алфавит (алфавит входной ленты);
- 3) Γ – конечный алфавит магазинных символов (алфавит рабочей памяти автомата);

- 4) δ - отображение множества $Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times \Gamma^*$ в множество конечных подмножеств множества $Q \times \Gamma^*$ (δ - функция переходов), т. е. расширенный автомат позволяет рассматривать не один символ магазина, а цепочку символов на каждом такте работы;
- 5) $q0 \in Q$ – начальное состояние управляющего устройства;
- 6) $z0 \in \Gamma$ - символ, находящийся в магазине в начальный момент (начальный символ магазина);
- 7) $F \subseteq Q$ – множество заключительных состояний управляющего устройства.

- В определении функции переходов запись $(q', \chi) \in \delta(q, a, Z)$ будет означать:
- если $a \neq \lambda$, то расширенный МП-автомат P, находясь в состоянии q и имея a в качестве текущего входного символа, расположенного под входной головкой, а в качестве верхнего символа магазина - символ Z, может перейти в новое состояние q′, сдвинуть входную головку на одну ячейку вправо и заменить верхний символ магазина цепочкой χ магазинных символов;
- если $a = \lambda$, будем называть этот такт λ –тактом; в λ –такте текущий входной символ не принимается во внимание и входная головка не сдвигается, однако, состояние управляющего устройства и содержимое памяти могут измениться (заметим, что λ-такт может происходить и тогда, когда вся входная цепочка прочитана);

- если $\chi = \lambda$, то верхний символ удаляется из магазина (магазинный список сокращается);
- если $Z = \lambda$, то содержимое магазина не анализируется.
- Заметим, что в отличие от автомата с магазинной памятью, расширенный автомат с магазинной памятью может продолжить работу в случае, когда магазин пуст.

- *Пример 14.5.*
- *Построим расширенный МП –автомат, определяющий язык $L=\{wwR \mid w\in\{0,1\}+\}$.*
- *Пусть $P=(\{q, p\}, \{0, 1\}, \{S, Z, 0, 1\}, \delta, q, Z, \{p\})$,*
- *где* $\delta(q, 0, \lambda) = \{(q, 0)\}$
- $\delta(q, 1, \lambda) = \{(q, 1)\}$
- $\delta(q, \lambda, \lambda) = \{(q, S)\}$
- $\delta(q, \lambda, 0S0) = \{(q, S)\}$
- $\delta(q, \lambda, 1S1) = \{(q, S)\}$
- $\delta(q, \lambda, SZ) = \{(p, \lambda)\}$

Определение 14.29

- МП-автомат $P = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q0, Z0, F)$ называется детерминированным (сокращенно ДМП-автоматом), если для каждых $q \in Q$ и $Z \in \Gamma$ либо
- $\delta(q, a, Z)$ содержит не более одного элемента для каждого $a \in \Sigma$ и $\delta(q, \lambda, Z) = \varnothing$, либо
- $\delta(q, a, Z) = \varnothing$ для всех $a \in \Sigma$ и $\delta(q, \lambda, Z)$ содержит не более одного элемента.

Лемма 14.5

- Пусть $P = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q0, Z0, F)$ – некоторый МП-автомат. Если $(q, w, A) \vdash_{P}^{n} (q', \lambda, \lambda)$, то $(q, w, A\alpha) \vdash_{P}^{n} (q', \lambda, \alpha)$ для всех $A \in \Gamma$ и $\alpha \in \Gamma^*$.

- Доказательство.
- База индукции. При $n = 1$ доказательство очевидно (в этом случае длина цепочи w не превосходит 1). Так как выполнено $(q, w, A) \vdash_{P}^{1} (q', \lambda, \lambda)$, то очевидно, что при наличии в магазине символов под символом A получим $(q, w, A\alpha) \vdash_{P}^{1} (q', \lambda, \alpha)$.
- Шаг индукции. Допустим, что утверждение леммы верно для всех n, таких, что $n' > n \geq 1$. Покажем, что если выполнено $(q, w, A) \vdash_{P}^{n'} (q', \lambda, \lambda)$, то $(q, w, A\alpha) \vdash_{P}^{n'} (q', \lambda, \alpha)$.

- Так как выполнено $(q, w, A) \vdash P n' (q', \lambda, \lambda)$, то соответствующая последовательность тактов должна иметь вид:
- $(q, w, A) \vdash (q1, w1, X1, X2, \ldots, Xk)$
- $\vdash n1\ (q2, w2, X2, \ldots, Xk)$
- $\vdash n2\ (q3, w3, X3, \ldots, Xk)$
- …
- $\vdash nk\text{-}1\ (qk, wk, Xk)$
- $\vdash nk\ (q', \lambda, \lambda)$,
- причем все $ni < n'$.

- Тогда для любых α возможна последовательность
- $(q, w, A\alpha) \vdash (q1, w1, X1,X2,\ldots,Xk\alpha)$
- $\vdash^{n1} (q2, w2, X2,\ldots,Xk\alpha)$
- $\vdash^{n2} (q3, w3, X3,\ldots,Xk\alpha)$
- …
- $\vdash^{nk-1} (qk, wk, Xk\alpha)$
- $\vdash^{nk} (q', \lambda, \alpha)$,
- т.е. выполнено $(q, w, A\alpha) \vdash_P^{n'} (q', \lambda, \alpha)$. Лемма доказана.

Определение 14.30

- Пусть $P = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q0, Z0, F)$ – некоторый МП-автомат или расширенный МП-автомат. Будем говорить, что P допускает цепочку $w \in \Sigma^*$ опустошением магазина, если $(q, w, Z0) \vdash_P^* (q', \lambda, \lambda)$ для некоторого $q \in Q$.
- Обозначим $L\lambda(P)$ – множество цепочек, допускаемых автоматом P опустошением магазина.

Лемма 14.6

- Пусть L = L(P) для некоторого МП-автомата P = (Q, Σ, Γ, δ, q0, Z0, F). Тогда можно построить такой МП-автомат P', что Lλ(P') = L.
- Доказательство.
- Построим МП-автомат P' = (Q ∪ {qλ, q'}, Σ, Γ ∪ {Z'}, δ', q', Z',∅). Определим функцию переходов следующим образом:
- 1. если (r,γ) ∈ δ(q, a, z), то (r,γ) ∈ δ'(q, a, z) для любых q ∈ Q, a∈Σ ∪ {λ}, z∈Γ;
- 2. δ'(q', λ, Z') = {(q0, Z0Z')}, т.е. на первом такте автомат P' записывает в магазин Z0Z' и переходит в состояние q0 – начальное для автомата P;

- 3. для любых $q \in F$, $z \in \Gamma \cup \{Z'\}$ элемент $(q_\lambda, \lambda) \in \delta'(q, \lambda, z)$;
- 4. $\delta'(q_\lambda, \lambda, z) = \{(q_\lambda, \lambda)\}$ для всех $z \in \Gamma \cup \{Z'\}$.
- Очевидно, что
- $(q', w, Z') \vdash_{P'} (q_0, w, Z_0Z')$ пункт (2) определения δ'
- $\vdash_{P'}^{n} (q, \lambda, Y_1Y_2\ldots Y_r)$ пункт (1) определения δ'
- $\vdash_{P'} (q_\lambda, \lambda, Y_1Y_2\ldots Y_r)$ пункт (3) определения δ'
- $\vdash_{P'}^{r-1} (q_\lambda, \lambda, \lambda)$ пункт (4) определения δ'
- где $Y_r = Z'$ тогда и только тогда, когда
- $(q_0, w, Z_0) \vdash_{P'}^{n} (q, \lambda, Y_1Y_2\ldots Y_{r-1})$ для $q \in F$ и $Y_1Y_2\ldots Y_{r-1} \in \Gamma^*$. Следовательно, $L_\lambda(P') = L$.

Лемма 14.7

- Пусть P = (Q, Σ, Γ, δ, q0, Z0, ∅) – МП- автомат. Можно построить такой МП-автомат P', что L(P') = Lλ(P).

Лемма 14.7

- Пусть G = (N, Σ, P, S) – КС-грамматика. По грамматике G можно построить такой МП-автомат R, что Lλ(R) = L(G).
- Доказательство. Построим R так, чтобы он моделировал все левые выводы в G. Верхушка магазина слева.
- Пусть R = ({q}, Σ, Σ ∪ N, δ, q, S, ∅), где функция переходов δ определяется следующим образом:

- 1. если правило вида $A \to \alpha \in P$, то $(q, \alpha) \in \delta(q, \lambda, A)$;
- 2. для всех $a \in \Sigma$ построим $\delta(q, a, a) = \{(q, \lambda)\}$.
- Докажем, что $A \Rightarrow^m w$, где $w \in \Sigma^* \Leftrightarrow (q, w, A) \vdash^n (q, \lambda, \lambda)$ для некоторых $m \geq 1$ и $n \geq 1$.
- Необходимость. Пусть имеет место $A \Rightarrow^m w$ при некотором $m \geq 1$. Покажем (индукцией по m), что тогда существует $n \geq 1$ такое, что выполнено $(q, w, A) \vdash^n (q, \lambda, \lambda)$.
- База индукции. Если $m = 1$, $A \Rightarrow^1 w$ и $w = a_1a_2\ldots a_k \in \Sigma^*$, т.е. $k \geq 0$, то правило $A \to w \in P$ и
- $(q, a_1a_2\ldots a_k, A) \vdash (q, a_1a_2\ldots a_k, a_1a_2\ldots a_k)$ пункт (1) определения δ
- $\vdash^k (q, \lambda, \lambda)$ пункт (2) определения δ, т.е. $n = |w|+1 = k+1$.

- Предположим, что при всех m', таких, что $1 < m' < m$, если $A \Rightarrow^{m} w$, то существует $n \geq 1$ такое, что выполнено $(q, w, A) \vdash^{n} (q, \lambda, \lambda)$.
- Докажем справедливость утверждения при m. Так как $A \Rightarrow^{m} w$, то первый шаг вывода имеет вид $A \Rightarrow X1X2\ldots X k$, причем правило $A \rightarrow X1X2\ldots X k \in P$ и для всех i, $1 \leq i \leq k$ имеет место $Xi \Rightarrow^{mi} xi$, где $mi < m$. Но тогда по предположению индукции $(q, xi, Xi) \vdash^{ni} (q, \lambda, \lambda)$, причем, в случае, когда $Xi = xi \in \Sigma$ имеет место $(q,xi,xi) \vdash (q,\lambda, \lambda)$, т.е. $ni = 1$. Следовательно, если $A \Rightarrow^{m} w$, то $(q, w, A) \vdash (q, w, X1X2\ldots Xk) \vdash^{n1} (q, w, X2\ldots Xk) \vdash^{n2} \ldots \vdash^{nk} (q,\lambda,\lambda)$.
- Достаточность. Пусть имеет место $(q, w, A) \vdash^{n} (q, \lambda, \lambda)$ при некотором $n \geq 1$. Покажем (индукцией по n), что тогда существует $m \geq 1$ такое, что выполнено $A \Rightarrow^{m} w$.

- База индукции. Если $n = 1$ и $(q, w, A) \vdash^{1} (q, \lambda, \lambda)$, то $w = \lambda$ и правило $A \to \lambda \in P$ (см. определение функции переходов), т.е. $A \Rightarrow^{1} w$.
- Предположим, что утверждение верно при всех n', таких, что $n' < n$. Докажем, что оно верно при n, т.е. докажем, что если $(q, w, A) \vdash^{n} (q, \lambda, \lambda)$, то существует $m \geq 1$ такое, что выполнено $A \Rightarrow^{m} w$.
- Первый шаг, сделанный автоматом, должен иметь вид $(q, w, A) \vdash (q, w, X_1 X_2 \ldots X_k)$, причем правило $A \to X_1 X_2 \ldots X_k \in P$. Пусть $w = x_1 x_2 \ldots x_k$, где $x_k \in \Sigma^*$ и $(q, x_i, X_i) \vdash^{n_i} (q, \lambda, \lambda)$, причем $n_i < n$, но тогда по предположению $X_i \Rightarrow^{m_i} x_i$, причем $m_i = 0$, если $X_i \in \Sigma$. Таким образом, имеет место вывод цепочки w в грамматике G:

- $A \Rightarrow X_1X_2\ldots X_k$
- $\Rightarrow^* x_1X_2\ldots X_k$
- $\Rightarrow^* x_1x_2X_3\ldots X_k$
- $\Rightarrow^* x_1x_2x_3\ldots x_k = w$
- Из условия леммы в частности следует, что $S \Rightarrow^+ w \Leftrightarrow (q, w, S) \vdash^+ (q, \lambda, \lambda)$, следовательно $L_\lambda(R) = L(G)$.

- *Пример 14.6.*
- *Построим МП –автомат P, для которого L(P) = L(G), где G – КС-грамматика примера 7.5, определяющая арифметические выражения.*
- *Пусть* $P=(\{q\}, \Sigma, \Gamma, \delta, q, E, \varnothing)$, *где* $\Sigma = \{a, +, *, (,)\}$
- *где* $\delta(q, \lambda, E) = \{(q, E+T), (q, E)\}$
- $\delta(q, \lambda, T) = \{(q, T*F), (q, T)\}$
- $\delta(q, \lambda, F) = \{(q, (E)), (q, a)\}$
- $\delta(q, b, b) = \{(q, \lambda)\}$ *для всех* $b \in \Sigma$.

Определение 14.31

- Пусть $G = (N, \Sigma, P, S)$ – КС-грамматика и $S \Rightarrow_r^* \alpha A w \Rightarrow_r \alpha\beta w \Rightarrow_r^* xw$ – правый вывод в G. Будем говорить, что правовыводимую цепочку $\alpha\beta w$ можно свернуть слева (или что она левосвертывается) к правовыводимой цепочке $\alpha A w$ с помощью правила $A \to \beta$. Вхождение цепочки β в цепочку $\alpha\beta w$ назовем основой цепочки $\alpha\beta w$.
- Основа правовыводимой цепочки – это любая ее подцепочка, которая является правой частью какого–либо правила, причем после ее замены левой частью правила получается также правовыводимая цепочка.

Лемма 14.9

- Пусть $G = (N, \Sigma, P, S)$ – КС-грамматика. По грамматике G можно построить такой расширенный МП-автомат R, что $L(R) = L(G)$.

- Доказательство. Пусть $R = (\{q, r\}, \Sigma, \Sigma \cup N \cup \{\#\}, \delta, q, \#, \{r\})$ – расширенный МП–автомат (верхушка магазина располагается справа), в котором функция переходов δ определяется следующим образом:
- (1) для всех $a \in \Sigma$ определим $\delta(q, a, \lambda) =\{(q, a)\}$ (выполняется перенос входного символа в магазин);
- (2) если правило $A \to \alpha \in P$, то $(q, A) \in \delta(q, \lambda, \alpha)$ (выполняется свертка, т.е. основа заменяется нетерминальным символом грамматики);
- (3) $\delta(q, \lambda, \#S) = \{(r, \lambda)\}$.

- Докажем, что справедливо L(G) = L(R).
- 1. Докажем вначале справедливость $L(G) \subseteq L(R)$, т.е. покажем, что если $w = xy \in L(G)$, то $w \in L(R)$. Для этого индукцией по n докажем, что
- (*) если имеет место $S \Rightarrow_r^* \alpha Ay \Rightarrow_r^n xy$, то также $(q, xy, \#) \vdash^m (q, y, \#\alpha A)$
- Базис. При n = 1 имеем $\alpha Ay \Rightarrow_r^1 xy$. В этом случае $xy = \alpha\beta y$ и правило $A \to \beta \in P$. Тогда имеет место $(q, xy, \#) \vdash^* (q, y, \#\alpha\beta) \vdash^1 (q, y, \#\alpha A)$ (т.е. выполняем перенос входных символов до тех пор, пока в магазине не появится основа β, а затем заменяем основу нетерминальным символом A).
- Предположим, что (*) верно для всех значений n' < n.
- Докажем, что (*) верно для n. Вывод $\alpha Ay \Rightarrow_r^n xy$ можно представить в виде $\alpha Ay \Rightarrow_r \alpha\beta y \Rightarrow_r^{n-1} xy$.

- Допустим, что цепочка $\alpha\beta$ состоит только из терминалов. Тогда $\alpha\beta$=x и (q,xy, #) $\vdash^*$ (q, y, #$\alpha\beta$) $\vdash$ (q, y, # αA).

- Если $\alpha\beta \notin \Sigma^*$, т.е. $\alpha\beta$ содержит нетерминальные символы, то можно представить $\alpha\beta$ = γBz, где B— самый правый нетерминал. По (*) из S $\Rightarrow_r^*$ γBzy $\Rightarrow_r^{n-1}$ xy следует (q, xy, #)$\vdash^*$ (q, zy, #γB). Кроме того, (q, zy, #γB) $\vdash^*$ (q, y, #γBz) $\vdash$(q, y, #αA) – тоже возможная последовательность тактов (согласно предположения индукции).
- Следовательно, (*) верно для всех n. Так как (q, λ, #S) $\vdash$(r, λ, λ), то L(G)$\subseteq$ L(R).

- 2. Теперь докажем обратное включение $L(R) \subseteq L(G)$, т.е. покажем, что если $w = xy \in L(R)$, то $w \in L(G)$. Для этого индукцией по n покажем, что
- (**) если имеет место $(q, xy, \#) \vdash^n (q, y, \#\alpha A)$, то выполнено $\alpha Ay \Rightarrow^* xy$
- Базис. При $n = 1$ имеем $(q, xy, \#) \vdash^1 (q, y, \#\alpha A)$. В этом случае $xy = \alpha\beta y$ и правило $A \to \beta \in P$, тогда $\alpha Ay \Rightarrow^1 xy = \alpha\beta y$.
- Предположим, что (**) верно для всех $n < m$.
- Докажем, что (**) верно для m, т.е. покажем, что если имеет место $(q,xy,\#) \vdash^m (q, y, \#\alpha A)$, то выполнено $\alpha Ay \Rightarrow^* xy$
- Если верхний символ магазина автомата R нетерминальный, то последний такт был сделан по правилу (2) определения функции δ. Поэтому можно записать

- $(q, xy, \#) \vdash^{m-1} (q, y, \#\alpha\beta) \vdash (q, y, \#\ \alpha A)$, где правило $A \to \beta \in P$.
- Если цепочка $\alpha\beta$ содержит нетерминал, то по предположению индукции $\alpha\beta y \Rightarrow^* xy$. Отсюда $\alpha A y \Rightarrow \alpha\beta y \Rightarrow^* xy$, что и утверждалось.
- В качестве частного случая утверждения (**) получаем, что если выполнено $(q, w, \#) \vdash^* (q, \lambda, \#S)$, то также $S \Rightarrow^* w$. Так как R допускает w только тогда, когда $(q, w, \#) \vdash^* (q, \lambda, \#S) \vdash (r\bullet, \lambda, \lambda)$, то отсюда следует, что $L(R) \subseteq L(G)$. Таким образом, $L(R) = L(G)$).
- Заметим, что сразу после свертки правовыводимая цепочка вида αAx представлена в R так, что αA находится в магазине, а x занимает непрочитанную часть входной ленты. После этого R может продолжать переносить символы цепочки x в магазин до тех пор пока в его верхней части не образуется основа. Тогда R может сделать следующую свертку. Синтаксический анализатор этого типа называют „восходящим анализом" („анализом снизу вверх").

- *Пример 14.7. Построим восходящий анализатор R для грамматики G примера 7.5. Пусть R – расширенный МП-автомат* $R = (\{q, r\}, \Sigma, \Gamma, \delta, q, \#, \{r\})$, *где* $\Sigma = \{a, +, *, (,)\}$, *а функция переходов* δ *определяется так:*
- $\delta(q, b, \lambda) = \{(q, b)\}$ *для всех* $b \in \Sigma$;
- $\delta(q, \lambda, E+T) = \{(q, E)\}$
- $\delta(q, \lambda, T) = \{(q, E)\}$
- $\delta(q, \lambda, T * F) = \{(q, T)\}$
- $\delta(q, \lambda, F) = \{(q, T)\}$
- $\delta(q, \lambda, (E)) = \{(q, F)\}$
- $\delta(q, \lambda, a) = \{(q, F)\}$
- $\delta(q, \lambda, \#E) = \{(r, \lambda)\}$

Теорема 14.3

- Язык L является КС-языком тогда и только тогда, когда L определяется некоторым МП-автоматом.

Задание 17

- (1). Построить пример МП-автомата. Описать допускаемый им язык.
- (2). Для некоторого фрагмента КС-грамматики реального языка программирования построить нисходящий и восходящий анализаторы.