

Квадратные уравнения с параметрами (8класс)

Первый урок

Квадратные уравнения с параметрами

$ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) - квадратное уравнение

Формула корней:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, D = b^2 - 4ac$$

D – дискриминант квадратного уравнения

Если **D** < 0, то уравнение не имеет корней,

Если **D** = 0, то уравнение имеет один корень,

Если **D** > 0, то уравнение имеет два различных
корня.

Квадратные уравнения с параметрами



Решить уравнение с параметром b – это значит установить соответствие, с помощью которого для каждого значения параметра b указывается множество корней данного уравнения.



Допустимым значением параметра b считаются все те значения b , при которых выражения, входящие в уравнение, имеют смысл.

Квадратные уравнения с параметрами

Задача 1. Решите относительно x уравнение $x^2 - bx + 9 = 0$

Решение: $x^2 - bx + 9 = 0$

$$D = b^2 - 36.$$

1) Если $|b| > 6$, т.е. $\begin{cases} b > 6 \\ b < -6 \end{cases}$, то $D > 0$

уравнение имеет **два корня**:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 36}}{2} \quad \text{и} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 36}}{2}$$

2) Если $|b| = 6$, т.е. $\begin{cases} b = 6 \\ b = -6 \end{cases}$, то $D = 0$

уравнение имеет **один корень** $x = -\frac{b}{2}$

3) Если $|b| < 6$, т.е. $-6 < b < 6$, то $D < 0$

уравнение **корней не имеет**.

Квадратные уравнения с параметрами

Задача 1. Решите относительно x уравнение $x^2 - bx + 9 = 0$

Ответ:

при $-6 < b < 6$ уравнение корней не имеет;

при $b = -6$ или $b = 6$ уравнение имеет

единственный корень $x = -\frac{b}{2}$,

при $b < -6$ или $b > 6$ уравнение имеет два

различных корня: $x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 36}}{2}$ и $x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 36}}{2}$.

Квадратные уравнения с параметрами

Задача 2. При каких значениях параметра b уравнение $x^2+bx+4=0$:

- 1) имеет один из корней, равный 3;
- 2) имеет действительные различные корни;
- 3) имеет один корень;
- 4) не имеет действительных корней?

Ответы:

1) при $b = -4\frac{1}{3}$;

2) при $b < -4$ или $b > 4$ уравнение имеет два корня:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 16}}{2} \quad \text{и} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 16}}{2} ;$$

3) при $b = -4$ или $b = 4$ уравнение имеет единственный корень $x = -\frac{b}{2}$;

4) при $-4 < b < 4$ уравнение корней не имеет .

Квадратные уравнения с параметрами

Задача 3. Решите относительно x уравнение

$$\frac{ax^2}{15} - \frac{x(2a-1)}{5} = \frac{3-a}{3}$$

Решение: Приведем к целому виду:

$$ax^2 - (6a-3)x + (5a-15) = 0$$

если $a=0$, то $3x=15$ (линейное уравнение)

$$x=5.$$

если $a \neq 0$, то $ax^2 - (6a-3)x + (5a-15) = 0$ квадратное уравнение.

$$ax^2 - 3(2a-1)x + 5(a-3) = 0$$

$$D = 9(2a-1)^2 - 4 \cdot 5a(a-3) = \dots = (4a+3)^2 \geq 0$$

Квадратные уравнения с параметрами

Задача 3. Решите относительно x уравнение

$$\frac{ax^2}{15} - \frac{x(2a-1)}{5} = \frac{3-a}{3}$$

Решение (продолжение):

при $4a+3=0$, т.е. $a = -\frac{3}{4}$ уравнение имеет единственный корень

$$x = \frac{6a-3}{2a} = \frac{6 \cdot (-\frac{3}{4}) - 3}{2 \cdot (-\frac{3}{4})} = 5,$$

при $4a+3 \neq 0$, т.е. $a \neq -\frac{3}{4}$ уравнение имеет два корня:

$$x_1 = \frac{6a-3-(4a+3)}{2a} = \frac{2a-6}{2a} = 1 - \frac{3}{a}$$

$$x_2 = \frac{6a-3+(4a+3)}{2a} = \frac{10a}{2a} = 5.$$

Квадратные уравнения с параметрами

Задача 3. Решите относительно x уравнение

$$\frac{ax^2}{15} - \frac{x(2a - 1)}{5} = \frac{3 - a}{3}$$

Ответ:

при $a \neq -0,75$ и $a \neq 0$ уравнение имеет два корня:

$$x_1 = 1 - \frac{3}{a} \text{ и } x_2 = 5 ;$$

при $a = -0,75$ или $a=0$ уравнение имеет

единственный корень $x=5$.

Квадратные уравнения с параметрами

Задача 4. При каких значениях a уравнение
$$(a+2)x^2 + 2(a+2)x + 2 = 0$$
имеет один корень?

Ответ: при $a=0$ уравнение имеет один корень $x = -1$.

Д/З Решите относительно x уравнение:

1) $bx^2 - 6x + 1 = 0$

3) $x^2 - ax = 0$

4) $6x^2 - 5bx + b^2 = 0$

5) $(n^2 - 5)x + n = n(n - 4x)$