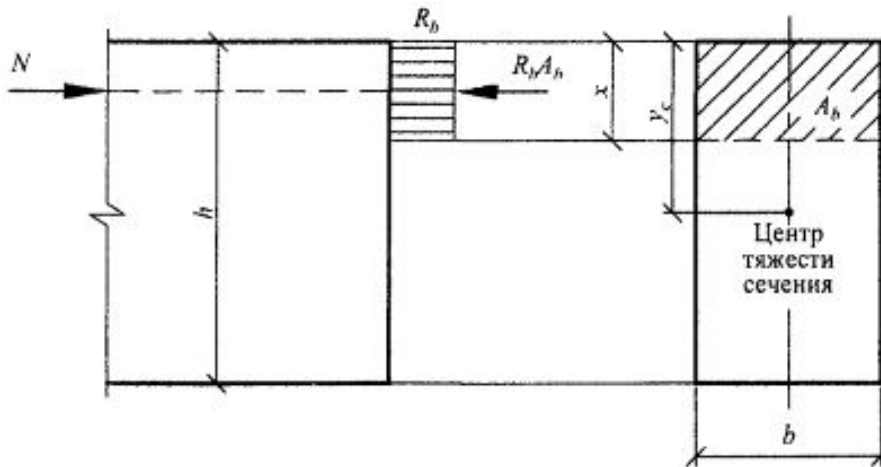


# Тема 11

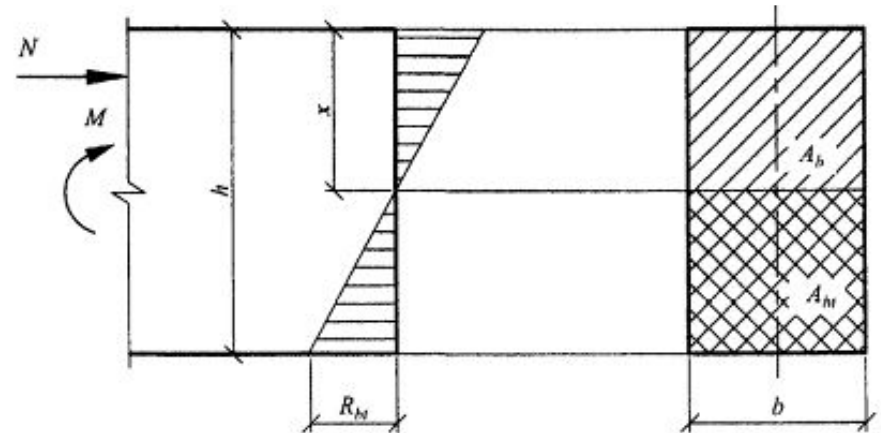
## Расчет внецентренно сжатых элементов

Два случая расчета бетонных элементов:

сжимающая сила лежит в пределах сечения бетонного элемента



сжимающая сила лежит за пределами сечения бетонного элемента



Для прямоугольного сечения:

$$N \leq R_b \cdot A_b$$

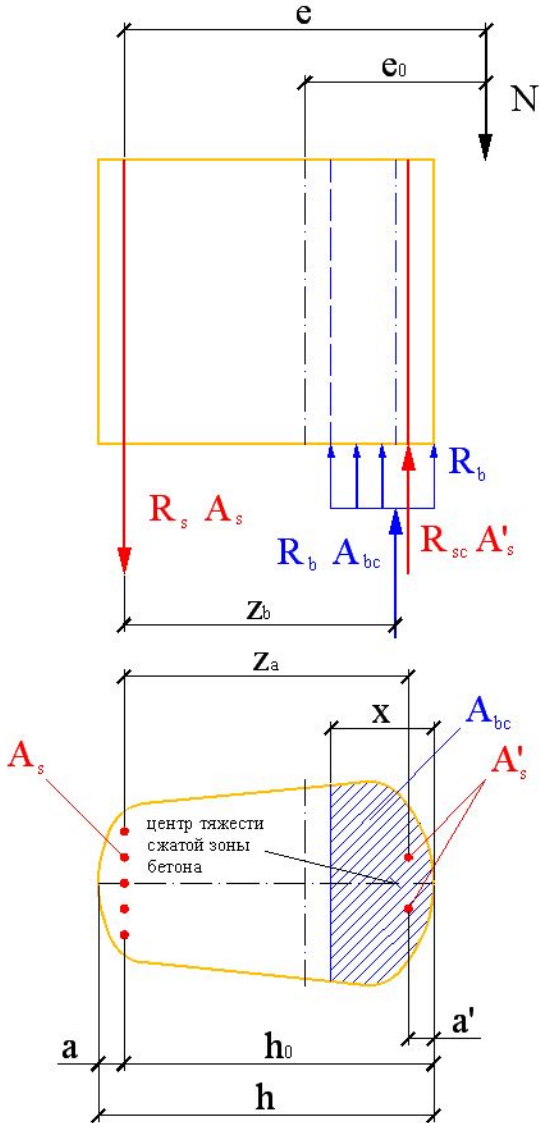
$$A_b = b \cdot h \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot e_0 \cdot \eta}{h} \right)$$

$$N \leq \frac{R_{bt} \cdot b \cdot h}{\frac{6 \cdot e_0 \cdot \eta}{h} - 1}$$

# Два случая расчета железобетонных элементов:

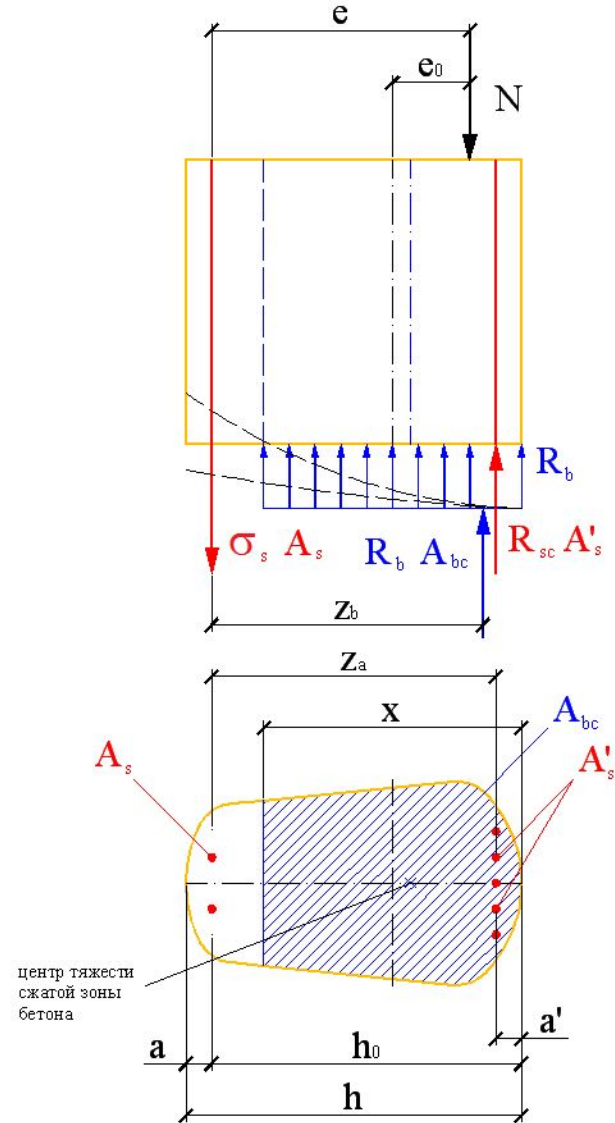
Случай больших эксцентриситетов

$$\xi < \xi_R$$



Случай малых эксцентриситетов

$$\xi > \xi_R$$



# Расчет на внецентренное сжатие:

В плоскости действия момента:

• Для статически неопределимых конструкций



$$e = \max(e_0; e_a)$$

• Для статически определимых конструкций.



$$e = (e_0 + e_a)$$

Из плоскости действия момента:

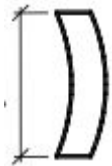


$$e = e_a$$

**Случайный эксцентриситет**  $e_a$

Наибольшая из 3-х величин:

• 1/600 длины элемента    1/30 высоты сечения;    10 мм.



Из-за искривления конструкции



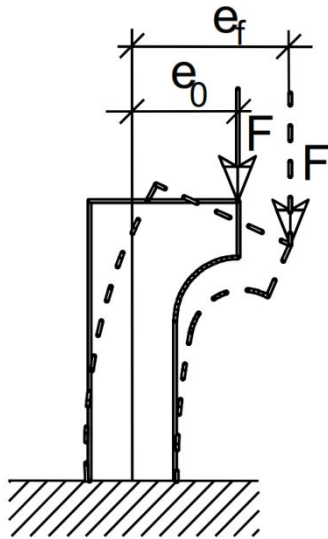
Из-за неточности монтажа

Из-за неоднородности структуры.

**Эксцентриситет от внешней нагрузки**

$$e_0 = \frac{M}{N}$$

**Гибкий внецентренно сжатый элемент** под влиянием момента прогибается, поэтому значение начального эксцентриситета приложения нагрузки **увеличивается**. Это приводит в свою очередь к увеличению момента, и разрушение происходит при меньшей продольной силе по сравнению с негибким элементом.



При гибкости элемента:  $l_0/i > 14$

для прямоугольных сечений - при  $l_0/h < 4$

влияние прогиба учитывается путем умножения момента (или расчетного эксцентриситета) на коэффициенты:

$$M = M_v \cdot \eta_v + M_h \cdot \eta_h + M_t$$

$M_v$  - момент от вертикальных нагрузок, не вызывающих заметных горизонтальных смещений концов;

$M_h$  - момент от нагрузок, вызывающих заметное горизонтальное смещение концов (ветровых и т.п.);

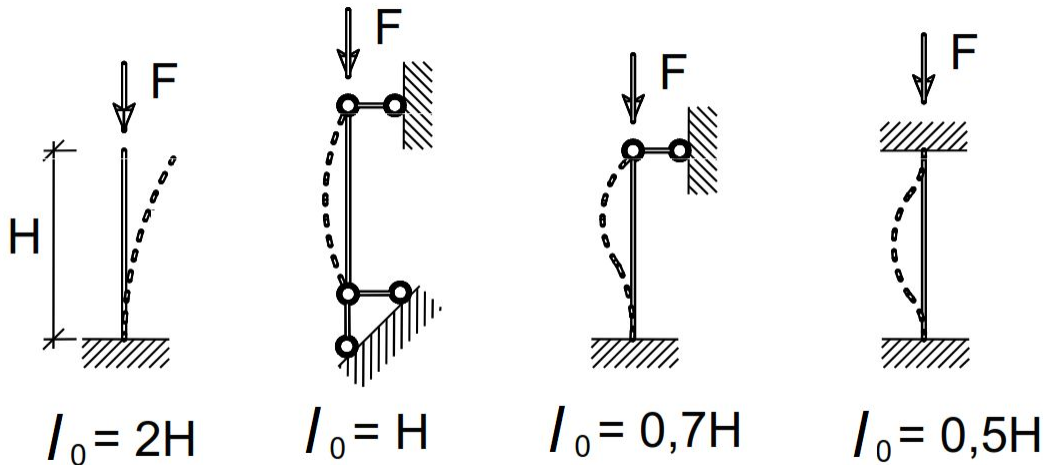
$M_t$  - момент от вынужденных горизонтальных смещений концов (т.е. смещений, не зависящих от жесткости элемента, например температурных деформаций перекрытий);

Значение коэффициента  $\eta_v$  равно:

$$\eta_v = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}}$$

где  $N_{cr}$  - условная критическая сила (наибольшее значение сжимающей силы, при которой сжатое упругое тело (длинный стержень, тонкая пластина и т. п.) сохраняет начальную (неизогнутую) форму равновесия) . По формуле Эйлера:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot D}{l_0^2}$$



$l_0$  для коэффициента  $\eta_v$ , а также при расчете на действие продольной силы со случайным эксцентриситетом

Условие опирания	Величина $l_0$
С шарнирным опиранием по концам	$1.0 \cdot l$
Шарнир на одном конце и жесткая заделка на другом конце	$0.7 \cdot l$
Шарнир на одном конце и податливая заделка на другом конце	$0.9 \cdot l$
С жесткой заделкой на двух концах	$0.5 \cdot l$
С податливой заделкой на двух концах	$0.8 \cdot l$
С жесткой заделкой на одном конце и податливой заделкой на другом	$0.7 \cdot l$

для коэффициента  $\eta_h$

Условие опирания	Величина $l_0$
Шарнир на одном конце и жесткая заделка на другом конце	$1.5 \cdot l$
Шарнир на одном конце и податливая заделка на другом конце	$2.0 \cdot l$
С жесткой заделкой на двух концах	$0.8 \cdot l$
С податливой заделкой на двух концах	$1.2 \cdot l$
С жесткой заделкой на одном конце и податливой заделкой на другом	$1.0 \cdot l$

$D$  – жесткость железобетонного элемента в предельной стадии.

$$D = K_b \cdot E_b \cdot I + K_s \cdot E_s \cdot I_s$$

$K_b$  и  $K_s$  – коэффициенты, определяемые по СНиП

Для произвольного сечения :

$$D = \frac{0.15 \cdot E_b \cdot I}{\phi_l \cdot (0.3 + \delta_e)} + 0.7 \cdot E_s \cdot I_s$$

Для прямоугольного сечения :

$$D = E_b \cdot b \cdot h^3 \cdot \left( \frac{0.0125}{\phi_l \cdot (0.3 + \delta_e)} + 0.175 \cdot \mu \cdot \alpha \cdot \left( \frac{h_0 - a'}{h} \right)^2 \right)$$

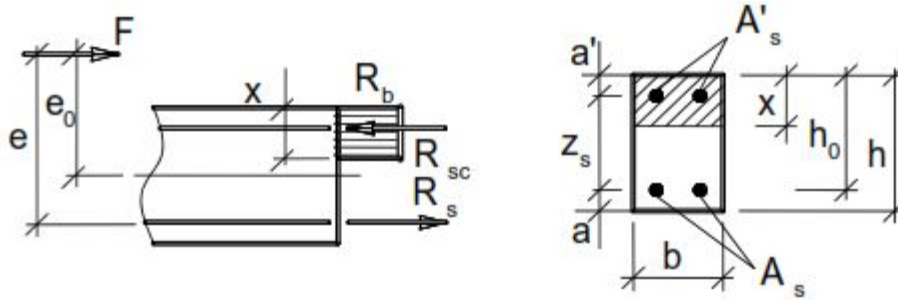
$I$  и  $I_s$  – момент инерции бетонного сечения и сечения всей арматуры относительно центра тяжести бетонного сечения;

$\phi_l$  – коэффициент, учитывающий влияние длительного действия нагрузки на прогиб элемента;

$\delta_e$  – коэффициент, принимаемый равным  $e_0/h$  но не менее 0.15;

$$\mu \cdot \alpha = \frac{A_s + A'_s}{b \cdot h} \cdot \frac{E_s}{E_b}$$

# Расчет ЖБК по нормальным сечениям. Проверка прочности.



1. Составляем уравнение равновесия  $nN=0$

$$x = \frac{N + R_s \cdot A_s - R_{sc} \cdot A'_s}{R_b \cdot b}$$

Если  $x \leq x_R$  составляем уравнение  $\sum M_s = 0$ .

$$M \leq R_{sc} \cdot A'_s \cdot (h_0 - a') + x \cdot R_b \cdot b \cdot \left( h_0 - \frac{x}{2} \right)$$

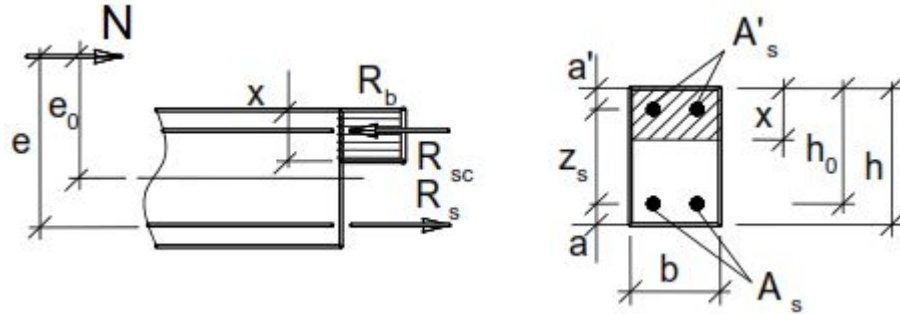
Если условие выполняется прочность обеспечена.

Если  $x > x_R$  составляем уравнение  $\sum M_s = 0$ , в котором  $\sigma_{sc}$  для мягких сталей и бетонов класса не выше В30 определяется из совместного решения уравнений:

$$\begin{cases} R_b \cdot b \cdot x = N + \sigma_s \cdot A_s - R_{sc} \cdot A'_s \\ \sigma_s = 2 \cdot \left( \frac{1 - \xi}{1 - \xi_R} - 1 \right) \cdot R_s \end{cases}$$



# Проверка прочности сечений с симметричным армированием.



Проверку прочности прямоугольных сечений с симметричной арматурой ( $R_s \cdot A_s = R_s \cdot A'_s$ ) проводят из условия равенства нулю суммы моментов относительно центра тяжести растянутой арматуры  $\Sigma M_s = 0$ :

$$M \leq R_b \cdot b \cdot x \cdot (h_0 - 0.5 \cdot x) + \left( R_{sc} \cdot A'_s - \frac{N}{2} \right) \cdot (h_0 - a')$$

Высота сжатой зоны  $x$  находится из условия равенства 0 суммы всех продольных сил.

$$x = \frac{N}{R_b b} = \alpha_n \cdot h_0 \quad \alpha_n = \frac{N}{R_b \cdot b \cdot h_0}$$

При  $\alpha_n > \xi_R$

$$x = \xi \cdot h_0$$

где 
$$\xi = \frac{\alpha_n \cdot (1 - \xi_R) + 2 \cdot \alpha_s \cdot \xi_R}{1 - \xi_R + 2 \cdot \alpha_s}$$

$$\alpha_s = \frac{R_s \cdot A_s}{R_b \cdot b \cdot h_0}$$

$\xi_R$  определяется как для изгибаемого элемента.

# Порядок подбора арматуры по СП.

1. Определяем величину  $\alpha_n = \frac{N}{R_b \cdot b \cdot h_0}$

2. При  $\alpha_n \leq \xi_R$

$$A_s = A_s' = \frac{R_b \cdot b \cdot h_0}{R_s} \cdot \frac{\alpha_{m1} - \alpha_n \cdot \left(1 - \frac{\alpha_n}{2}\right)}{1 - \delta}$$

3. При  $\alpha_n > \xi_R$

$$A_s = A_s' = \frac{R_b \cdot b \cdot h_0}{R_{sc}} \cdot \frac{\alpha_{m1} - \xi \cdot \left(1 - \frac{\xi}{2}\right)}{1 - \delta}$$

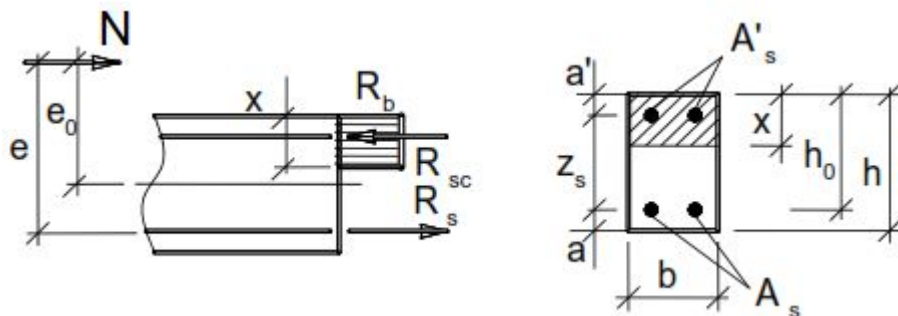
где

$$\xi = \frac{\alpha_n \cdot (1 - \xi_R) + 2 \cdot \alpha_s \cdot \xi_R}{1 - \xi_R + 2 \cdot \alpha_s}$$

$$\alpha_s = \alpha_{m1} = \frac{M + N \cdot \frac{h_0 - a'}{2}}{R_b \cdot b \cdot h_0^2}$$

$$\delta = \frac{a'}{h_0}$$

# Подбор арматуры в сечениях с симметричным армированием



1. Предполагаем первый случай разрушения.

2. Составляем уравнение равновесия  $nN = 0$ .

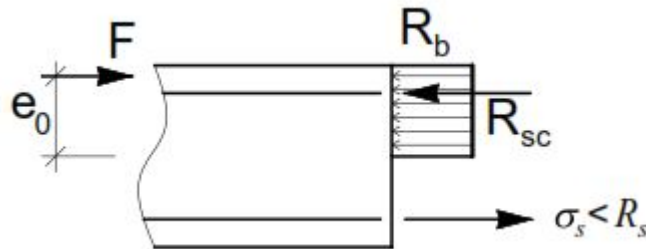
$$x = \frac{N}{R_b \cdot b}$$

3. Проверяем условие  $x \leq x_R$

4. Если условие выполняется, составляем уравнение моментов относительно растянутой арматуры  $nM=0$ :

$$N \cdot e - x \cdot R_b \cdot b \cdot \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) - R_{sc} \cdot (h_0 - a') \cdot A'_s = 0 \quad \longrightarrow \quad A'_s = A_s \leq \frac{N \cdot e - x \cdot R_b \cdot b \cdot \left( h_0 - \frac{x}{2} \right)}{R_{sc} \cdot (h_0 - a')}$$

5. Если условие не выполняется, т.е.  $x > x_R$



в уравнениях равновесия действует  $\sigma_s$  вместо  $R_s$ .

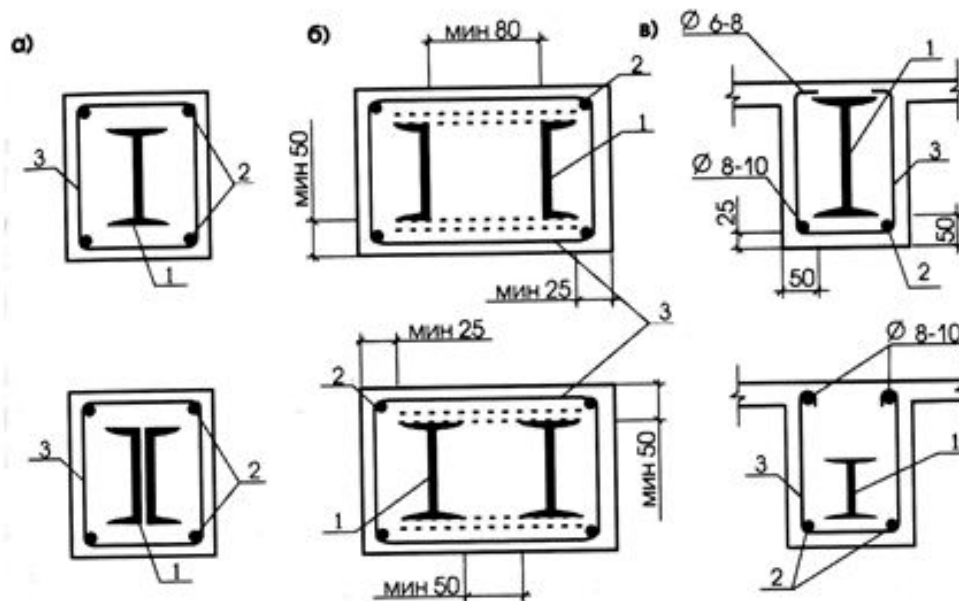
Площадь арматуры определяется по СП

$$A_s = A'_s = \frac{R_b b h_0}{R_{sc}} \cdot \frac{\alpha_{m1} - \xi(1 - \xi/2)}{1 - \delta},$$

где 
$$\alpha_{m1} = \frac{M + \frac{N \cdot (h_0 - \alpha')}{2}}{R_b \cdot b \cdot h_0^2}, \quad \delta = \frac{\alpha'}{h_0}$$

$\xi$  определяется как для расчета на прочность, а  $\alpha_s$  допускается принимать равным  $\alpha_{m1}$ .

# Расчет внецентренно сжатых элементов с жесткой арматурой



1 – жесткий профиль; 2 – гибкая продольная арматура;  
3 – гибкая поперечная арматура

## Предпосылки расчета прочности элементов с жесткой арматурой:

- Рабочая высота сечения принимается равной расстоянию от наиболее сжатой грани сечения до общего центра тяжести жесткой и гибкой растянутой арматуры;
- При расчете внецентренно сжатых элементов с жесткой арматурой площадь сечения сжатой зоны принимают за вычетом площади, занятой арматурой, что равносильно снижению расчетного сопротивления жесткой арматуры этой зоны до значения  $(R_{sr} - R_b)$ .

При учете влияния продольного изгиба жесткость элемента определяется по формуле:

$$D = \frac{0.15 \cdot E_b \cdot I}{\varphi_l \cdot (0.3 + \delta_e)} + 0.7 \cdot E_s \cdot I_s + \alpha_{sr} \cdot I_{sr} \quad \alpha_{sr} = \frac{E_{sr}}{E_b}$$

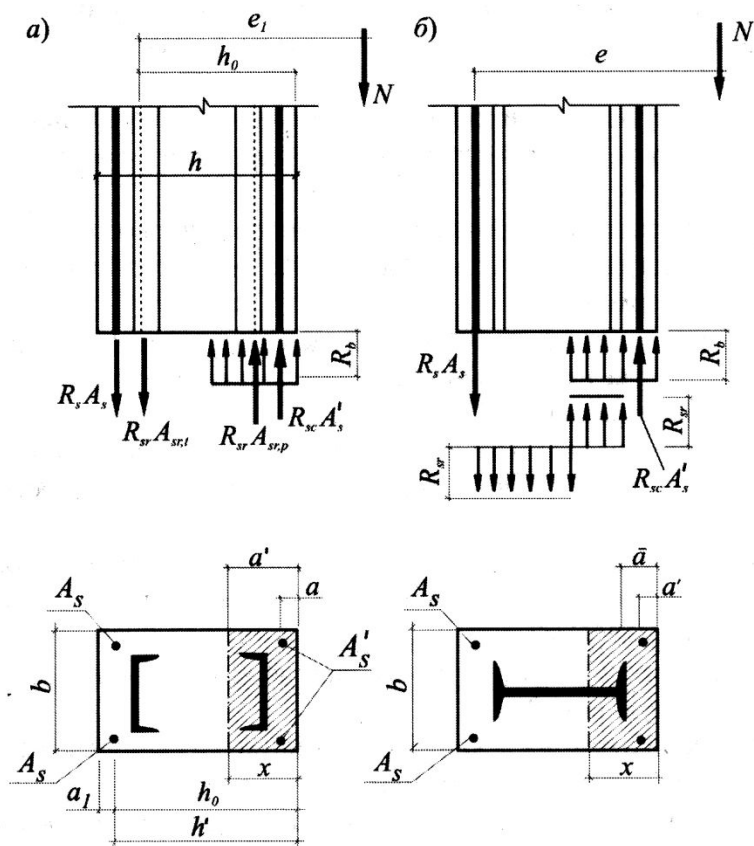
$I_{sr}$  – момент инерции жесткой арматуры.

**Условие прочности** элементов с жесткой арматурой ( $\Sigma M_s = 0$ ):

$$N \cdot e_1 \leq R_b \cdot b \cdot x \cdot (h_0 - 0.5 \cdot x) + \left( R_{sc} \cdot A'_s - \frac{N}{2} \right) \cdot (h_0 - a') + (R_{sr} - R_b) \cdot A_{sr,c} \cdot (h_0 - a'_r)$$

$e_1$  – эксцентриситет приложения продольного усилия относительно равнодействующей усилий в растянутой жесткой и гибкой арматуре;

$a'_r$  – расстояние до ц.т. сжатой жесткой арматуры до сжатой грани сечения.



$a$  – ветви размещены в растянутой и сжатой зонах сечения;  
 $b$  – стенки стального профиля пересечены нулевой линией

Для сечений, армированных высоким симметричным профилем:

$$x = \frac{N - R_{sc} \cdot A'_s - 2 \cdot R_{sr} \cdot \delta_t \cdot r + R_{sr} \cdot A_{sr,t} + R_s \cdot A_s}{R_b \cdot b + 2 \cdot R_{sr} \cdot \delta_t}$$

где  $r$  – расстояние от сжатой грани бетона до центра тяжести жесткой арматуры;  $\delta_t$  – толщина стенки профиля жесткой арматуры или сумма толщин стенок нескольких профилей.

**Случай 1** –  $x \leq x_R$ :

$$x = \frac{N + R_s \cdot A_s - R_{sc} \cdot A'_s - (R_{sr} - R_b) \cdot A_{sr,c} + R_{sr} \cdot A_{sr,t}}{R_b \cdot b}$$

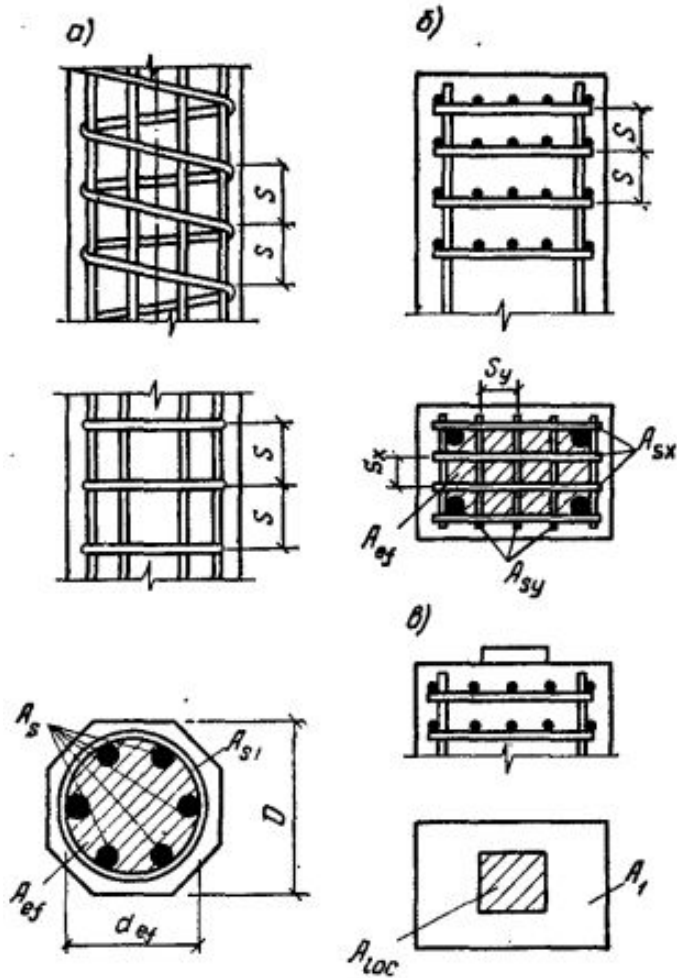
$e_i$  – эксцентриситет приложения продольного усилия относительно равнодействующей усилий в растянутой жесткой и гибкой арматуре;

$a'_r$  – расстояние до ц.т. сжатой жесткой арматуры до сжатой грани сечения.

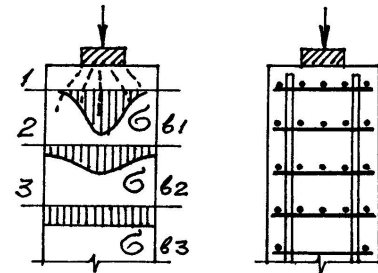
**Случай 2** –  $x > x_R$

$$x = \frac{\left[ (N - R_{sc} \cdot A'_s - (R_{sr} - R_b) \cdot A_{sr,c}) \cdot (1 - \xi_R) + (R_{sr} \cdot A_{sr} + R_s \cdot A_s) \cdot (1 - \xi_R) \right]}{R_b \cdot b \cdot h_0 \cdot (1 - \xi_R) + 2 \cdot [R_{sr} \cdot A_{sr} + R_s \cdot A_s]}$$

# Учет косвенного армирования



**Местное сжатие** – это приложение нагрузки не по всей площади поперечного сечения, а только по ее части, что более опасно, так как вызывает высокую концентрацию напряжений в бетоне, приводит к образованию местных трещин и преждевременному разрушению



Центрально сжатые элементы, усиленные косвенным армированием: а – спиралью или сварными кольцами, б – поперечными сварными сетками, в – то же под центрирующей прокладкой



## Расчет на местное сжатие

**Условие прочности:**

$$N \leq \psi \cdot R_{b,loc} \cdot A_{b,loc}$$

$N$  – местная сжимающая сила;

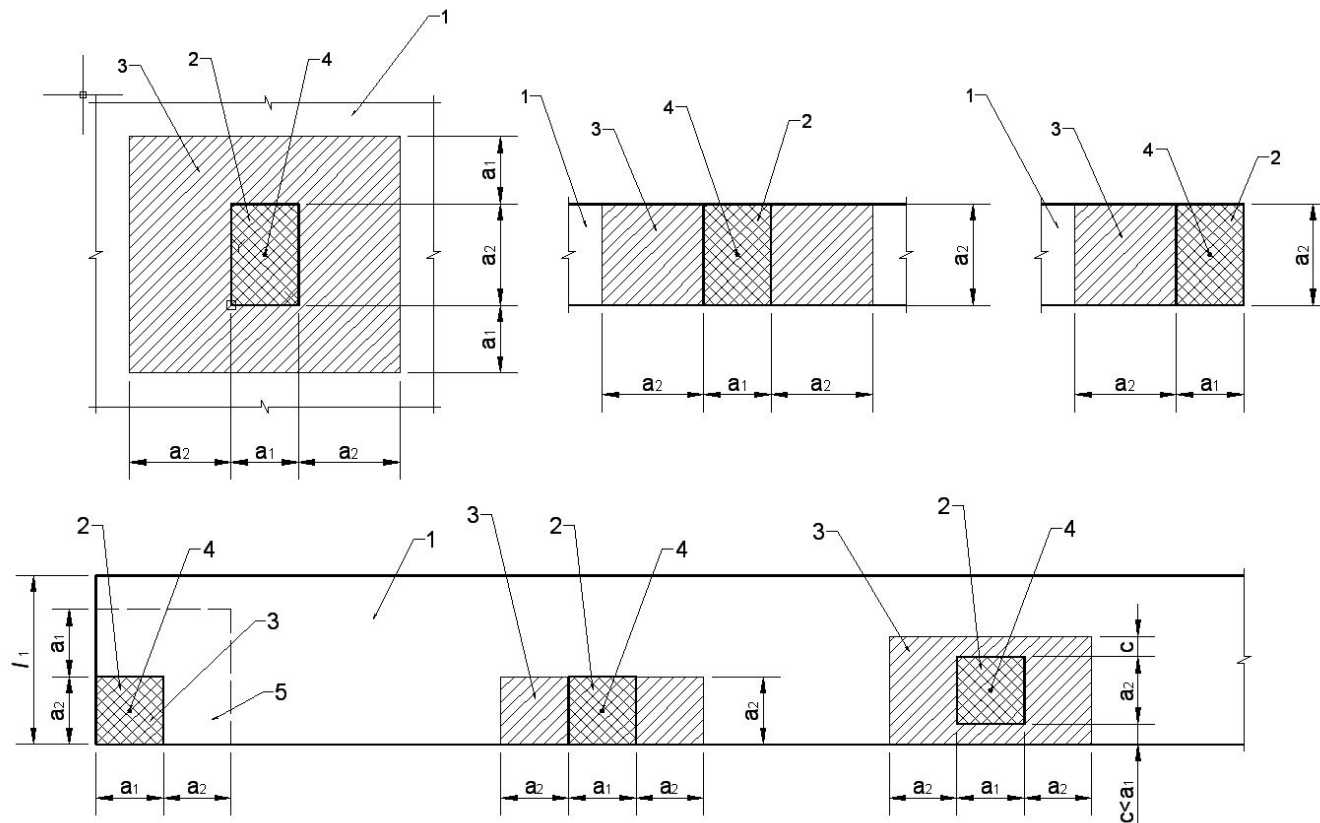
$R_{b,loc}$  – расчетное сопротивление бетона смятию;

$A_{b,loc}$  – площадь смятия (площадь приложения сжимающей силы);

$\psi$  – коэффициент, зависящий от равномерности приложения силы  $N$  по площади смятия и учитывающий, по существу, полноту эпюры давления:

$$R_{b,loc} = R_b \cdot \varphi_b$$

$$1.0 \leq \varphi_b = 0.8 \cdot \sqrt{\frac{A_{b,max}}{A_{b,loc}}} \leq 2.5$$



1 – элемент,  
 2 – площадь смятия,  
 3 – максимальная расчетная площадь,  
 4 – ц.т. площадей  $A_{b,loc}$  и  $A_{b,max}$   
 5 – минимальная зона армирования сетками, при которой косвенное армирование учитывается в расчете

При наличии **косвенной арматуры** в виде сварных сеток вместо  $R_{b,loc}$  в условие прочности подставляется  $R_{bs,loc}$  - расчетное сопротивление бетона сжатию, приведенное с учетом косвенной арматуры:

$$R_{bs,loc} = R_{b,loc} + 2 \cdot \varphi_{s,xy} \cdot R_{s,xy} \cdot \mu_{s,xy} \leq 2 \cdot R_{b,loc}$$

$\varphi_{s,xy}$  - коэффициент, определяемый по формуле

$$\varphi_{s,xy} = \sqrt{\frac{A_{b,loc,ef}}{A_{b,loc}}}$$

$A_{b,loc,ef}$  – площадь, заключенная внутри контура сеток косвенного армирования (считая по их крайним стержням), но не превышающая  $A_{b,max}$ .

$R_{s,xy}$  – расчетное сопротивление растяжению косвенной арматуры;

$\mu_{xy}$  – коэффициент косвенного армирования:

$$\mu_{xy} = \frac{n_x \cdot A_{sx} \cdot l_x + n_y \cdot A_{sy} \cdot l_y}{A_{b,loc,ef} \cdot s}$$

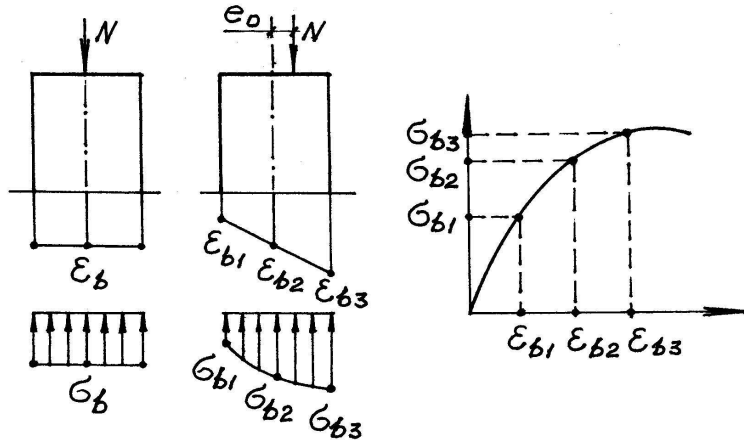
$n_x, A_{sx}, l_x$  – число стержней, площадь сечения и длина стержня, считая в осях крайних стержней, в направлении  $x$ ;

$n_y, A_{sy}, l_y$  – то же в направлении  $y$ ;

$s$  – шаг сеток косвенного армирования.

# Расчет условно центрально сжатых элементов

при эксцентриситете силы меньше  $e_1 < h/30$  и гибкости колонны  $l_0/h < 20$



**Условие прочности:**

$$N \leq \varphi \cdot (R_b \cdot A_b + R_{sc} \cdot A_{s,tot})$$

где

$A_b$  – площадь сечения колонны;

$A_{s,tot}$  – площадь всей продольной арматуры в сечении колонны;

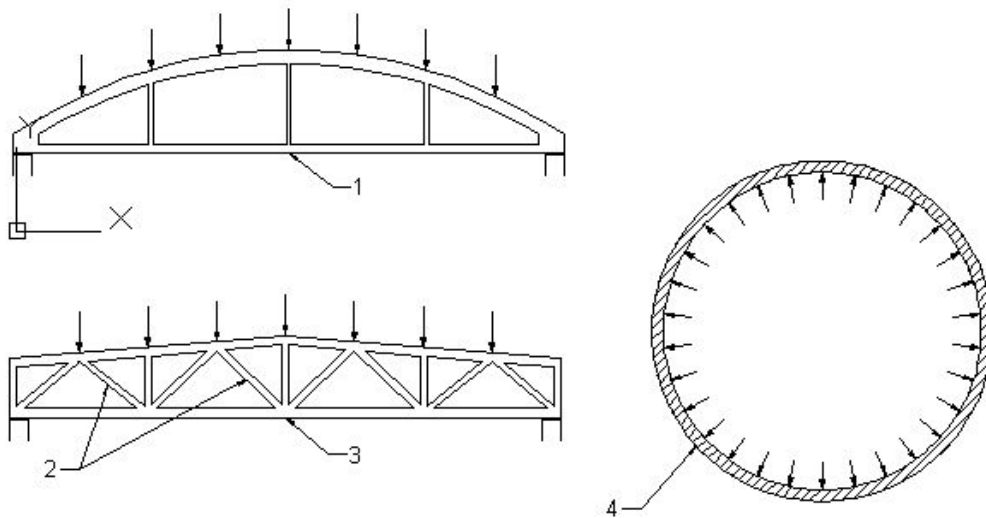
$\varphi$  - коэффициент, принимаемый по таблице 6.1 СП 52-101-2003 в зависимости от гибкости  $l_0/h$  элемента,

**Требуемая площадь арматуры :**

$$A_{s,tot} = \frac{\frac{N}{\varphi} - R_b \cdot A_b}{R_{sc}}$$

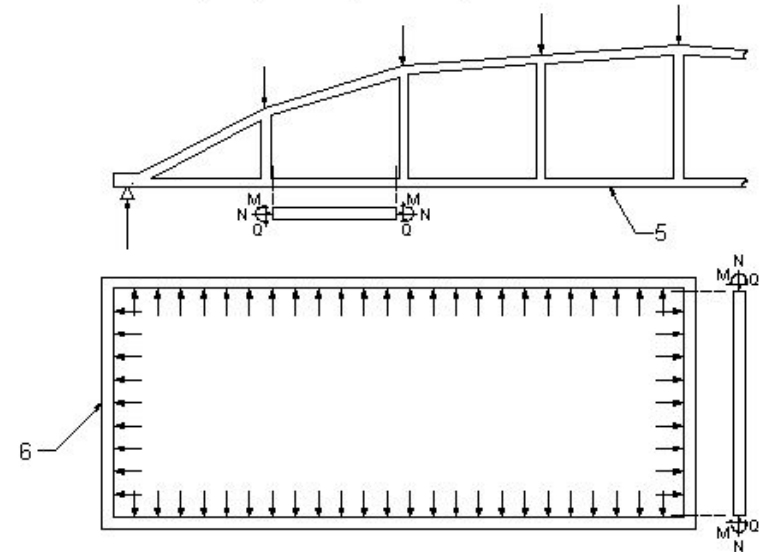
# Расчет центрально и внецентренно растянутых элементов:

Центрально растянутые элементы



1 - затяжка арки, 2 - нисходящие раскосы фермы, 3 - нижний пояс фермы, 4 - стенки круглого в плане резервуара.

Внецентренно растянутые элементы



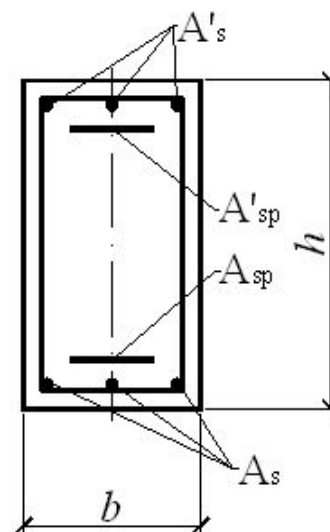
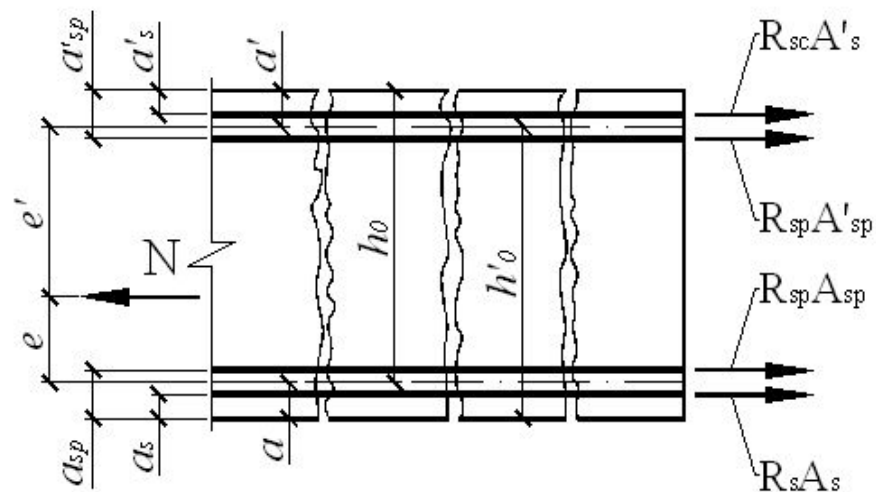
5 - нижний пояс безраскосной фермы, 6 - стенки прямоугольного в плане резервуара.

## ***Условие прочности при центральном растяжении***

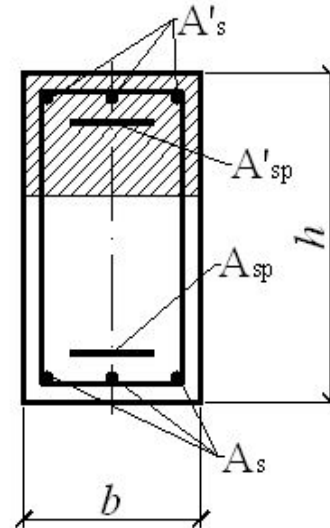
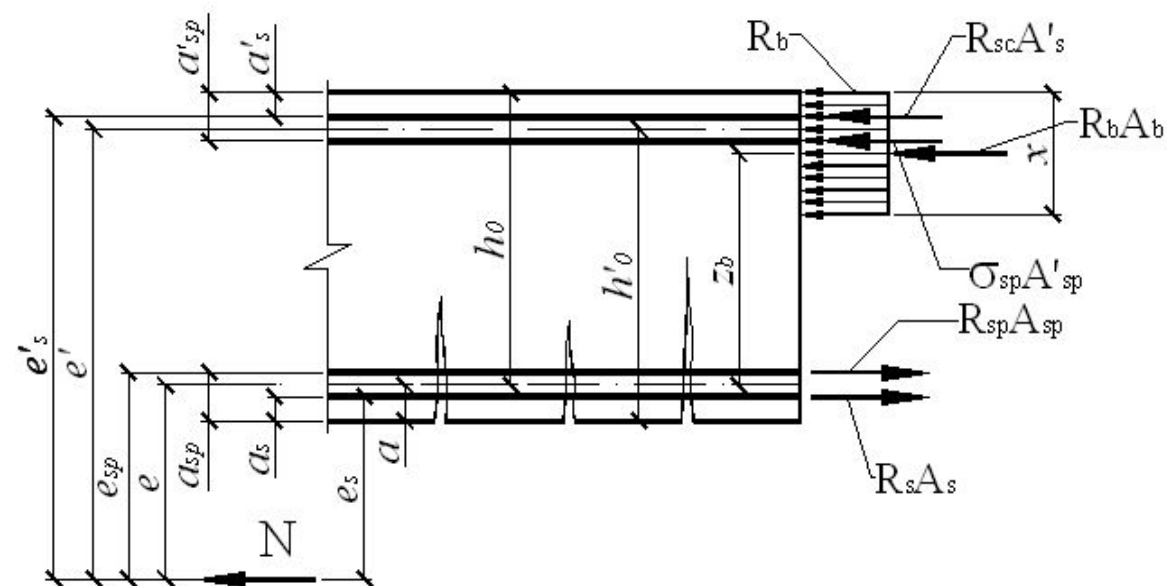
$$N \leq R_s \cdot A_s$$

где  $A_s$  - площадь сечения всей продольной арматуры.

# Внецентренное растяжение:



Случай 1



Случай 2

## Условие прочности

### Случай 1

$$N \cdot e' \leq R_s \cdot A_s \cdot (h_0 - a)$$

$$N \cdot e \leq R_{sc} \cdot A'_s \cdot (h_0 - a')$$

$$A_s = \frac{N \cdot e'}{R_s \cdot (h_0 - a)}$$

$$A'_s = \frac{N \cdot e}{R_s \cdot (h_0 - a')}$$

### Случай 2

$$x = \frac{R_s A_s - R_{sc} A'_s - N}{R_b b}$$

При  $x < 0$  переходим с случаю 1

Если  $x < 2 \cdot a$ , то сжатую арматуру в расчете не учитывают

Если  $x \leq \xi_R h_0$

$$N \cdot e \leq R_{sc} \cdot A'_s \cdot (h_0 - a) + R_b \cdot b \cdot x \cdot (h_0 - 0.5 \cdot x)$$

Если  $x > \xi_R h_0$  в условие прочности подставляют  $x = \xi_R h_0$