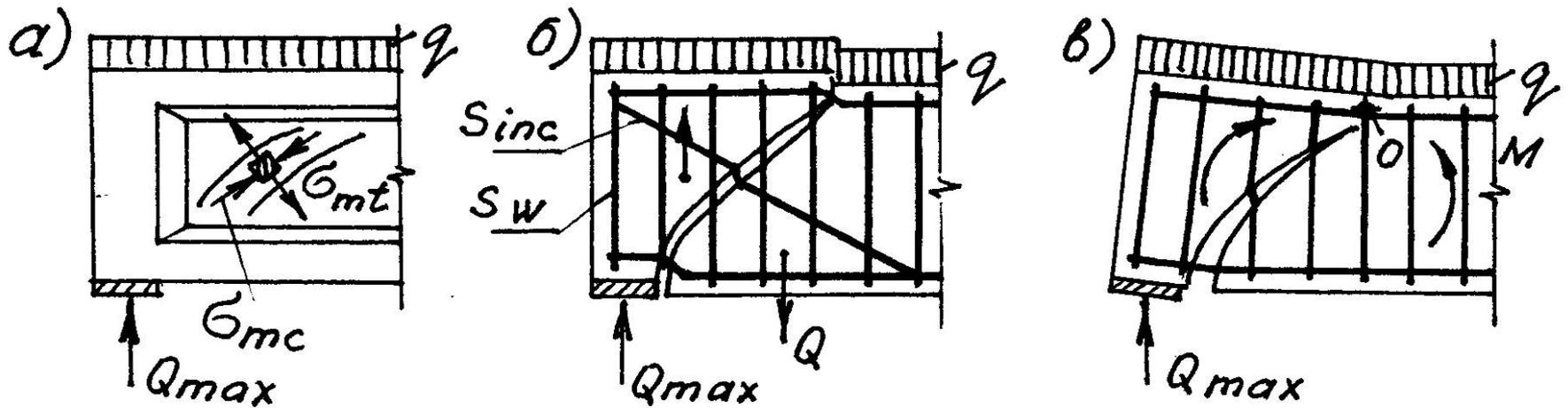


Тема 10

Расчет прочности изгибаемых элементов по наклонным сечениям

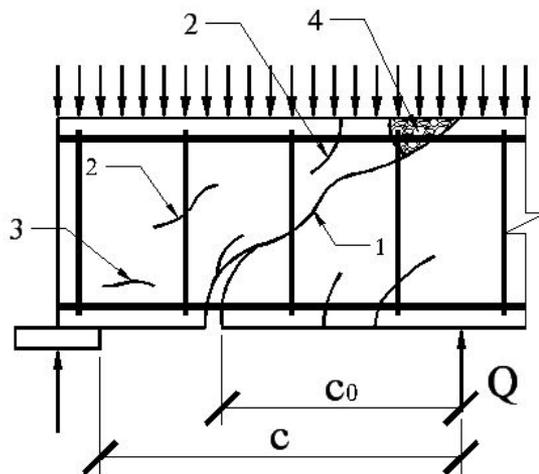
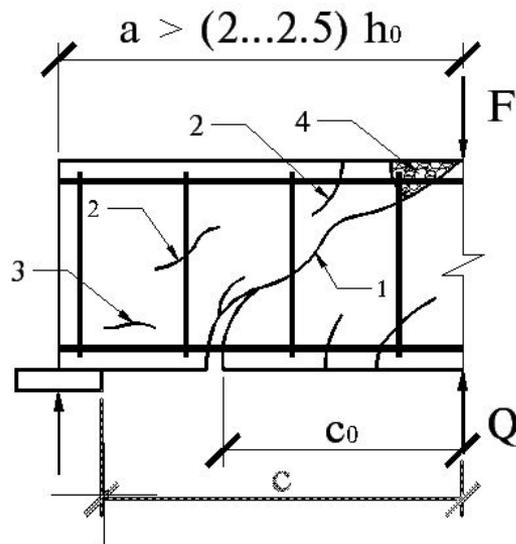
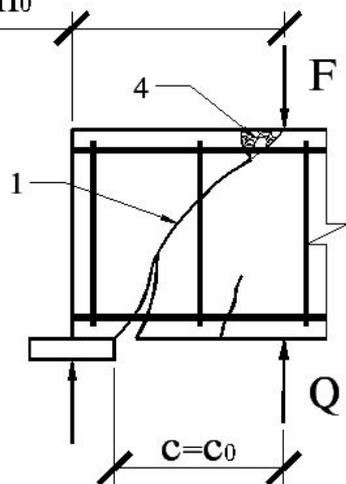


Разрушение происходит по одной из трех схем:

- Раздавливание тонкой стенки (ребра) по наклонной полосе между трещинами от действия главных сжимающих напряжений σ_{mc} ;
- Взаимный сдвиг двух частей изгибаемого элемента, разделенных наклонной трещиной под действием поперечной силы Q ;
- Взаимный поворот относительно точки O двух частей изгибаемого элемента, разделенных наклонной трещиной, который вызывается действием изгибающего момента M .

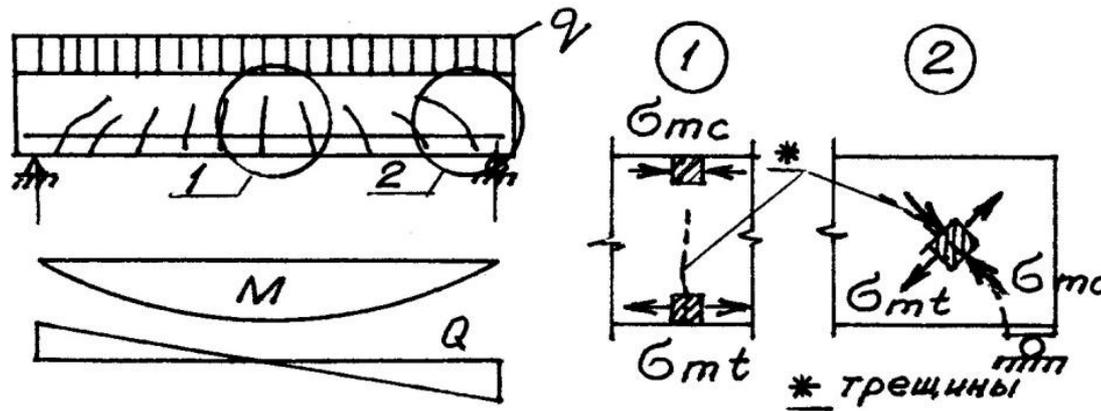
Характер разрушения изгибаемого элемента по наклонному сечению: при действии сосредоточенных сил; при загрузке конструкции равномерно распределенной нагрузкой

$$a \leq (2 \dots 2.5) h_0$$



1 - критическая наклонная трещина, 2 – дополнительные наклонные трещины, 3 – продольная трещина, 4 – раздавленный участок сжатой зоны бетона, c – расстояние от внутренней грани опоры до вершины до вершины наклонной трещины.

Условие образования наклонной трещины.



Минимальное значение главных растягивающих напряжений получим при $\sigma = 0$

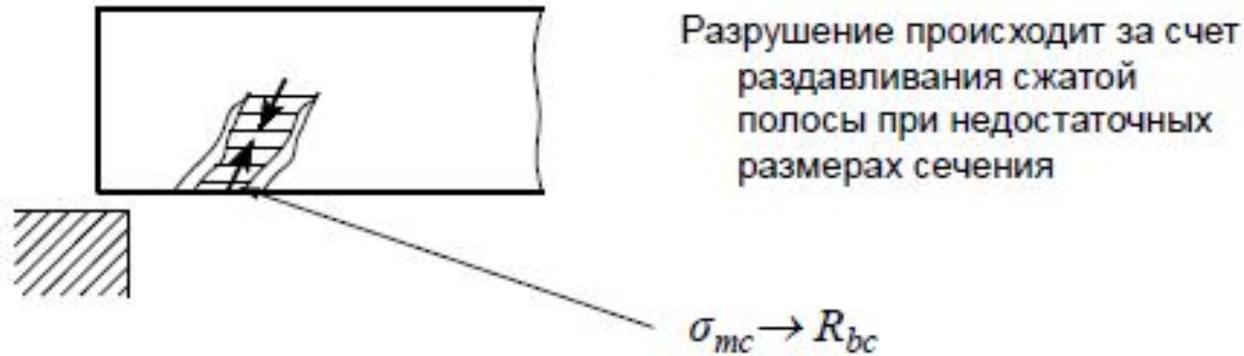
$$\begin{cases} \sigma_{mc} = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} \\ \sigma_{mt} = \frac{\sigma}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} \end{cases} \longrightarrow \sigma_{mt} = \tau = \frac{Q \cdot S}{I \cdot b} = \frac{Q \cdot \left(\frac{b \cdot h^2}{8}\right)}{\left(\frac{b \cdot h^3}{12}\right) \cdot b} = \frac{3 \cdot Q}{2 \cdot b \cdot h}$$

Трещина возникает, когда главное растягивающее напряжение достигает величины R_{bt}

$$Q = \frac{2}{3} \cdot R_{bt} \cdot b \cdot h \approx 1.1 \cdot \frac{2}{3} \cdot R_{bt} \cdot b \cdot h_0$$

Условие по СНиП: $Q \leq 0.5 \cdot R_{bt} \cdot b \cdot h_0$

Расчет на действие поперечной силы по наклонной полосе между трещинами.



Установлено, что предельная сила Q , воспринимаемая бетонным блоком, пропорциональна его ширине b и рабочей высоте сечения h_0 .

Т.к. бетон в этом случае разрушается в основном от сжатия в расчетную формулу вводится прочность бетона на сжатие R_b . А т.к. полоса бетона между наклонными трещинами находится в условиях двухосного напряженного состояния (растяжение-сжатие), то прочность бетона в этом случае будет ниже, чем при одноосном напряженном состоянии.

Условие прочности на действие поперечной силы Q в нормальном сечении, расположенном не менее чем на расстоянии h_0 от опоры:

$$Q \leq 0.3 \cdot R_b \cdot b \cdot h_0$$

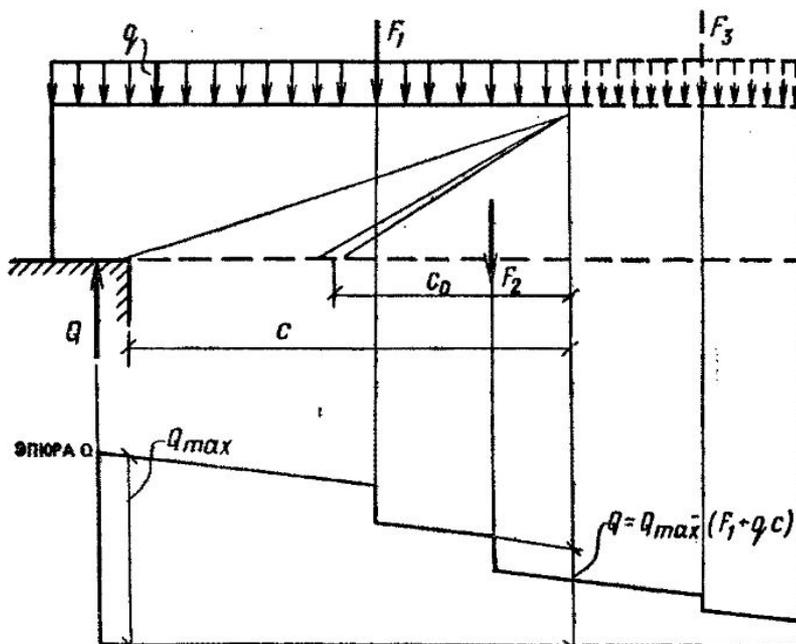
Поперечная сила Q в наклонном сечении

Рассматривается система внешних и внутренних сил, приложенных к железобетонному блоку, отделенному наклонным сечением, проходящим по наклонной трещине. В этом случае имеет важное значение точка приложения данной нагрузки, а также характер ее действия во времени. Если нагрузка приложена сверху от наклонной трещины:

$$Q = Q_{\max} - (\Sigma F_i + q \cdot c)$$

где Q_{\max} – поперечная сила на опоре; ΣF_i – сосредоточенные силы в пределах блока; q – равномерно распределенная нагрузка в пределах блока.

Если нагрузка является временной и может быть перемещена, а также если она приложена не по верхней грани элемента, а в пределах его высоты, ее разгружающее действие не учитывается или учитывается лишь ее часть.



Поперечная сила Q_s , воспринимаемая поперечной арматурой.

Стержни поперечной арматуры, пересекающие наклонную трещину, расположены дискретно и растянуты неодинаково. Однако при расчете усилия в них принимают равным расчетному сопротивлению поперечной арматуры, а указанные обстоятельства учитывают введением понижающего коэффициента:

$$R_{sw} = R_s \cdot \gamma_{sl}$$

Для поперечных стержней

$$Q_{sw} = \sum R_{sw} \cdot A_{sw}$$

Для наклонных стержней

$$Q_{s,inc} = \sum R_{sw} \cdot A_{s,inc} \cdot \sin \theta$$

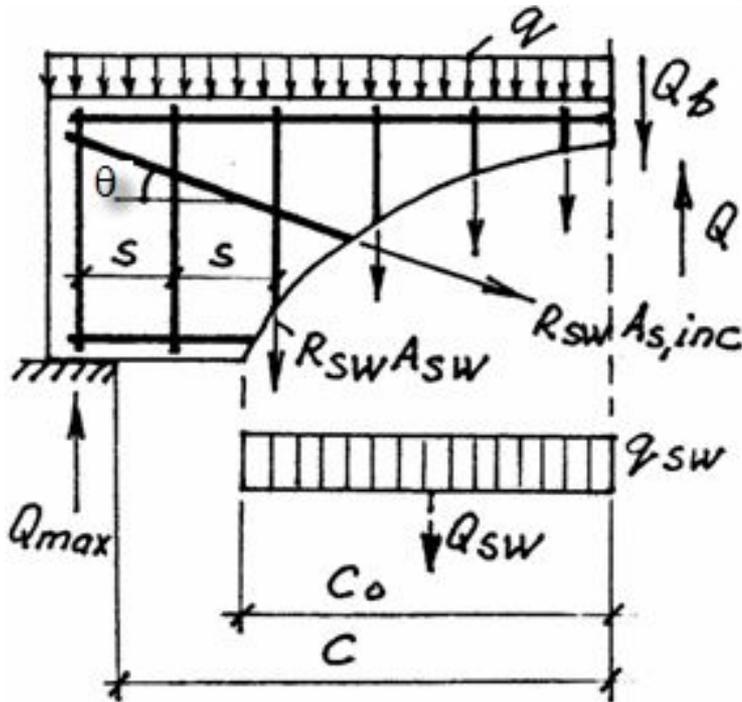
где θ - угол наклона стержней к продольной оси элемента.

Для удобства расчетов сосредоточенные силы в стержнях заменяем распределенными:

$$Q_{sw} = q_{sw} \cdot c_0$$

В новых нормах при определении усилия в поперечной арматуры введен понижающий коэффициент запаса 0.75:

$$Q_{sw} = 0.75 \cdot q_{sw} \cdot c_0$$



Поперечная сила Q_b , воспринимаемая бетоном.

Поперечная сила, воспринимаемая бетоном зависит от размеров сечения (b и h), прочности бетона на растяжение R_{bt} , а также от так называемого пролета среза (c/h_0). С увеличением этой величины происходит резкое падение Q_b приблизительно по гиперболической зависимости.

$$Q_b = \frac{1.5 \cdot R_{bt} \cdot b \cdot h_0}{\frac{c}{h_0}} = \frac{1.5 \cdot R_{bt} \cdot b \cdot h_0^2}{c} = \frac{M_b}{c}$$

По результатам экспериментов установлено, что при малых и больших значениях относительного пролета среза значение Q_b сохраняет значения близкие к постоянным. По нормам поперечная сила, воспринимаемая бетоном принята не более

$$2.5 \cdot R_{bt} \cdot b \cdot h_0$$

и не менее

$$0.5 \cdot R_{bt} \cdot b \cdot h_0$$

Влияние продольной силы на несущую способность.

При **сжатии** несущая способность сечения по поперечной силе **увеличивается**, а при **растяжении** - наоборот, **снижается**.

Влияние сжимающих и растягивающих напряжений при расчете по полосе между наклонными сечениями и по наклонным сечениям согласно СП 63.1330.2012 учитывается с помощью коэффициента φ_n .

при $0 \leq \sigma_{cp} \leq 0.25 \cdot R_b$;	$1 + \frac{\sigma_{cp}}{R_b}$
при $0.25 \cdot R_b \leq \sigma_{cp} \leq 0.75 \cdot R_b$;	1.25
при $0.75 \cdot R_b \leq \sigma_{cp} \leq R_b$;	$5 \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{cp}}{R_b}\right)$
при $0 \leq \sigma_t \leq 2R_{bt}$	$1 - \frac{\sigma_t}{2R_b}$

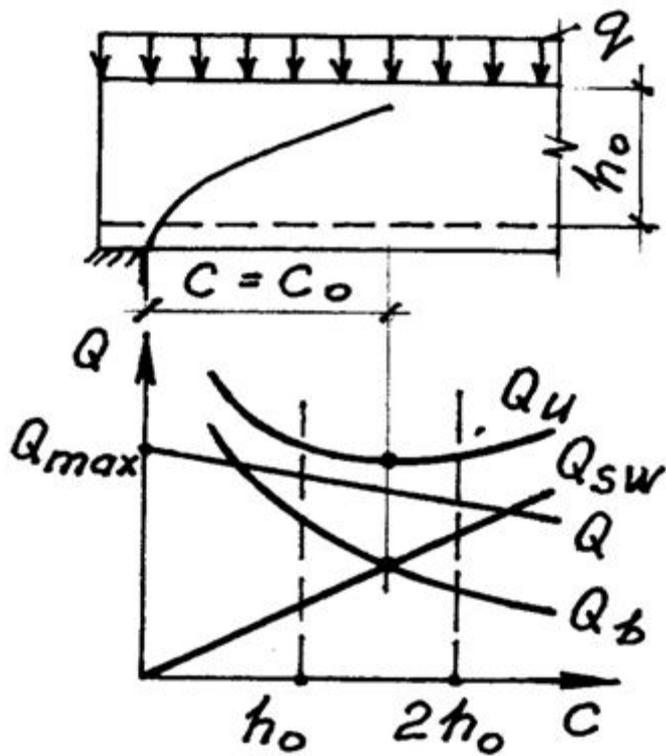
где σ_{cp} - среднее сжимающее напряжение в бетоне от воздействия продольных сил, принимаемое положительным.

σ_t - среднее растягивающее напряжение в бетоне от воздействия продольных сил, принимаемое положительным

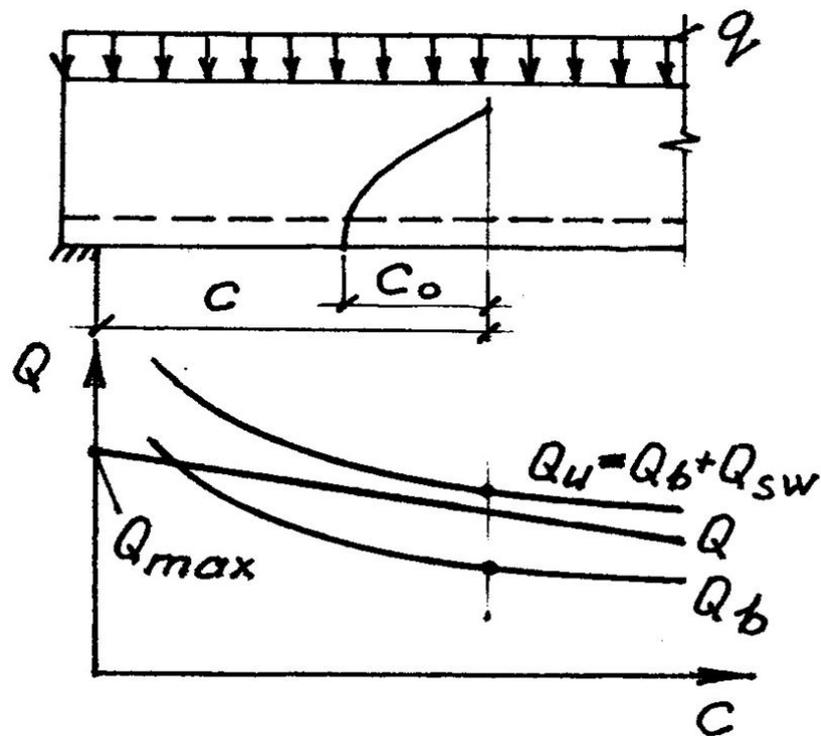
Расчетная длина проекции опасного наклонного сечения и проекция наклонной трещины

Действие распределенной нагрузки:

Случай 1



Случай 2



В случае 1 длина наклонной трещины c_0 совпадает с пролетом среза c . Найдем величину пролета среза, при которой несущая способность отсеченного трещиной элемента минимальна:

$$\frac{d}{dc} Q = 0$$

$$-\frac{M_b}{c^2} + (0.75 \cdot q_{sw} + q) = 0$$

$$c_0 = c = \sqrt{\frac{M_b}{q_{sw} \cdot 0.75 + q}}$$

В случае 2 начало и вершина опасной трещины неизвестны. Чтобы определить положение сечения с наименьшим запасом прочности, нужно приравнять к нулю первую производную.

При дифференцировании производная от Q_{sw} как от постоянной величины равна 0. в этом случае:

$$c = \sqrt{\frac{M_b}{q}},$$

Увеличение и уменьшение наклонной трещины не может быть бесконечным, поэтому на основе эмпирических данных ее значение ограничено: не больше $2 \cdot h_0$ и не меньше h_0 .

Граница между двумя случаями:

По нормам при действии равномерно распределенной нагрузки c принимается:

$$c = \sqrt{\frac{M_b}{0.75 \cdot q_{sw} + q_1}}$$

в случае если $\sqrt{\frac{M_b}{q_1}} < \frac{2 \cdot h_0}{1 - 0.5 \cdot \frac{q_{sw}}{R_{bt} \cdot b}}$ или $\frac{q_{sw}}{R_{bt} \cdot b} > 2$

В противном случае проекция опасного сечения принимается равной: $c = \sqrt{\frac{M_b}{q_1}}$

Значение нагрузки q_1 принимается равным q , если действует сплошная распределенная нагрузка.

Если нагрузка q включает в себя временную нагрузку, которая приводится к эквивалентной по моменту равномерно распределенной нагрузке q_v (т.е. когда эпюра моментов M от принятой нагрузки q_v всегда огибает эпюру M от фактической временной нагрузки), то

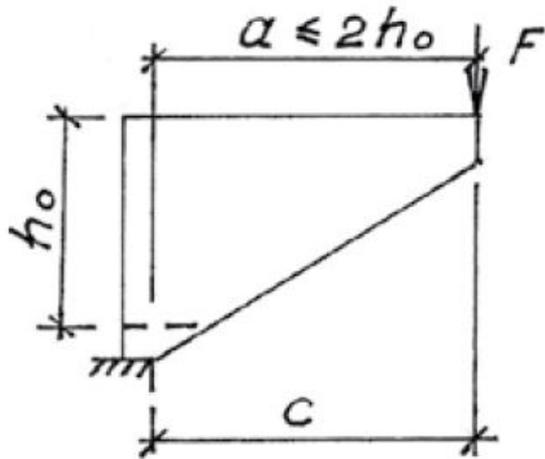
$$q_1 = q - 0.5 \cdot q_v$$

Так как нагрузка часто бывает приложена не равномерно, а сосредоточена в отдельных местах, то можно вычислить c по формуле (приняв $q=0$):

$$c = \sqrt{\frac{M_b}{0.75 \cdot q_{sw}}}$$

Действие сосредоточенной силы:

Случай 1



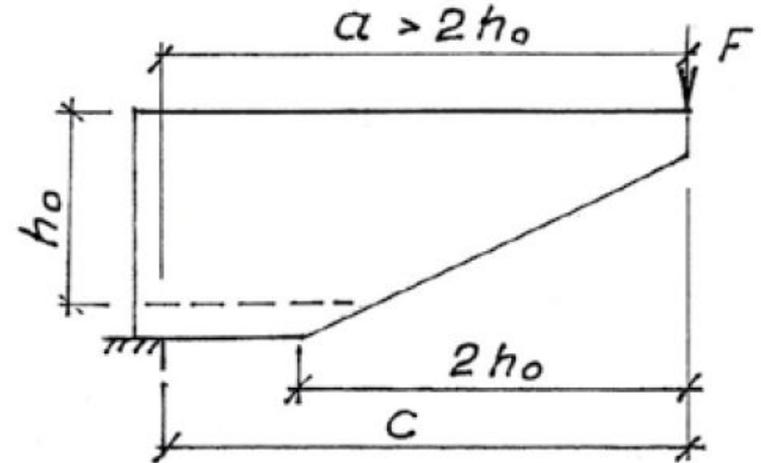
$$c = a \quad \text{при } a < h_0 \rightarrow c = h_0$$

$$c_0 = c$$

$$\text{при } \sqrt{\frac{M_b}{0.75 \cdot q_{sw}}} < c$$

$$c_0 = \sqrt{\frac{M_b}{0.75 \cdot q_{sw}}} \quad \text{но не меньше } h_0$$

Случай 2



$$c = a \quad \text{при } a > 2 \cdot h_0 \rightarrow c = 2 \cdot h_0$$

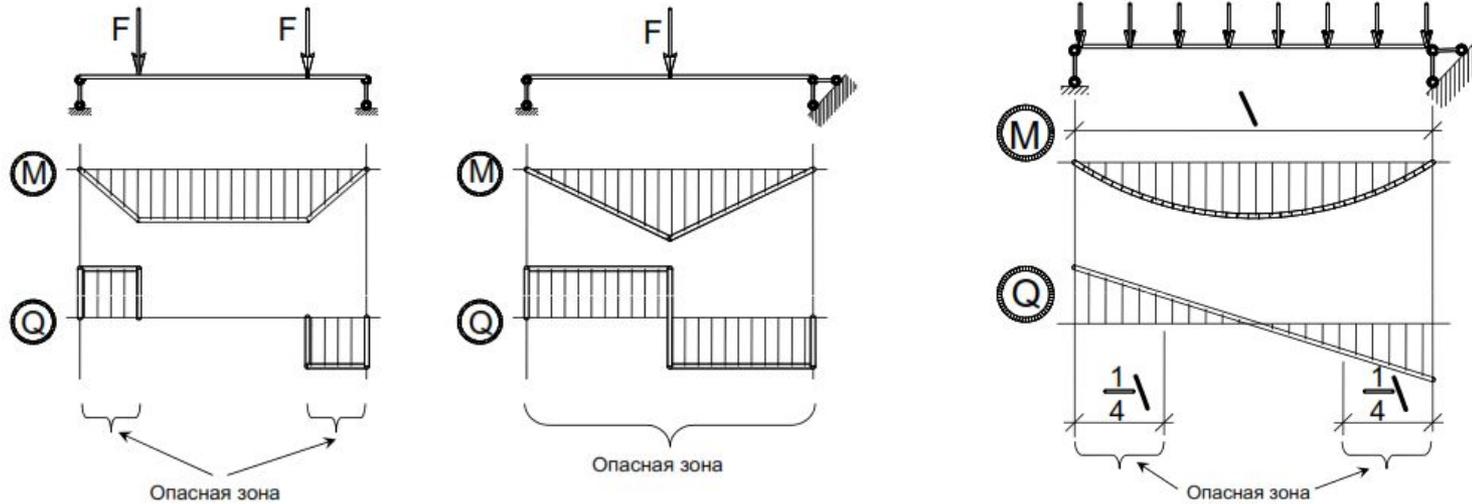
$$c_0 = 2 \cdot h_0$$

$$\text{при } \sqrt{\frac{M_b}{0.75 \cdot q_{sw}}} < c$$

$$c = c_0 = \sqrt{\frac{M_b}{0.75 \cdot q_{sw}}}$$

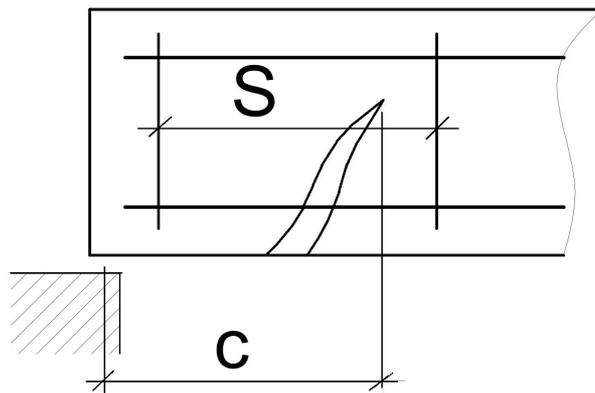
Конструктивные требования:

- В опасных зонах при равномерно распределенной нагрузке в $\frac{1}{4}$ пролета шаг хомутов устанавливается не более $h/2$ и не более 300 мм;



- в зонах, где поперечная сила может быть воспринята только бетоном, при $h > 300$ мм шаг хомутов не более $\frac{3}{4} h$ и не более 500 мм.
- в сплошных плитах, а также в многопустотных и часторебристых плитах высотой менее 300 мм и в балках (ребрах) высотой менее 150 мм на участках элемента, где поперечная сила по расчету воспринимается только бетоном, поперечную арматуру можно не устанавливать.
- диаметр поперечной арматуры **в вязаных** каркасах изгибаемых элементов принимают **не менее 6 мм**.
- **в сварных** каркасах диаметр поперечной арматуры принимают не менее диаметра, устанавливаемого **из условия сварки** с наибольшим диаметром продольной арматуры.

В расчетах необходимо учитывать, что опасная наклонная трещина может образоваться между двумя соседними хомутами, тогда она должна восприниматься только бетоном.



Из условия

$$Q = Q_b$$

можно определить максимально допустимое расстояние между хомутами:

$$Q \leq \frac{\varphi_{b2} \cdot R_{bt} \cdot b \cdot h_0^2}{c}$$

В новых нормах с запасом

$$c = S_{\max} = \frac{R_{bt} \cdot b \cdot h_0^2}{Q}$$

Порядок расчета на прочность по наклонным сечениям:

1. Определяем величину $q_{sw} = \frac{R_{sw} \cdot A_{sw}}{S}$, при этом S должно быть меньше S_{max}
2. Проверяем условие $q_{sw} \geq 0.25 \cdot R_{bt} \cdot b$. Если условие не выполняется, то хомуты не учитываются и элемент рассчитывается как балка без арматуры.
3. Определяем момент, воспринимаемый бетоном сжатой зоны $M_b = 1.5 \cdot R_{bt} \cdot b \cdot h_0^2$
4. Определяем величину проекции опасного наклонного сечения:
 - а. При действии сосредоточенных сил определяем величину пролета среза: c – равно расстоянию от опоры до точки приложения силы, но не больше $\sqrt{\frac{M_b}{0.75 \cdot q_{sw}}}$ не больше $3 \cdot h_0$ и не менее h_0 ;
 - б. При действии сплошной равномерно распределенной нагрузки $c = \sqrt{\frac{M_b}{q}}$. Но если $\sqrt{\frac{M_b}{q_1} < \frac{2 \cdot h_0}{1 - 0.5 \cdot \frac{q_{sw}}{R_{bt} \cdot b}}$ или $\frac{q_{sw}}{R_{bt} \cdot b} > 2$, то $c = \sqrt{\frac{M_b}{q + 0.75 \cdot q_{sw}}}$ не больше $3 \cdot h_0$ и не менее h_0 ;
5. Определяем величину проекции наклонной трещины $c_0 = c$, но не меньше h_0 и не больше $2 \cdot h_0$.
6. Определяем величины $Q_b = \frac{M_b}{c} = \frac{1.5 \cdot R_{bt} \cdot b \cdot h_0^2}{c}$ и $Q_{sw} = 0.75 \cdot q_{sw} \cdot c_0$
7. Проверяем условие: $Q \leq Q_b + Q_{sw}$ если условие выполняется – прочность обеспечена.

Порядок подбора поперечной арматуры при действии равномерно распределенной нагрузки.

1. Проверяем необходимость установки поперечной арматуры из условия:

$$Q_{\max} \leq 0.5 \cdot R_{bt} \cdot b \cdot h_0$$

2. Проверяем условие прочности по бетонной полосе между наклонными сечениями:

$$Q \leq 0.3 \cdot R_b \cdot b \cdot h_0$$

3. Вычисляем величину $Q_{b1} = 2 \cdot \sqrt{M_b \cdot q_1}$

если $Q_{b1} \geq \frac{2 \cdot M_b}{h_0} - Q_{\max}$ тогда $q_{sw} = \frac{Q_{\max}^2 - Q_{b1}^2}{3 \cdot M_b}$

если $Q_{b1} < \frac{2 \cdot M_b}{h_0} - Q_{\max}$ тогда $q_{sw} = \frac{Q_{\max} - Q_{b1}}{1.5 \cdot h_0}$

если $Q_{b1} < R_{bt} \cdot b \cdot h_0$ тогда $q_{sw} = \frac{Q_{\max} - 0.5 \cdot b \cdot h_0 - 3 \cdot h_0 \cdot q_1}{1.5 \cdot h_0}$

4. Проверяем условие $q_{sw} \geq 0.25 \cdot R_{bt} \cdot b$

Если оно не выполняется, то пересчитываем требуемую арматуру по формуле:

$$q_{sw} = \frac{\frac{Q_{\max}}{h_0} + 8 \cdot q_1}{1.5} - \sqrt{\left(\frac{\frac{Q_{\max}}{h_0} + 8 \cdot q_1}{1.5} \right)^2 - \left(\frac{Q_{\max}}{1.5 \cdot h_0} \right)^2} \quad \text{но не менее} \quad \frac{\frac{Q_{\max}}{h_0} - 3 \cdot q_1}{3.5}$$

5. Задаемся шагом хомутов S . Проверяем максимально допустимый шаг хомутов по конструктивным требованиям и по формуле:

$$S_{\max} = \frac{R_{bt} \cdot b \cdot h_0^2}{Q}$$

6. Определяем требуемую площадь хомутов: $A_{sw} = \frac{q_{sw} \cdot S}{R_{sw}}$

Порядок подбора поперечной арматуры при действии сосредоточенных сил.

1. Проверяем необходимость установки поперечной арматуры из условия:

$$Q_{\max} > 0.5 \cdot R_{bt} \cdot b \cdot h_0$$

2. Проверяем условие прочности по бетонной полосе между наклонными сечениями:

$$Q \leq 0.3 \cdot R_b \cdot b \cdot h_0$$

3. Задаемся начальной величиной поперечного армирования. Для этого вычисляем величину: $\alpha = \frac{c_i}{h_0}$ (принимая c_i равным расстоянию от опоры до точки приложения силы).

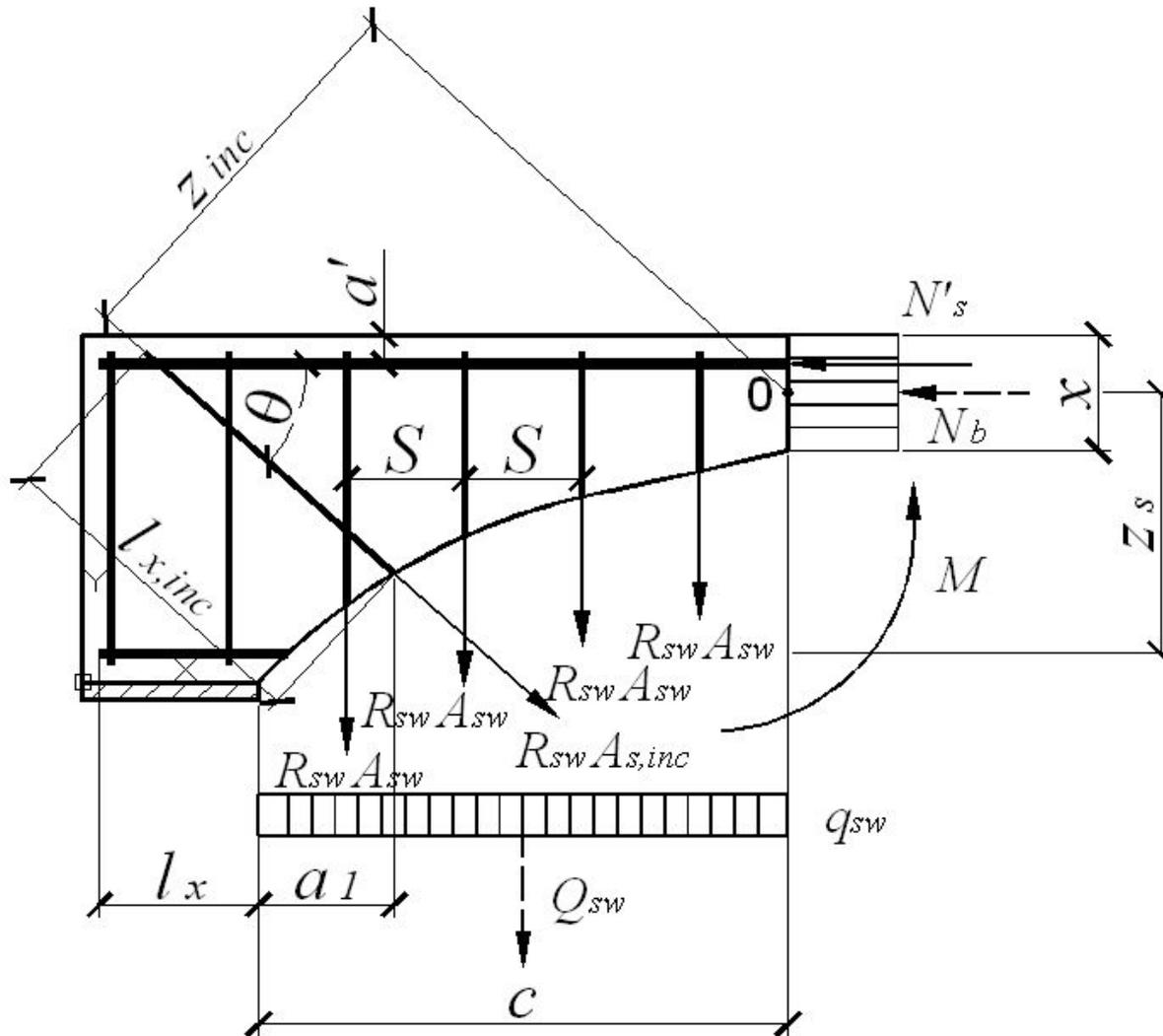
При $\varepsilon_i = \frac{Q_i}{R_{bt} \cdot b \cdot h_0} \geq \varepsilon_{zp} = \frac{1.5}{\alpha} + 0.187 \cdot \alpha_0$ принимаем $q_{sw} = 0.25 \cdot R_{bt} \cdot b \cdot \frac{\varepsilon_{zp}}{\varepsilon}$

При $\varepsilon_i > \varepsilon_{zp}$ принимаем $q_{sw} = R_{bt} \cdot b \cdot \frac{\varepsilon - \frac{1.5}{\alpha}}{0.75 \cdot \alpha_0}$

где α_0 - меньшее из значений α и 2.

4. Проверяем прочность по поперечной силе и конструктивные требования, как указано выше.

Расчет железобетонных элементов по наклонным сечениям на действие моментов.



Формулы прочности наклонных сечений на действие изгибающего момента.

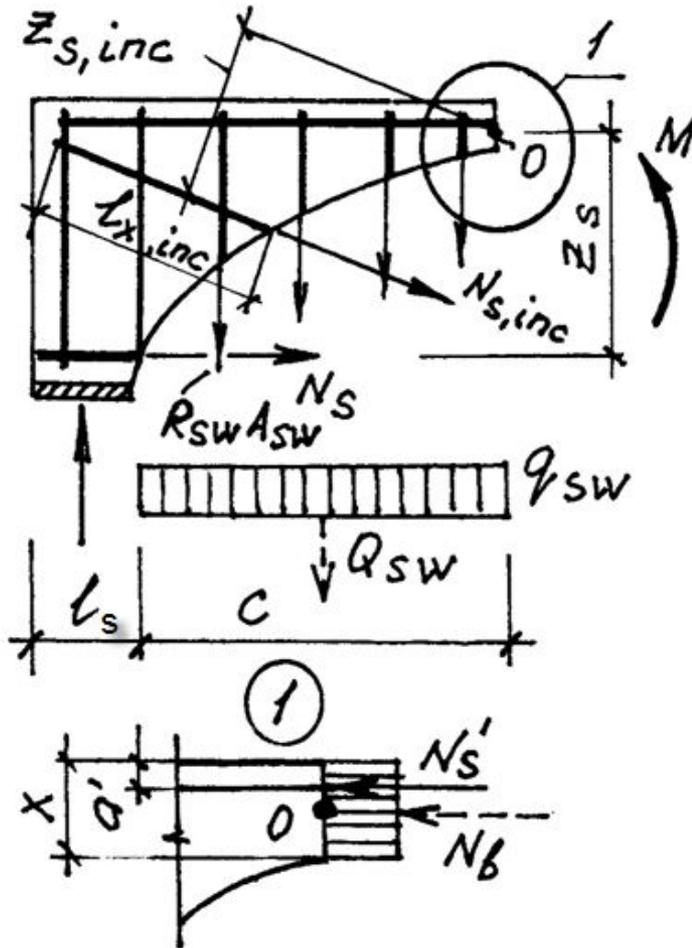
Сумма моментов определяется относительно центра сжатой зоны бетона. Условие прочности:

$$M \leq M_s + M_{sw}$$

M – момент в наклонном сечении с длиной проекции c на продольную ось элемента от всех внешних сил, расположенных по одну сторону от рассматриваемого наклонного сечения;

M_s – момент, воспринимаемый продольной арматурой, пересекающей наклонное сечение;

M_{sw} – момент воспринимаемый поперечной арматурой, пересекающей наклонное сечение.



$$M_s = N_s \cdot z_s$$

N_s – усилие в продольной растянутой арматуре, при отсутствии анкеров в пределах зоны анкеровки (т.е. если анкеровка не обеспечена) принимаемое равным:

$$N_s = R_s \cdot A_s \cdot \frac{l_s}{l_{an}}$$

l_s – расстояние от конца арматуры до точки пересечения с ней наклонного сечения;
 l_{an} – длина зоны анкеровки

Плечо внутренней пары сил z_s определяется по формуле:

$$z_s = h_0 - 0.5 \cdot x = h_0 - \frac{N_s}{2 \cdot R_b \cdot b}$$

Можно определять z_s по упрощенной формуле: $z_s = 0.9 \cdot h_0$

$$M_{sw} = 0.5 \cdot q_{sw} \cdot c^2$$

Определение проекции расчетного сечения.

1. При расчете прочности на M наклонное сечение и наклонную трещину не разделяют, а пользуются единой проекцией c .
2. Имеется ограничение: $c \leq 2ho$.
3. Расчетное сечение определяется из условия минимума несущей способности по изгибаемому моменту

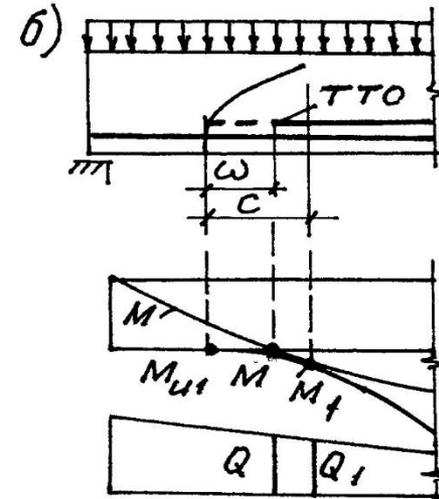
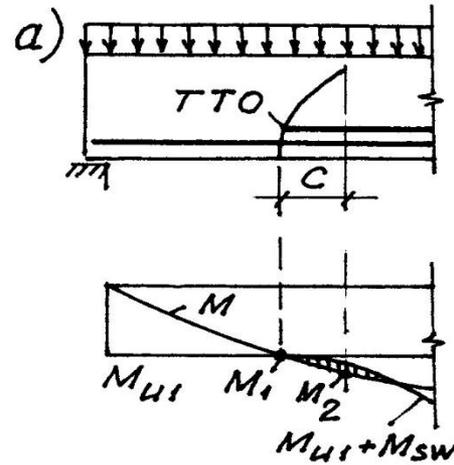
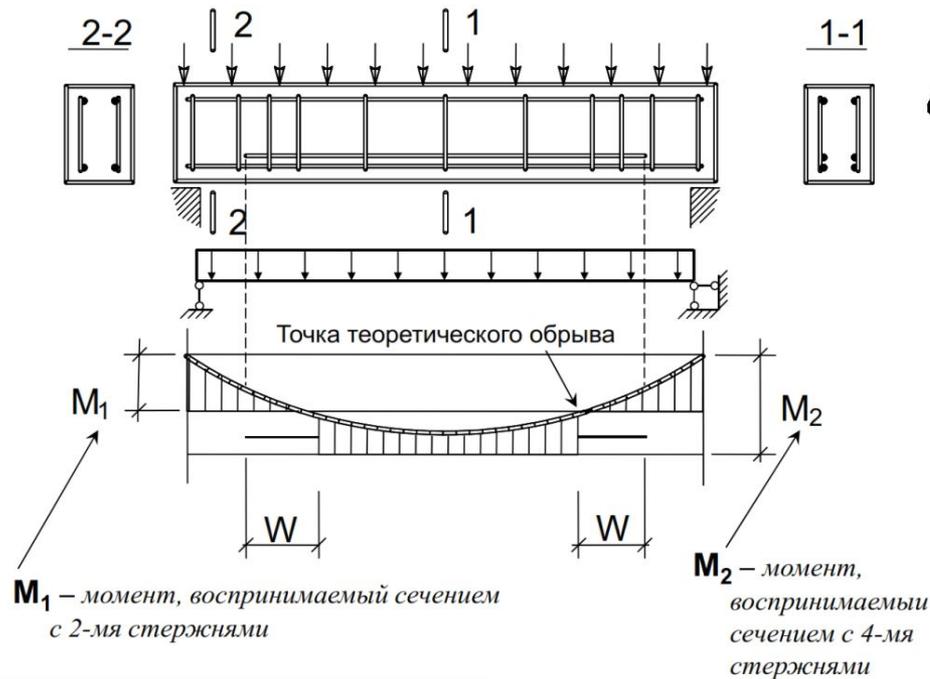
$$\frac{d(M_u - M)}{dc} = 0$$

- а) Так как $M_s = N_s \cdot z_s = \text{const}$, при действии равномерно распределенной нагрузки:

$$c = \frac{Q_{\max}}{q_{sw} + q}$$

- б) При действии сосредоточенной силы значение c принимается наименьшему из двух величин: расстояния от опоры до точки приложения сосредоточенных сил или

$$\frac{Q_{\max}}{q_{sw}}$$



$$M_{sw} = \frac{q_{sw} \cdot c^2}{2}$$

Из условия минимума несущей способности по изгибающему моменту в наклонном сечении:

$$w = \frac{Q}{2 \cdot q_{sw}} + 5 \cdot d_s \geq 15 \cdot d_s$$

при этом, если $\frac{Q}{2 \cdot q_{sw}} > h_0$

$$w = 2 \cdot h_0 \cdot \left(1 - \frac{q_{sw} \cdot h_0}{Q} \right) + 5 \cdot d_s \geq 15 \cdot d_s$$