

ПЛАН ЛЕКЦИИ:

1. Центральное растяжение
2. Центральное сжатие
3. Поперечный изгиб
4. Косой изгиб
5. Внецентренное растяжение и растяжение с изгибом
6. Внецентренное сжатие и сжатие с изгибом

ЗАДАНИЕ НА САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ ПОДГОТОВКУ:

1. Влияние условий закрепления концов на расчет сжатых деревянных элементов
2. Расчет на устойчивость плоской формы деформирования изгибаемых и сжато-изгибаемых элементов
3. Влияние касательных напряжений на прогибы изгибаемых элементов
4. Определение прогиба балок с использованием метода конечных разностей

1. ЦЕНТРАЛЬНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ

$$\frac{N}{F_{\text{нт}}} \leq R_p$$

где N - расчетная продольная сила; R_p - расчетное сопротивление древесины растяжению вдоль волокон; $F_{\text{нт}}$ - площадь поперечного сечения элемента нетто.

Наименование элементов конструкций	Предельная гибкость $\lambda_{\text{макс}}$
1. Сжатые пояса, опорные раскосы и опорные стойки ферм, колонны	120
2. Прочие сжатые элементы ферм и других сквозных конструкций	150
3. Сжатые элементы связей	200
4. Растянутые пояса ферм в вертикальной плоскости	150
5. Прочие растянутые элементы ферм и других сквозных конструкций	200
Для опор воздушных линий электропередачи	
6. Основные элементы (стойки, приставки, опорные раскосы)	150
7. Прочие элементы	175
8. Связи	200

Согласно назначению проектируемого элемента принимаем по таблице предельную гибкость $\lambda_{\text{макс}}$

$$\lambda = \frac{l_0}{r}$$

Тогда, для прямоугольного сечения

$$r = \sqrt{\frac{I}{F}} = \sqrt{\frac{bh^3}{12bh}} = \sqrt{\frac{h^2}{12}} = \frac{h}{\sqrt{12}} \approx 0,289h$$

Радиус инерции сечения

$$\lambda = \frac{l_0}{0,289h}$$

Из условия предельной гибкости определяем h

$$h = \frac{l_0}{0,289 \cdot \lambda_{\text{макс}}} = 3,464 \cdot \frac{l_0}{\lambda_{\text{макс}}}$$

$$b = \frac{N}{h \cdot R_p}$$

Далее увязываем b и h с сортаментом

4.2 ЦЕНТРАЛЬНОЕ СЖАТИЕ

$$\frac{N}{\varphi F_{рас}} \leq R_c$$

Ширину сечения b назначаем либо из условия предельной гибкости $\lambda_{макс}$

Либо из условия обеспечения монтажной жесткости:

Вид конструкций	Пролет l , м	Ширина сечения b , мм	Вид конструкций	Пролет l , м	Ширина сечения b , мм
Балки, арки, фермы с неразрезным верхним поясом и гнутоклееные рамы	До 18	120	Фермы с разрезным верхним поясом и рамы с зубчатым соединением в карнизном узле	До 15	120
	21-24	140		18-21	140
	27-30	170		24	170
	33-36	210		27-30	210

Тогда коэффициент продольного изгиба φ находим по формуле

$$\varphi = \frac{3000}{\lambda^2} = \frac{3000}{\left(\frac{\sqrt{12} \cdot l_0}{h}\right)^2} = \frac{3000 \cdot h^2}{12 \cdot l_0^2} = 250 \cdot \frac{h^2}{l_0^2}$$

С учетом этого

$$\frac{N}{\varphi F_{\text{рас}}} = \frac{N}{250 \cdot \frac{h^2}{l_0^2} \cdot bh} = \frac{N}{250 \cdot \frac{bh^3}{l_0^2}} \leq R_c$$

Отсюда высота сечения

$$h = \sqrt[3]{\frac{N \cdot l_0^2}{250 \cdot b \cdot R_c}}$$

Далее увязывают размеры с сортаментом и проверяют гибкость. Если гибкость больше 70, то расчет завершен. Если меньше или равно, то пересчитывают коэффициент продольного изгиба и проверяют устойчивость.

3. ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ

Назначают b (см. выше). Из условия прочности по скалывающим напряжениям

$$\frac{QS'_{\text{бр}}}{I_{\text{бр}} b_{\text{рас}}} = \frac{Q \cdot \frac{bh^2}{8}}{\frac{bh^3}{12} \cdot b} = 1,5 \cdot \frac{Q}{bh} \leq R_{\text{ск}}$$

Высота поперечного сечения будет равна

$$h = \frac{1,5 \cdot Q}{b \cdot R_{\text{ск}}} \quad (1)$$

Из условия прочности по нормальным напряжениям

$$\frac{M}{W} = \frac{M}{bh^2} = \frac{6 \cdot M}{bh^2} \leq R_u$$

Высота поперечного сечения будет равна

$$h = \sqrt{\frac{6 \cdot M}{b \cdot R_u}} \quad (2)$$

Из условия недопущения предельных прогибов (например, для балки загруженной равномерно распределенной нагрузкой) без учета деформаций сдвига

$$\frac{f}{l} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q^H \cdot l^3}{E \cdot I} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q^H \cdot l^3}{E \cdot \frac{bh^3}{12}} = \frac{q^H \cdot l^3}{6,4 \cdot E \cdot bh^3} \leq \left[\frac{f}{l} \right]$$

Высота поперечного сечения будет равна

$$h = \sqrt[3]{\frac{q^H \cdot l^3}{6,4 \cdot b \cdot E \cdot \left[\frac{f}{l} \right]}} = l \cdot \sqrt[3]{\frac{q^H}{6,4 \cdot b \cdot E \cdot \left[\frac{f}{l} \right]}} \quad (3)$$

Из выражений (1)-(3) принимают наибольшую высоту сечения ***h*** и увязывают с сортаментом. Затем проверяют устойчивость плоской формы деформирования.

$$\frac{M}{\varphi_M W_{бр}} \leq R_{и}$$

и прогиб с учетом сдвига

$$f = f_0 \left[1 + c \left(\frac{h}{l} \right)^2 \right]$$

4. КОСОЙ ИЗГИБ

Из условия соотношения размеров поперечного сечения, соответствующих наименьшей площади поперечного сечения, обеспечивающего прочность при косом изгибе

$$h = b \cdot ctg\alpha$$

Условие прочности по нормальным напряжениям запишется

$$\frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} = \frac{M_x \cdot 6}{b^2 \cdot (b \cdot ctg\alpha)} + \frac{M_y}{b \cdot (b \cdot ctg\alpha)^2} \leq R_{И}$$

или

$$6 \cdot M_x \cdot ctg\alpha + 6 \cdot M_y \leq b^3 \cdot ctg^2\alpha \cdot R_{И}$$

отсюда

$$b = 1,817 \sqrt[3]{\frac{M_x \cdot ctg\alpha + M_y}{R_{И} \cdot ctg^2\alpha}}$$

Далее находят ***h***, увязывают размеры с сортаментом и проверяют прогиб.

5. ВНЕЦЕНТРЕННОЕ РАСТЯЖЕНИЕ И РАСТЯЖЕНИЕ С ИЗГИБОМ

Назначают ширину сечения b . Из условия прочности по нормальным растягивающим напряжениям

$$\frac{N}{F_{\text{расч}}} + \frac{MR_p}{W_{\text{расч}} R_u} = \frac{N}{bh} + \frac{6 \cdot M \cdot R_p}{R_u \cdot bh^2} \leq R_p$$

или

$$R_u \cdot h \cdot N + 6 \cdot M \cdot R_p \leq R_p \cdot R_u \cdot bh^2$$

отсюда

$$h = \frac{R_u \cdot N \pm \sqrt{(R_u \cdot N)^2 + 24 \cdot b \cdot R_p^2 \cdot R_u \cdot M}}{12 \cdot M \cdot R_p}$$

Далее размеры сечения увязывают с сортаментом

6. ВНЕЦЕНТРЕННОЕ СЖАТИЕ И СЖАТИЕ С ИЗГИБОМ

Условие прочности по нормальным напряжениям:

$$\frac{N}{F_{\text{расч}}} + \frac{M_{\text{д}}}{W_{\text{расч}}} = \frac{N}{bh} + \frac{6 \cdot M}{\xi \cdot bh^2} \leq R_c$$

Как правило

$$\xi = 0,6 \div 0,8$$

Примем

Назначают ***b*** (см. выше).

Тогда условие прочности запишется

$$\frac{N}{bh} + \frac{6 \cdot M}{0,6 \cdot bh^2} = \frac{N}{bh} + 10 \frac{M}{bh^2} \leq R_c$$

или

$$bh^2 \cdot R_c - N \cdot h - 10 \cdot M = 0$$

Отсюда

$$h = \frac{N \pm \sqrt{N^2 + 40 \cdot b \cdot R_c \cdot M}}{2 \cdot b \cdot R_c}$$

Далее увязывают размеры с сортаментом и выполняют все проверки. Процесс итерационный.