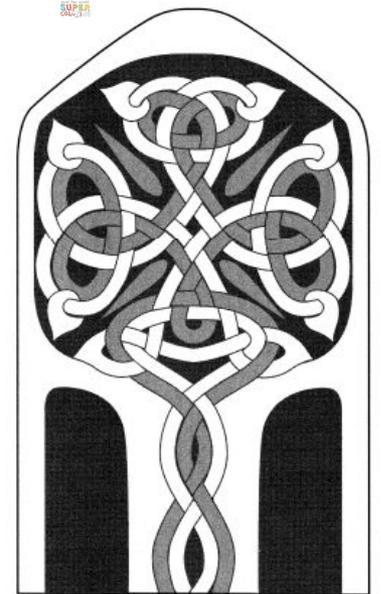
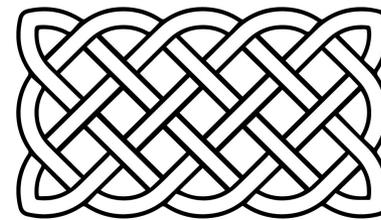




# Теория узлов

Лектор:  
Влада Сергеевна  
Бурмак

# Исторический аспект



# Узел

В обычном смысле под узлом понимается отрезок веревки, расположенный в трехмерном пространстве, а под развязыванием узла – выпрямление этого отрезка путем деформирования его в трехмерном пространстве. Однако если рассматривать узлы с такой точки зрения, то все узлы будут развязываемыми (один конец можно легко протащить через весь узел). Поэтому, для того чтобы иметь содержательную теорию, нужно каким-либо образом закрепить концы (например, взяв два конца в руки, в процессе деформации не выпускать их из рук). Поэтому под узлом будем понимать веревку в трехмерном пространстве, концы которой соединены.



# Изотропия узлов

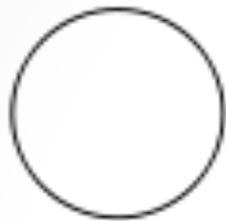
Если задан узел, то его можно шевелить (производить изотопию), двигая его в трехмерном пространстве, при этом не разрывая и не склеивая веревку ни в каких точках (в том числе и не разводя концы).

Возникает естественный вопрос (главный в теории узлов): как по двум заданным узлам понять, изотопны они или нет. Иными словами, можно ли из одного узла без разрезов и склейки получить другой.

Частным случаем является вопрос о распознавании тривиальности того или иного узла то есть о том, является ли заданный узел изотопным тривиальному узлу (то есть можно ли его развязать).



# Простейшие нетривиальные узлы



Unknot



$3_1$



$4_1$



$5_1$



$5_2$



$6_1$



$6_2$



$6_3$



$7_1$



$7_2$



$7_3$



$7_4$



$7_5$

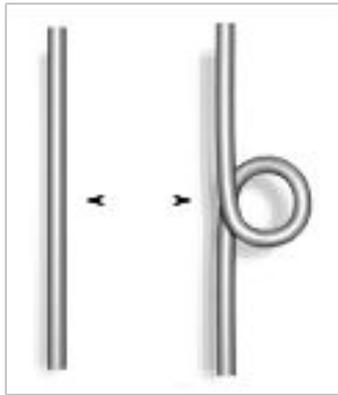


$7_6$

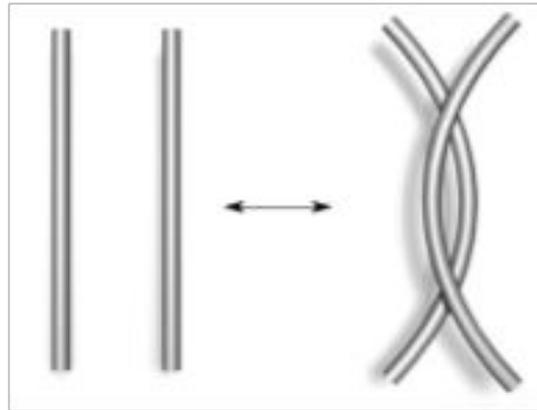


$7_7$

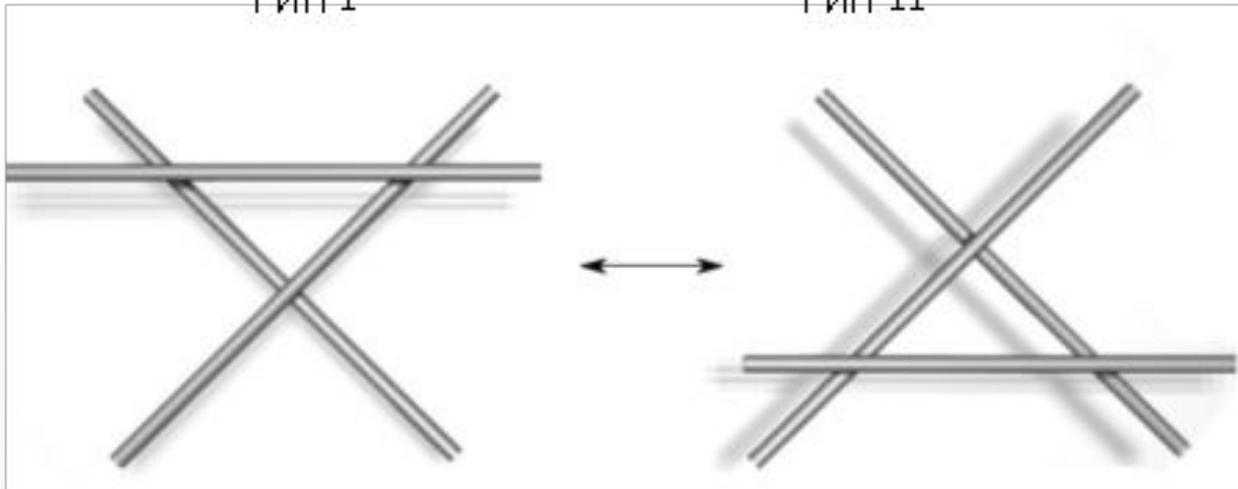
# Движения Рейдемейстера



Тип I



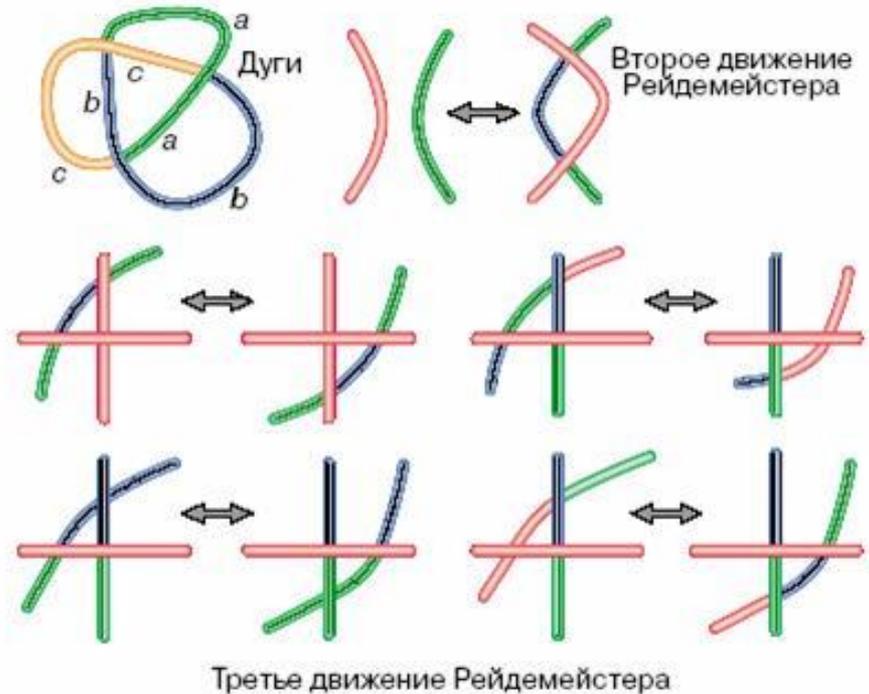
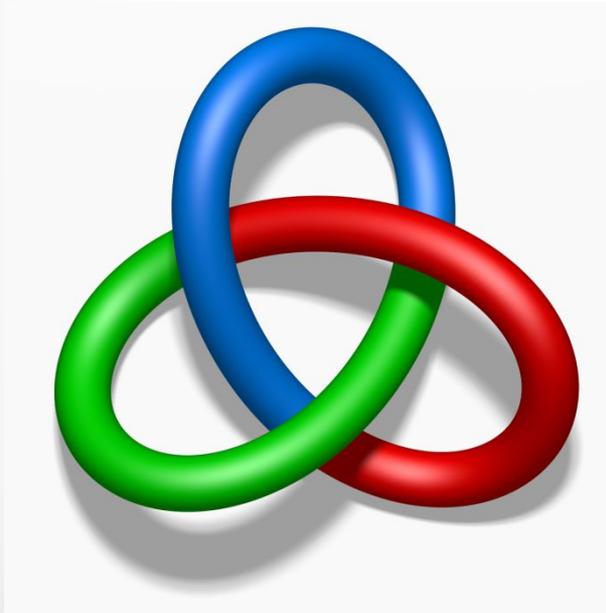
Тип II



Тип III

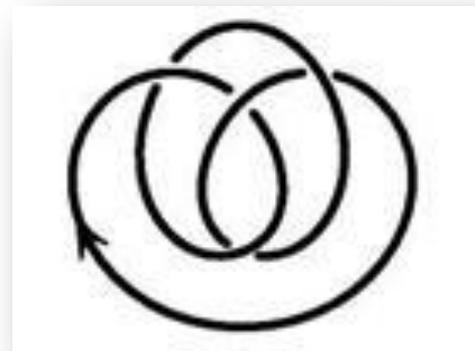
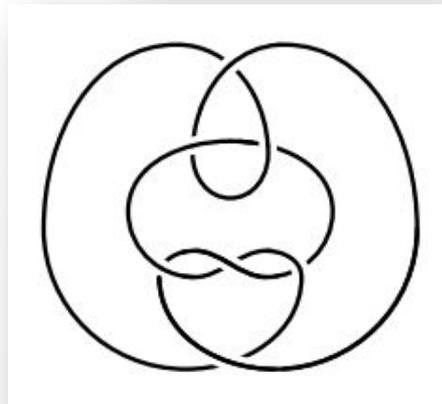
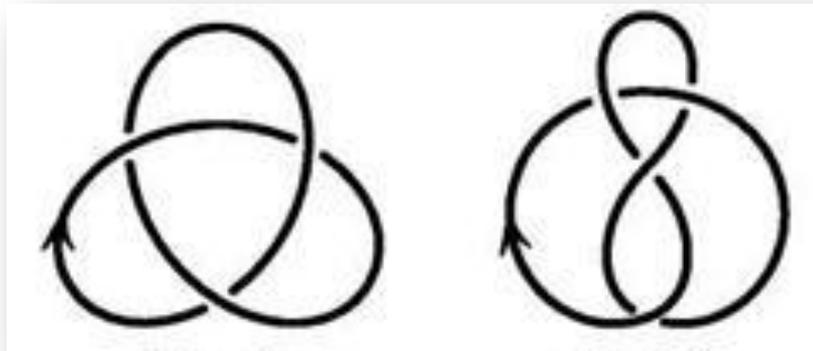
# Трёхцветные раскраски узлов

Будем раскрашивать дуги в три цвета таким образом, чтобы в каждой вершине три дуги были покрашены либо в один цвет, либо в три разных цвета. Такие раскраски назовем *правильными*. Количество правильных раскрасок диаграммы зацепления назовем значением функции раскрасок на данной диаграмме зацепления.

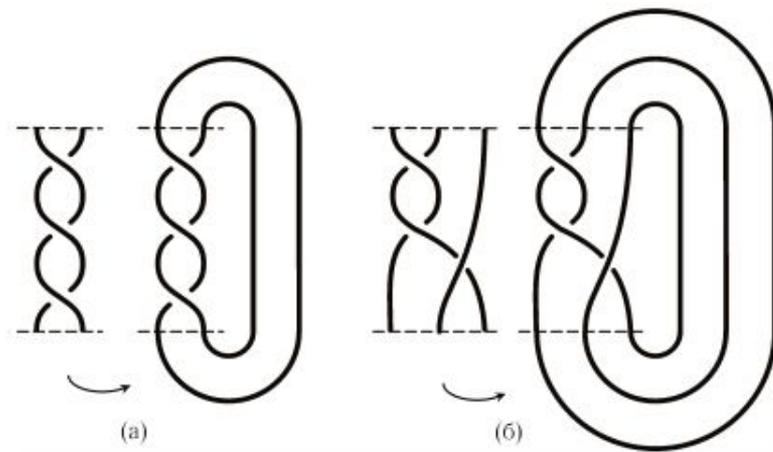
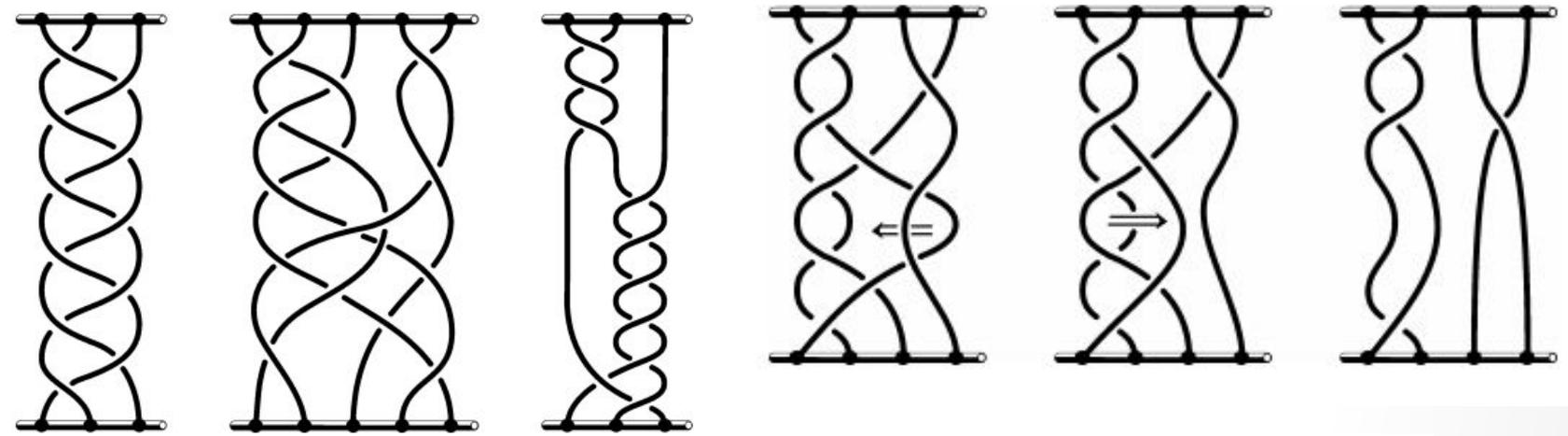


# Практика раскрасок

Определите являются ли следующие узлы тривиальными?



# Косы



# Математический объект: группа

Непустое множество  $G$  с заданной на нём бинарной операцией  $\oplus$  называется группой  $\langle G; \oplus \rangle$ , если выполняются свойства:

- **замкнутость**

если  $a, b \in G$  и  $a \oplus b = c$ , где  $c \in G$

- **ассоциативность**

$a \oplus (b \oplus c) = (a \oplus b) \oplus c$ , где  $a, b, c \in G$ ;

- **наличие нейтрального элемента  $e$**

для любого  $a \in G$ :  $a \oplus e = e \oplus a = a$

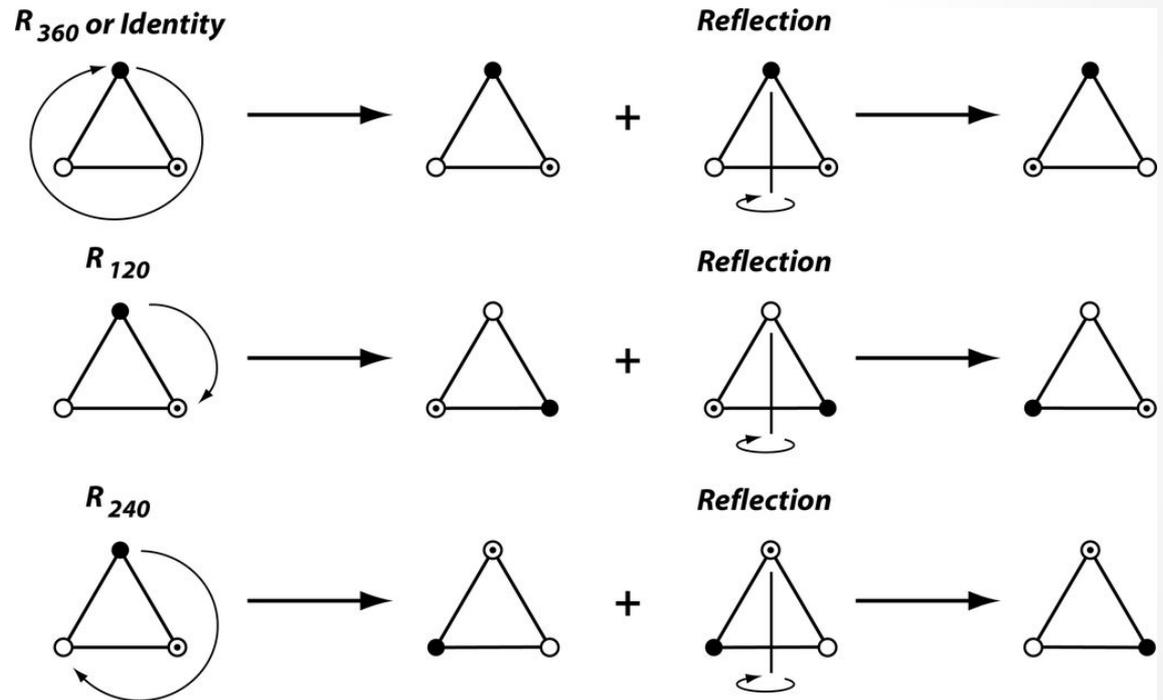
- **наличие обратного элемента:**

для любого  $a \in G$ , найдётся такой  $a^{-1} \in G$  :  $a \oplus a^{-1} = a^{-1} \oplus a = e$

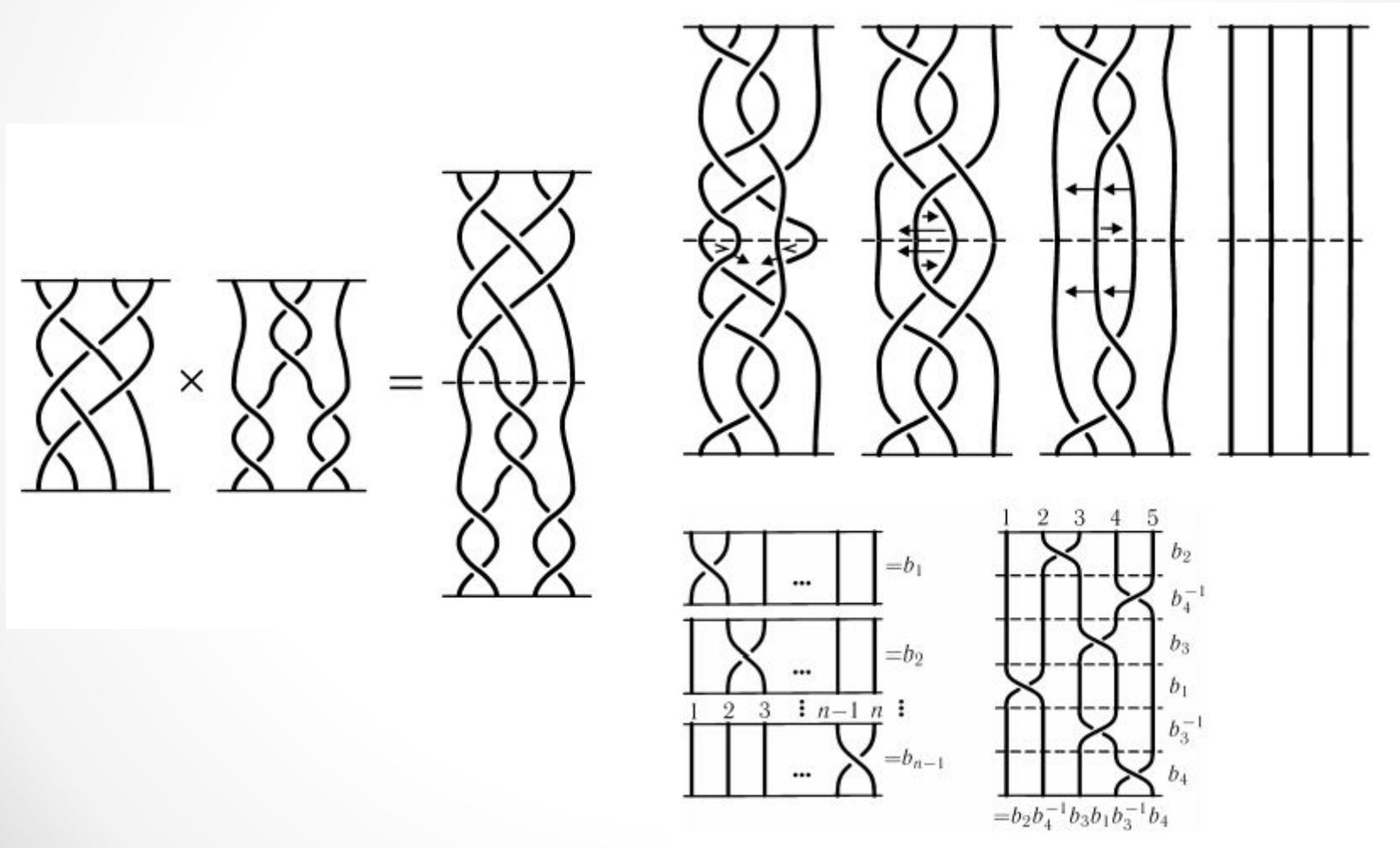


# Известные группы

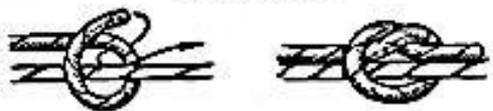
- $\langle \mathbb{Z}; + \rangle$
- $\langle \mathbb{Q}; + \rangle$
- $\langle \mathbb{R}; + \rangle$
- $\langle \mathbb{R}; \bullet \rangle$
- Группы симметрий



# Группа кос



Контрольный



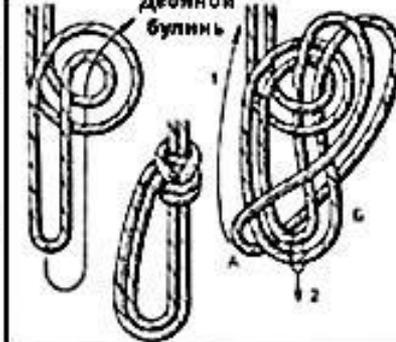
Брамшкотовый



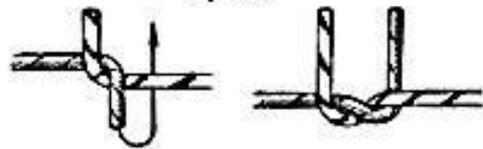
Булинь



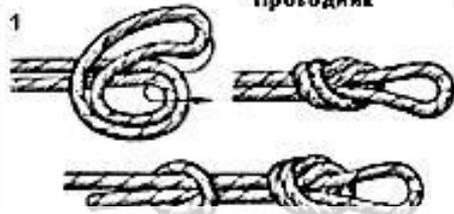
Двойной булинь



Прамой



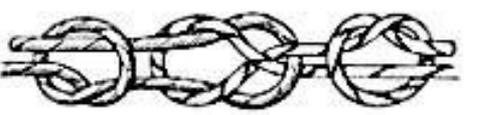
Проводник



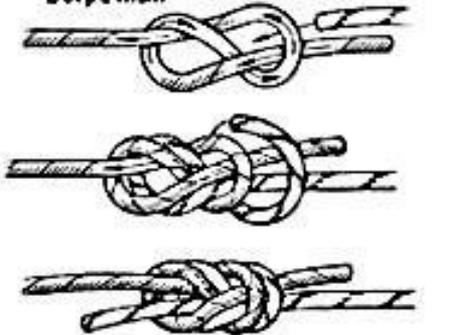
# ПРАКТИКА

# ПЛЕТЕНИЯ УЗЛОВ

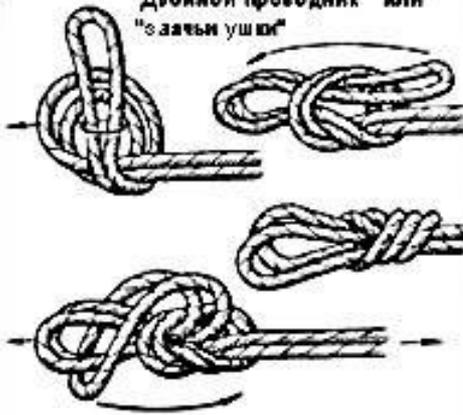
Шкотовый



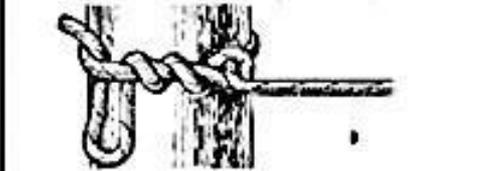
Встречный



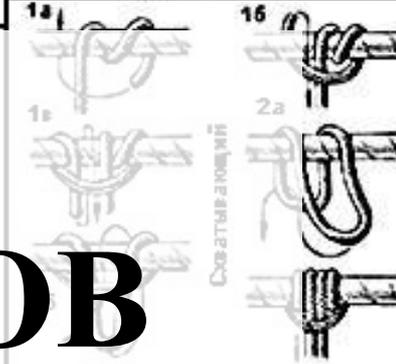
Двойной проводник или "зачьти уши"



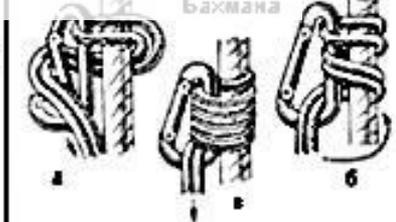
Штык



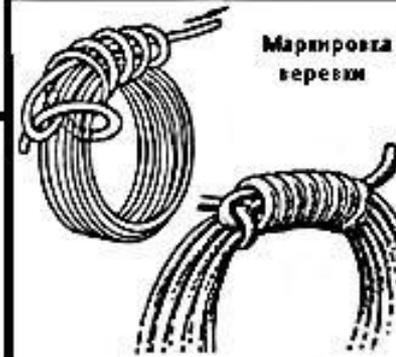
Схватывающий



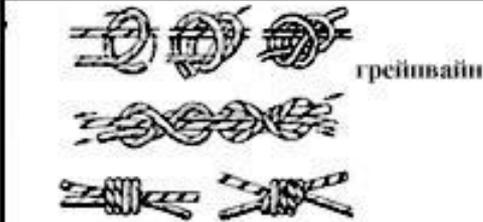
Бахмана



Маршрута березки



грейпвайн



# Прямой узел (+)

— узел легко вяжется;

(-)

— под нагрузкой сильно  
затягивается;

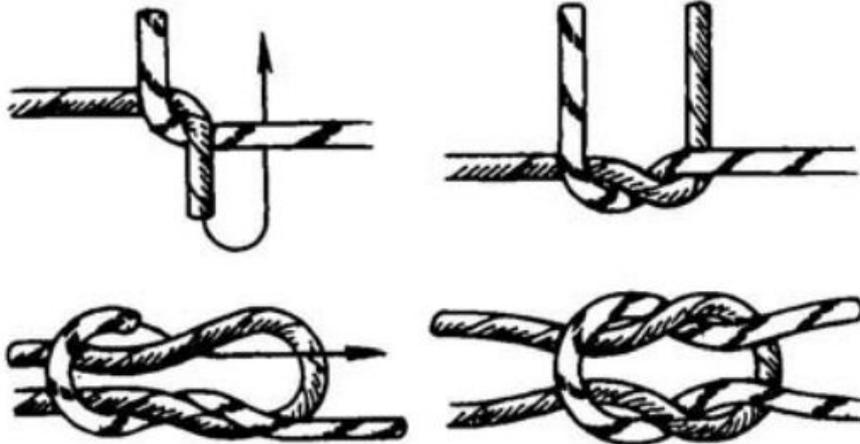
— самопроизвольно  
развязывается — «ползёт»,  
особенно на мокрых, жестких и  
обледенелых веревках;

(!)

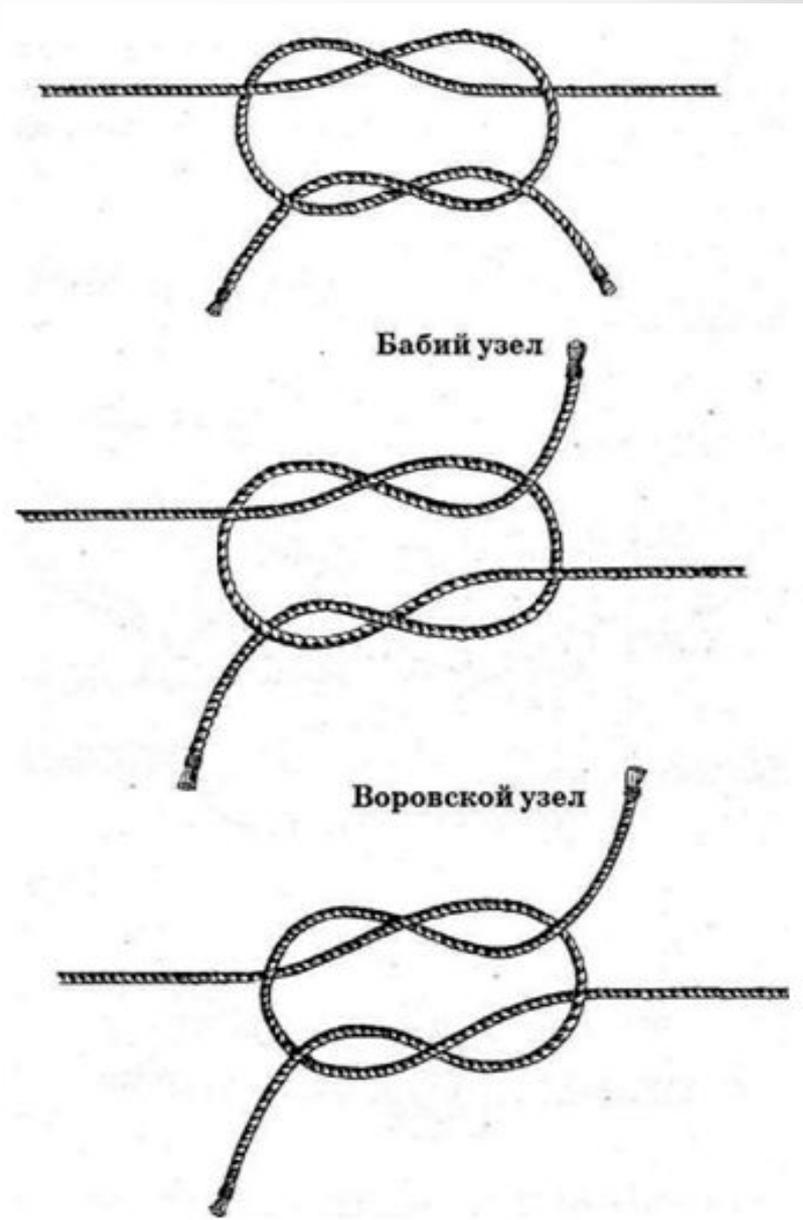
— используется для связывания  
веревки одинакового диаметра;

— использование без

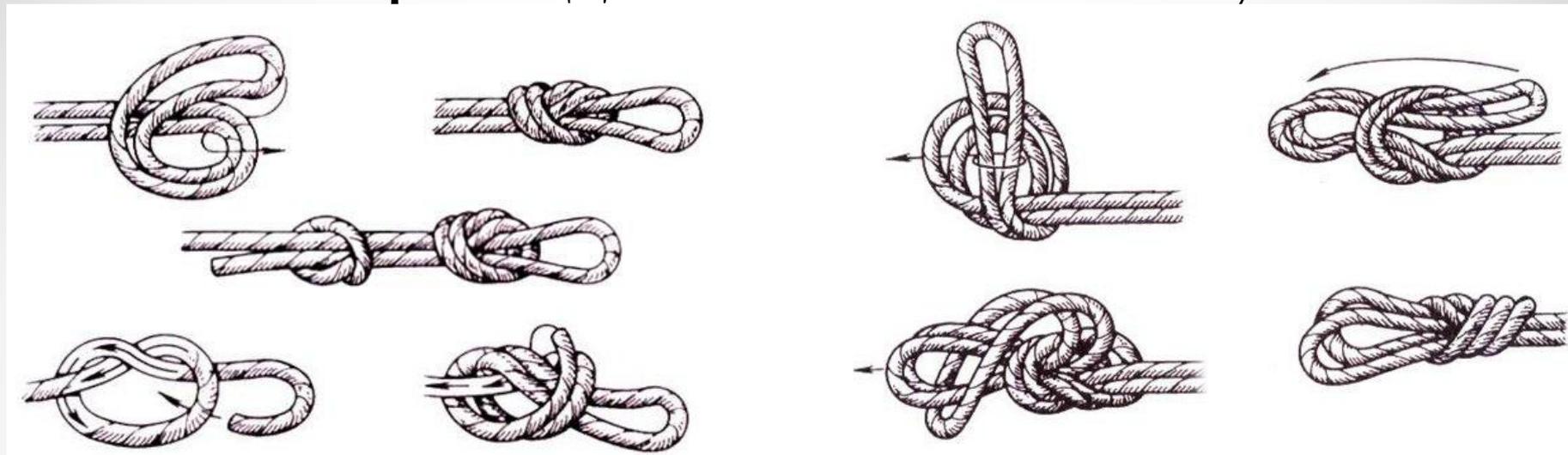
контрольных узлов недопустимо.



# Бабский и воровской узел



# Узел «Проводник» и «Заячьи ушки»



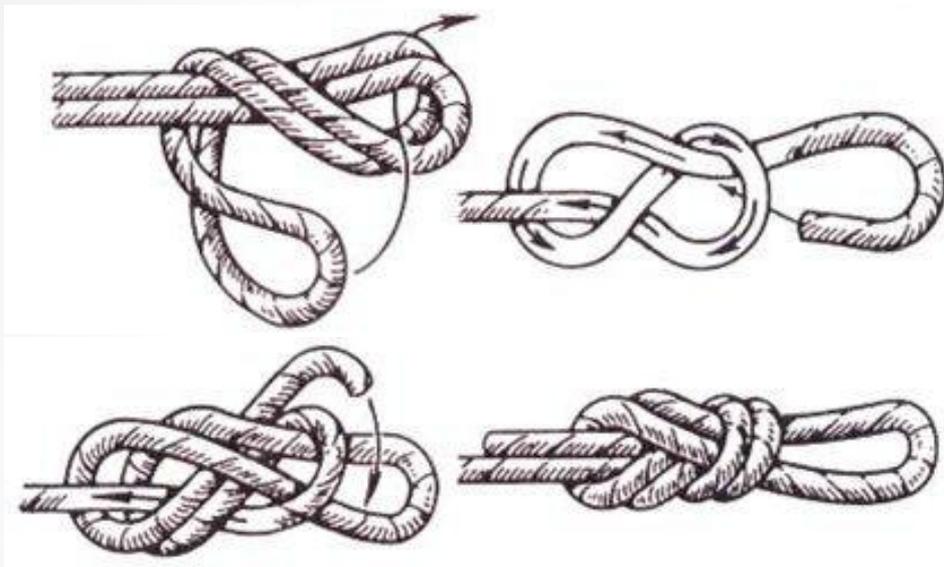
## Узел «проводник»

- (+) — узел легко вяжется как на конце веревки, так и в середине;
  - может вязаться одним концом;
- (-) — под нагрузкой сильно затягивается;
  - «ползёт», особенно на жесткой веревке;
- (!) — необходим контрольный узел;
  - не рекомендуется использовать при больших нагрузках.

## Узел «заячьи ушки»

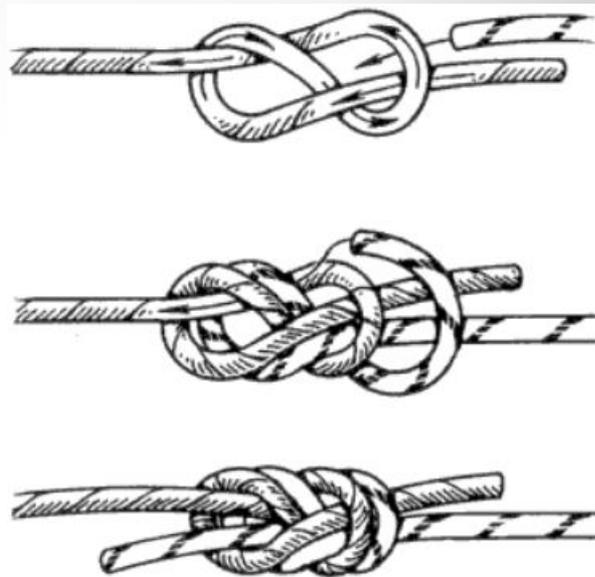
- (+) — образует двойную петлю, что увеличивает ее прочность на разрыв;
  - «не ползёт»;
- (-) — под нагрузкой сильно затягивается;
- (!) — может использоваться везде, где нужна прочная петля;
  - применяется в альпинизме для организации связок, для транспортировки пострадавшего на небольшую глубину.

# Узел «Восьмёрка»



## Узел «восьмерка»

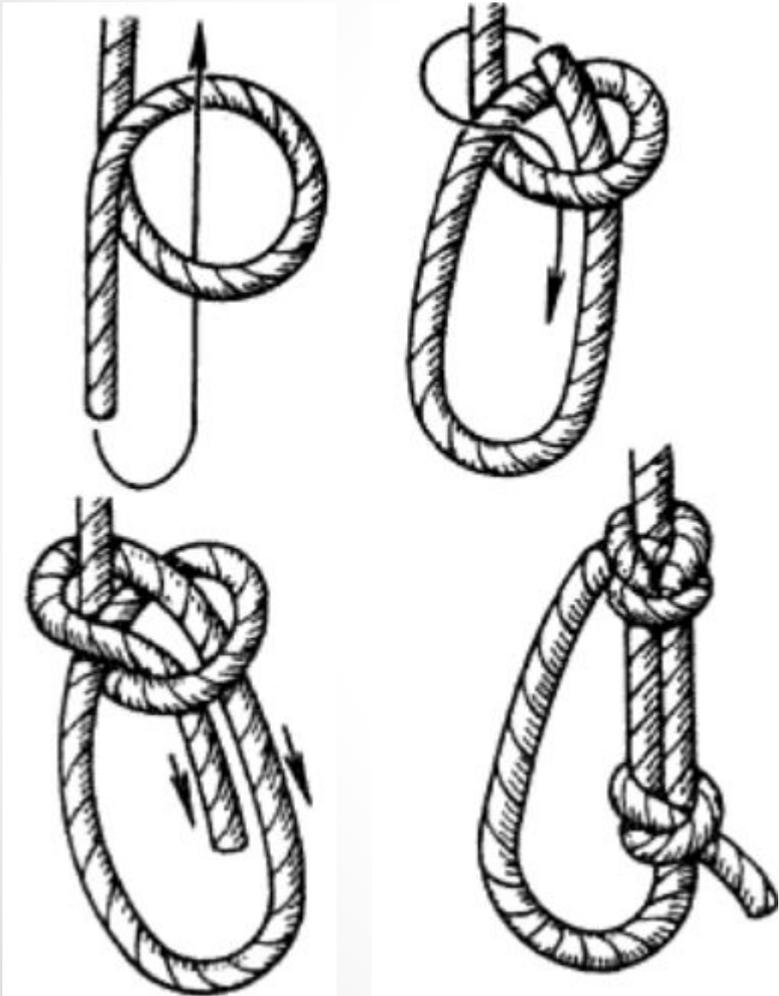
- (+) — узел легко вяжется как на конце веревки, так и в середине;
- может вязаться одним концом;
- под нагрузкой сильно не затягивается;
- «не ползёт»;
- (!) — удобен для образования надежной петли;
- применяется в альпинизме для организации связок и др.



## Узел «встречная восьмерка»

- (!) — надежный узел, хорошо держит;
- «не ползёт»;
- (-) — вяжется медленно;
- сильно затягивается;
- (!) — используется для связывания веревок как одинакового, так и разного диаметров.

# Беседочный узел



Беседочный узел («булинь»)

(+) — простой и надежный узел;

— под нагрузкой сильно не  
затягивается;

(-) — «ползёт» при переменных  
нагрузках;

(!) — применяется для крепления  
веревки к кольцам, проушинам и т.п.,  
для обвязывания вокруг опоры (дерево,  
столб, камень и др.);

— широко используется в альпинизме  
для организации связок при отсутствии  
специальных страховочных поясов или  
систем (пояс + беседка).;

— необходим контрольный узел.



# Теория узлов

Лектор:  
Влада Сергеевна  
Бурмак