Квадратичная функция её свойства и графики.

Дьячкова Татьяна
ГБОУ СОШ №1631

Квадратичные функции используются уже много лет. Формулы решения квадратных уравнений в Европе были впервые изложены в 1202 г. итальянским математиком **Леонардом Фибоначчи**.

Общее правило решения квадратных уравнений, приведенных к единому каноническому виду $ax^2+вx+c=0$, было сформулировано в Европе лишь в 1544 г. **Штифелем**.

Определение:

- Квадратичной функцией называется функция, которую можно записать формулой вида $y = ax^2 + bx + c$, где x – независимая переменная, a, b и c – некоторые числа, причем $a \neq 0$.

Свойства:

Свойства функции и вид ее графика определяются, в основном, значениями коэффициента *a* и дискриминанта.

- *Область определения: D(f)=R ;*
- *Область значений:*

  при $a > 0$ $[-D/(4a); \infty)$

  при $a < 0$ $(-\infty; -D/(4a)]$;

- *Четность, нечетность*:

при $b = 0$ функция четная

при $b \neq 0$ функция не является ни четной, ни нечетной.

- *Нули:*

при $a < 0$ $(-\infty; -D/(4a)]$;

при D > 0 два нуля: $X_{1,2} = -b \mp \sqrt{D} / 2a$

при D = 0 один нуль: $X = -b / 2a$

при D < 0 нулей нет

Теорема Виета

Для того чтобы числа x_1, x_2, были решениями уравнения $ax^2+bx+c=0$ необходимо и достаточно, чтобы

$x_1+x_2=-b/a$;

$x_1x_2=c/a$

-*Промежутки монотонности:*

при а > 0 $\begin{cases} \text{функция возрастает при } x \in \left[-b/(2a); \infty\right) \\ \text{функция убывает при } x \in \left(-\infty; -b/(2a)\right] \end{cases}$

при а < 0 $\begin{cases} \text{функция возрастает при } x \in \left(-\infty; -b/(2a)\right] \\ \text{функция убывает при } x \in \left[-b/(2a); \infty\right) \end{cases}$

График:

- Графиком квадратичной функции является ***парабола*** – кривая, симметричная относительно прямой , проходящей через вершину параболы (вершиной параболы называется точка пересечения параболы с осью симметрии).

Графиком квадратичной функции является парабола получаемая из графика функции $y = ax^2$ с помощью двух параллельных переносов:

1) сдвига вдоль оси OX на x_0 единиц (вправо, если $x_0 > 0$ и влево, если $x_0 < 0$).

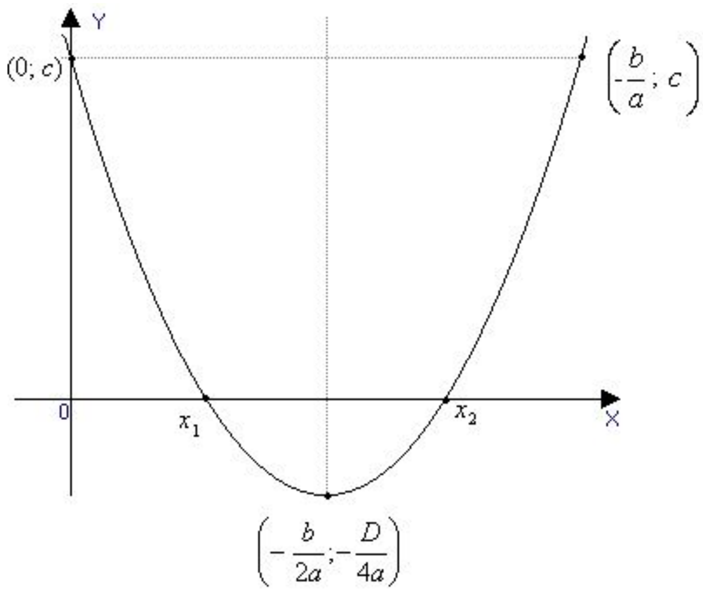
2) сдвига вдоль оси OY на y_0 единиц (вверх, если $y_0 > 0$ и вниз, если $y_0 < 0$).

Направление ветвей параболы:

при $a > 0$ ветви направлены вверх

при $a < 0$ ветви направлены вниз

Точка с координатами $(-b/2a;\ -D/4a)$ называется *вершиной* параболы.



Ось симметрии параболы - прямая $X = -b/2a$

Точки пересечения (касания) графика с осью *x*:

$D > 0$: $X_{1,2} = -b \mp \sqrt{D}/\ 2a$ (точки пересечения)

$D = 0$: $x_1 = -b/(2a)$ (точка касания)

$D < 0$: общих точек у графика с осью *x* нет

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЕ ПАРАБОЛЫ :

1) Ветви направлены вверх, если $a>0$, и вниз, если $a<0$.

Найдем координаты вершины параболы (x ;y). $x=-b/2a$, $y= -D/4a$.Проведем ось параболы .

2) Отметим на оси x две точки, симметричные относительно оси параболы (часто берут $x=0$), найдем значения функции в этих точках; Построим их на координатной плоскости.

3) Через полученные три точки проводим параболу (иногда берут больше точек).

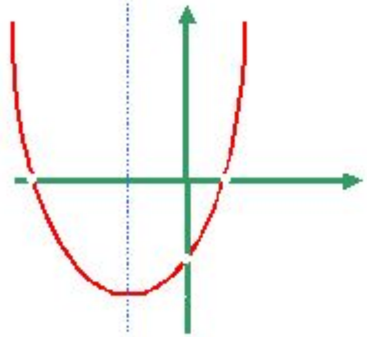
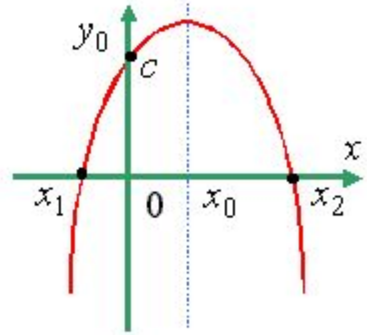
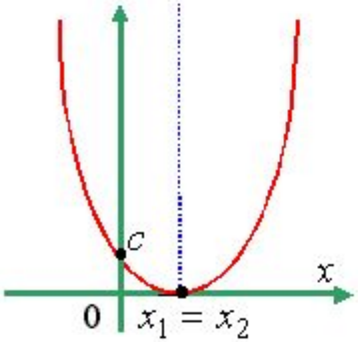
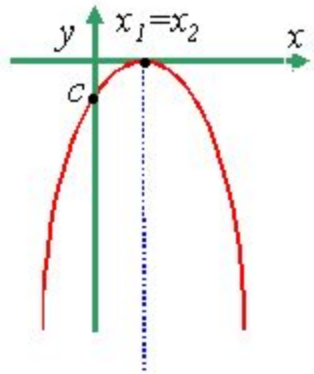
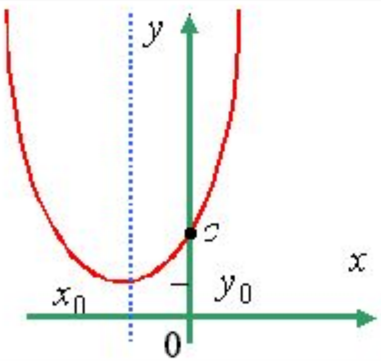
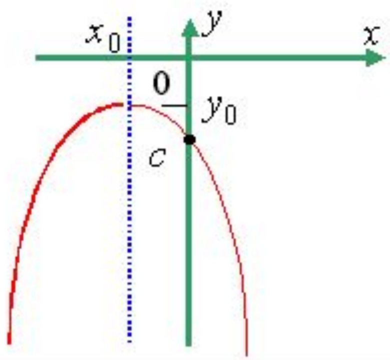
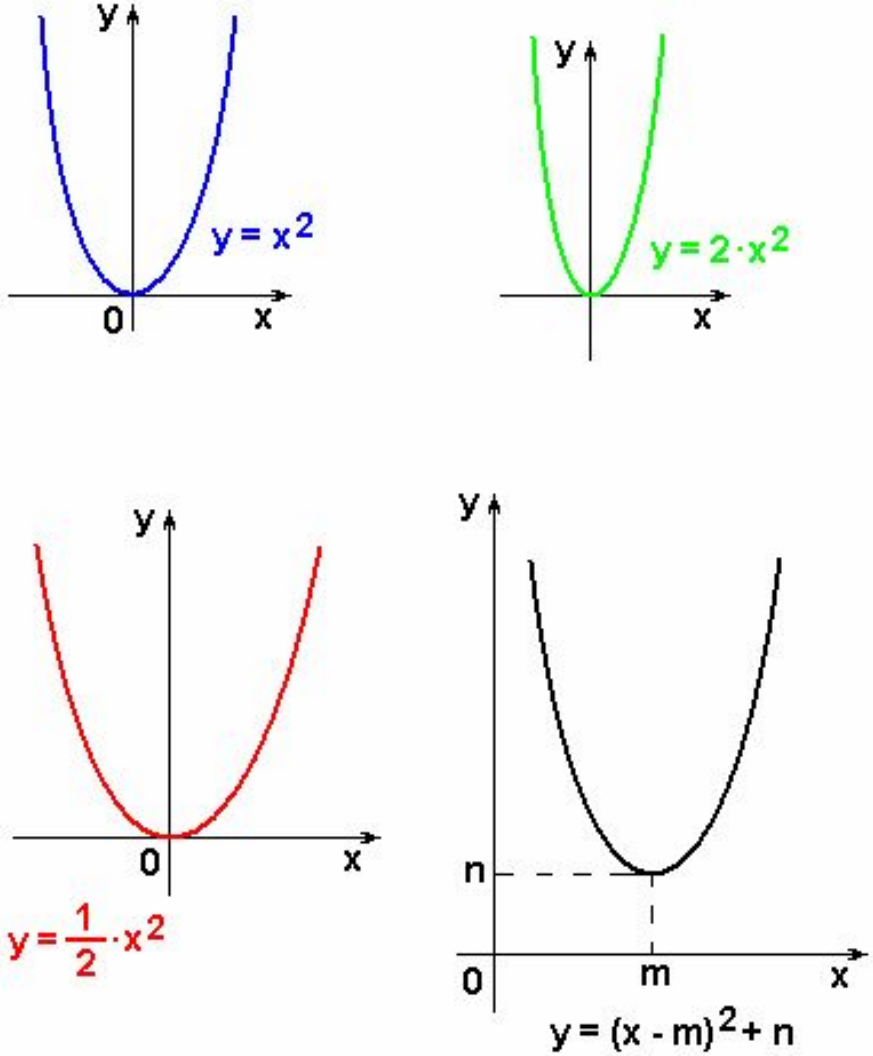
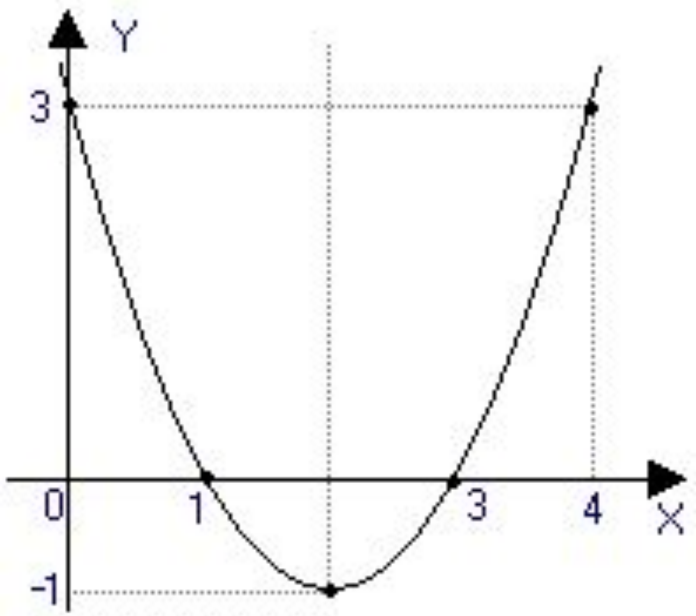
	$a > 0$	$a < 0$
D>0		
D=0		
D<0		

График квадратичной функции



Пример

$y = x^2 - 4x + 3$



1. Ветви направлены вверх, т.к. $a = 1 > 0$
2. Координаты вершины (2;-1), т.к.

$\frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2} = 2;$ $y(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -1$

3. Ось симметрии параболы:

$x = \frac{-b}{2a} = 2;$

4. Координаты точек пересечения с осью x:
5.
   $(x_1; 0) = (1; 0)$ и $(x_2; 0) = (3; 0)$
   Координаты точки пересечения с осью y:
   $(0; c) = (0; 3)$
   симметричная ей точка относительно оси параболы:

$\left(-\frac{b}{a}; c\right) = (4; 3).$