

1

Сумма значений  $x$ , при которых функция  $y = x^2 - 5|x - 1| - x + 3$  имеет экстремум, равна

 1 -2 2 3 3 1 4 2 5 -3

Решение.

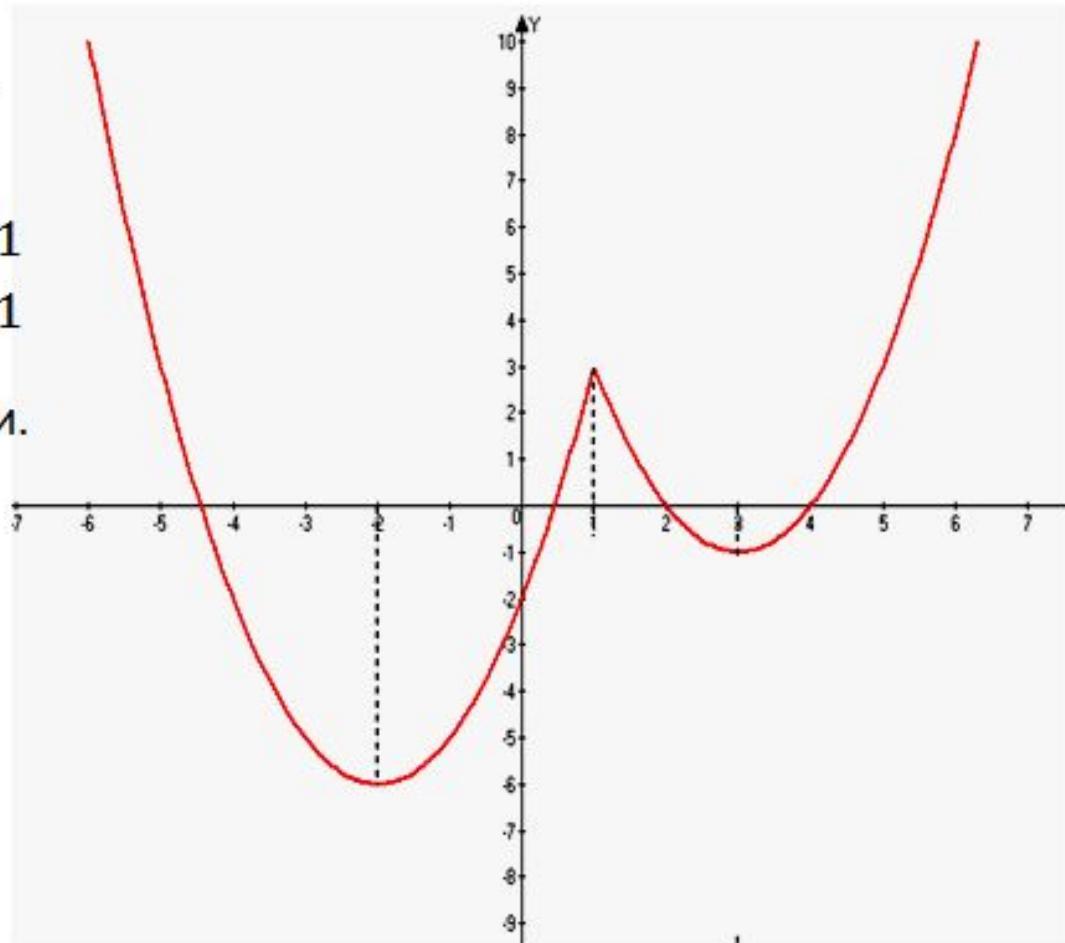
$$y = \begin{cases} x^2 + 4x + 3, & x \leq 1 \\ x^2 - 6x + 8, & x > 1 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} (x + 2)^2 - 1, & x \leq 1 \\ (x - 3)^2 - 1, & x > 1 \end{cases}$$

Построим график функции.

$$-2+1+3=2$$

Ответ №4



2

Уравнение  $a(3x - 2) + b(x - 3) = 7x$  имеет не менее 2015 решений, если сумма чисел  $a + b$  равна

2

3

4

1

5

Решение.

$$x(3a + b - 7) = 2a + 3b$$

Линейное уравнение имеет не менее 2015 решений, если

$$\begin{cases} 3a + b - 7 = 0 \\ 2a + 3b = 0 \end{cases}$$

$$a = 3, \quad b = -2, \quad a + b = 1$$

Ответ: №4

- 3    Если  $f(x - 5) = 2 + 3x$  и  $f(g(x)) = 8 + 9x$ , то  $g(x)$  имеет вид
- 1  $3x - 2$      2  $3x - 1$      3  $x$      4  $3x$      5  $3x - 3$

Решение.

Пусть  $x - 5 = t$ ,  $x = t + 5$   $f(t) = 3t + 17$ ,  $f(g(x)) = 3g(x) + 17$

т.к.  $f(g(x)) = 9x + 8$ , то  $3g(x) + 17 = 9x + 8$

$$g(x) = 3x - 3$$

Ответ : №5

4

Среднее арифметическое всех целочисленных решений неравенства  $x^2 - 4x - 396 \leq 0$  равно

1 3

2 4

3 2

4 3,2

5 2,6

Решение.

$$x^2 - 4x - 396 \leq 0, \quad (x - 2)^2 - 400 \leq 0, \quad (x - 2)^2 \leq 400$$

$$|x - 2| \leq 20, \quad x \in [-18; 22]$$

Найдем среднее арифметическое целочисленных решений

$$\frac{\frac{-18 + 22}{2} \cdot 41}{41} = 2$$

Ответ: №3

5

В прямоугольном треугольнике с гипотенузой  $2\sqrt{2}$  угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла, равен  $30^\circ$ . Найдите площадь треугольника

 1  $4\sqrt{2}$  2  $2\sqrt{3}$  3 4 4 2 5 1

Решение.

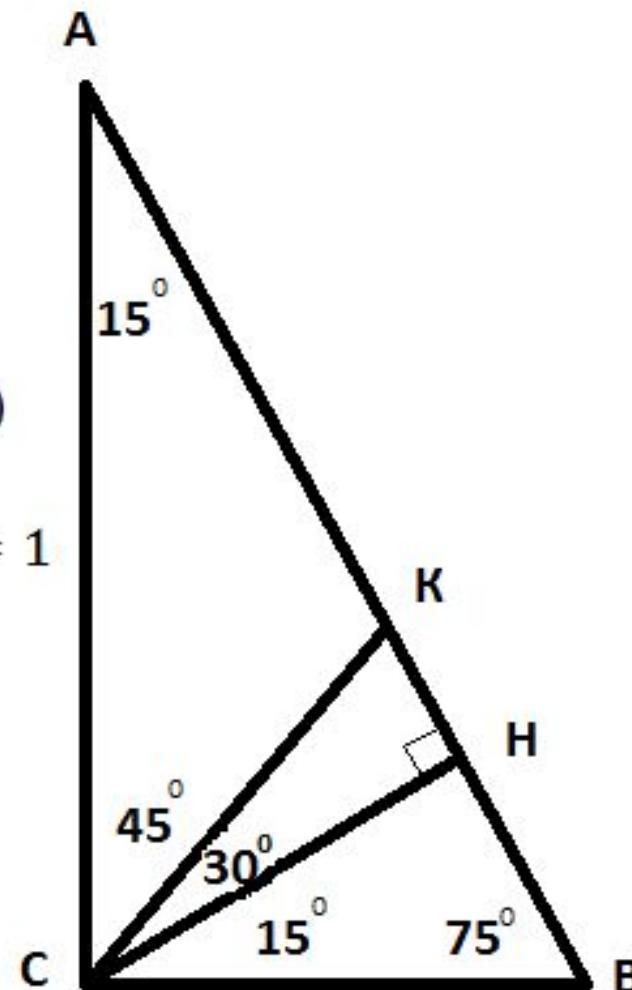
CH—высота, CK—биссектриса.

$$\angle KCB = 45^\circ, \angle HCB = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$$

$$AC = AB \cdot \cos(15^\circ), \quad BC = AB \cdot \sin(15^\circ)$$

$$S = \frac{1}{2} AB^2 \sin(15^\circ) \cdot \cos(15^\circ) = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 1$$

Ответ :№5



6

Найдите сумму всех целых  $a$ , при которых уравнение  $a(2 \sin x - 1) + 6 = a^2 - 6 \sin x$  имеет хотя бы одно решение.

1 -15

2 15

3 7

4 -10

5 10

Решение.

$$(2a + 6) \sin(x) = a^2 + a - 6, \quad (2a + 6) \sin(x) = (a + 3)(a - 2)$$

Уравнение имеет хотя бы одно решение, если

$$\begin{cases} a + 3 = 0 \\ -1 \leq \frac{a-2}{2} \leq 1' \end{cases} \quad \begin{cases} a = -3 \\ 0 \leq a \leq 4 \end{cases}$$

Сумма целых значений параметра  $a$ , равна  $-3+0+1+2+3+4=7$

Ответ: №3

7

В течение двух кризисных лет фирма вынуждена была каждый год сокращать число сотрудников на один и тот же процент. После первого сокращения в фирме осталось 575 работников, а после второго - 529. Сколько человек трудилось в фирме до кризиса?

1 775

2 725

3 625

4 675

5 800

Решение.

Пусть  $V$  – количество сотрудников до сокращения,  $k$  – во сколько раз фирма сокращает сотрудников ежегодно.

$$\begin{cases} Vk = 575 \\ Vk^2 = 529 \end{cases}, \quad k = \frac{529}{575}, \quad V = \frac{575^2}{529} = \frac{(25 \cdot 23)^2}{23^2} = 625$$

Ответ: №3

8

Укажите наименьшее из чисел:

- |                            |                           |                            |                                |                            |                             |                            |                            |                            |                                    |
|----------------------------|---------------------------|----------------------------|--------------------------------|----------------------------|-----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\operatorname{arcctg} 3$ | <input type="checkbox"/> 2 | $\operatorname{arcctg} 1,5\pi$ | <input type="checkbox"/> 3 | $\operatorname{arctg} 0,25$ | <input type="checkbox"/> 4 | $\operatorname{arctg} 0,3$ | <input type="checkbox"/> 5 | $\operatorname{arctg} \frac{2}{9}$ |
|----------------------------|---------------------------|----------------------------|--------------------------------|----------------------------|-----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|------------------------------------|

Решение.

Т.к. все ответы – это углы первой четверти, а в первой четверти функция  $y = \operatorname{tg}(x)$  является возрастающей, то найдем значения этой функции от каждого из ответов.

$$1) \operatorname{tg}(\operatorname{arcctg}(3)) = \frac{1}{3}$$

$$2) \operatorname{tg}(\operatorname{arcctg}(1,5\pi)) = \frac{2}{3\pi}$$

$$3) \operatorname{tg}(\operatorname{arctg}(0,25)) = 0,25$$

$$4) \operatorname{tg}(\operatorname{arctg}(0,3)) = 0,3$$

$$5) \operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\left(\frac{2}{9}\right)\right) = \frac{2}{9} \quad \frac{1}{3} = \frac{60}{180}; \quad \frac{2}{3\pi} = \frac{30}{60\pi}; \quad \frac{1}{4} = \frac{45}{180}; \quad \frac{3}{10} = \frac{54}{180}; \quad \frac{2}{9} = \frac{40}{180}$$

Ответ: №2

**9**

На отрезке  $x \in [240; 300]$  определите количество целых решений неравенства  $\cos \frac{\pi x}{60} \leq \frac{1}{2}$ , кратных 4

1 9

2 12

3 10

4 16

5 11

Решение.

$$\frac{\pi}{3} + 2\pi n \leq \frac{\pi x}{60} \leq \frac{5\pi}{3} + 2\pi n,$$

$$20 + 120n \leq x \leq 100 + 120n$$

Т.к. по условию  $x \in [240; 300]$ , то  $x \in [260; 300]$

Целые решения кратные 4 образуют арифметическую прогрессию с разностью 4.

$$a_1 = 260, \quad a_n = 300, \quad n = \frac{300 - 260}{4} + 1 = 11$$

Ответ: №5

10

Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна  $2\sqrt{3}$  и составляет с боковым ребром угол  $30^\circ$ . Найдите объем параллелепипеда, если периметр его основания равен  $2\sqrt{5}$

 4 3 5 1 2

Решение.

$$AC_1 = 2\sqrt{3}, \quad \angle AC_1 C = 30^\circ, \quad P_{\text{осн}} = 2\sqrt{5}$$

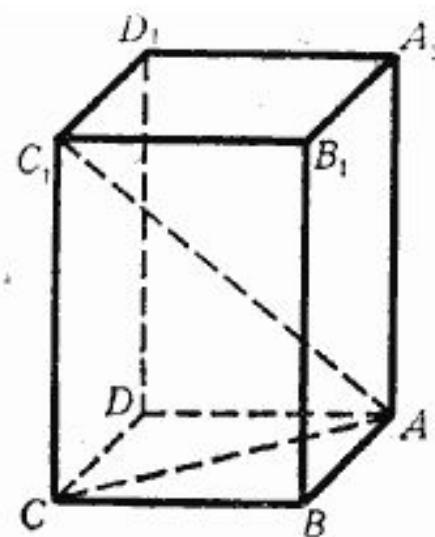
$$C_1 C = AC_1 \cdot \cos 30^\circ = 3, \quad AC = \frac{AC_1}{2} = \sqrt{3}$$

$$\begin{cases} AB + BC = \sqrt{5} \\ AB^2 + BC^2 = AC^2 \end{cases} \quad \begin{cases} AB + BC = \sqrt{5} \\ AB^2 + BC^2 = 3 \end{cases}$$

Из системы находим  $AB \cdot BC = 1$

$$V = AB \cdot BC \cdot C_1 C = 1 \cdot 3 = 3$$

Ответ: №2



11

Найдите значение выражения  $a - 3b$ , если известно, что уравнение  $x^4 + 3x^3 - 3x^2 - ax - 2b = 0$  имеет корни 2 и -3

1 4

2 5

3 3

4 2

5 0

Решение.

Т.к. 2 и -3 – корни уравнения, то подставляя эти значения в уравнение, получим систему

$$\begin{cases} a + b = 14 \\ 3a - 2b = 27 \end{cases}, \quad a = 11, \quad b = 3$$

$$a - 3b = 11 - 9 = 2$$

Ответ: №4

12

Расстояние между линиями  $y = \sqrt{3x + 1}$  и  $y = \frac{3}{4}x + 10$  равно

 8 6 4 5 7

Решение. Найдем точку касания прямой параллельной исходной и графика функции  $y = \sqrt{3x + 1}$

$$\frac{3}{2\sqrt{3x+1}} = \frac{3}{4}, \quad x = 1, y = 2.$$

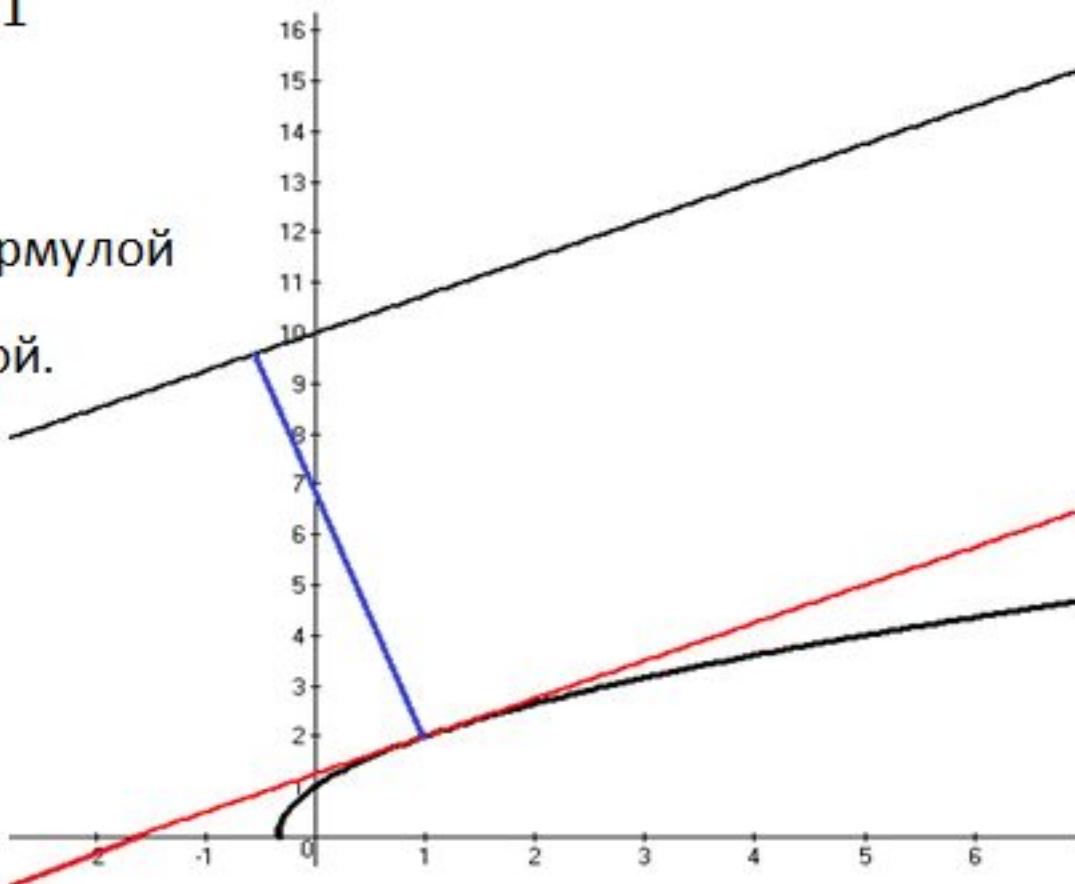
Воспользуемся известной формулой  
расстояния от точки до прямой.

$$(x_0; y_0) \quad Ax + By + C = 0,$$

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$3x - 4y + 40 = 0, \quad (1; 2)$$

$$d = 7$$



Ответ : №5

13

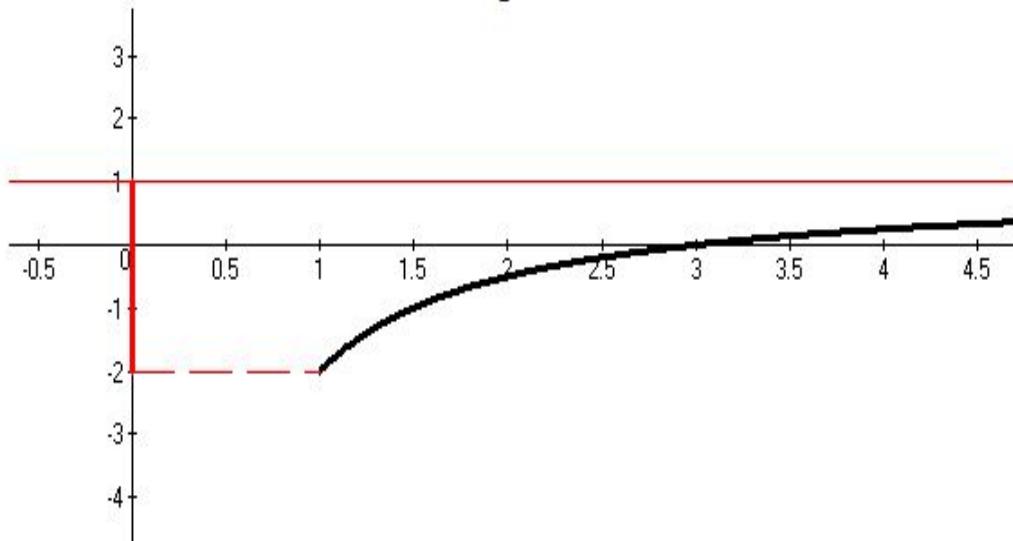
Найдите сумму всех целых  $a$ , при которых уравнение  $\frac{x^2 - 4x + 2}{x^2 - 4x + 5} = a$  имеет хотя бы 1 корень

 1 -9 2 2 3 -3 4 -2 5 -7

Решение.

$$a = \frac{-3}{(x-2)^2 + 1} + 1 \quad \text{Пусть } t = (x-2)^2 + 1, \quad t \geq 1$$

Построим график функции  $a = \frac{-3}{t} + 1, \quad t \geq 1$  и найдем множество значений.



$$a \in [-2; 1)$$

Ответ: №3

2-й способ:

$$x^2 - 4x + 2 = ax^2 - 4ax + 5a$$

$$(a-1)x^2 - a(a-1)x + 5a - 2 = 0$$

$$a=1 ? \text{ нет корней}$$

$$a \neq 1, \quad \frac{D}{4} = 4(a-1)^2 - (a-1)(5a-2) \geq 0$$

$$(a-1)(-a-2) \geq 0$$

$$-2 \leq a < 1$$

$$\Sigma = -2 - 1 + 0 = -3$$

14

Найдите сумму корней уравнения

$$\sqrt{1 + \sqrt{\cos 2x}} + \sqrt{1 - \sqrt{\cos 2x}} = \sqrt{1 + \sqrt{\sin x}} + \sqrt{1 - \sqrt{\sin x}}$$

на промежутке  $[0; 2\pi]$

1  $\frac{4\pi}{3}$

2  $\frac{2\pi}{3}$

3  $\frac{\pi}{2}$

4  $\pi$

5  $\frac{\pi}{3}$

Решение.

ОДЗ  $\begin{cases} \cos(2x) \geq 0 \\ \sin(x) \geq 0 \end{cases}$ .

Возведем обе части уравнения в квадрат

$$\begin{aligned} 1 + \sqrt{\cos(2x)} + 2\sqrt{1 - \cos(2x)} + 1 - \cos(2x) = \\ = 1 + \sqrt{\sin(x)} + 2\sqrt{1 - \sin(x)} + 1 - \sin(x) \end{aligned}$$

$$\sqrt{1 - \cos(2x)} = \sqrt{1 - \sin(x)}$$

$$\cos(2x) = \sin(x)$$

Решая уравнения с учетом ОДЗ, получим, что корнями являются  $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$ .

Ответ: №4

15

Найдите сумму всех целых  $a \in (-6; 6)$ , при которых уравнение  $(x - a) \lg(5x - x^2 - 5) = 0$  имеет два различных корня

1 3

2 0

3 4

4 2

5 5

Решение.

ОДЗ:  $5x - x^2 - 5 > 0, x \in \left(\frac{5-\sqrt{5}}{2}; \frac{5+\sqrt{5}}{2}\right)$ .

$$\begin{cases} x = a \\ 5x - x^2 - 5 = 1 \end{cases}' \quad \begin{cases} x = a \\ x = 2, x = 3 \end{cases}$$

Уравнение имеет два различных корня, если  $a = 2, a = 3$ , или

$$x = a \text{ не удовлетворяет условию } x \in \left(\frac{5-\sqrt{5}}{2}; \frac{5+\sqrt{5}}{2}\right).$$

Т.ообразом все целые  $a$ , удовлетворяющие всем условиям : -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5.

Ответ: №2

16

Найдите сумму всех целых  $a$ , при которых неравенство  $\sqrt{3x - x^2}(x^2 + 2ax + a^2 - 16) \leq 0$  выполняется для всех допустимых  $x$

1 таких целых  $a$  нет

2 -6

3 3

4 -7

5 -9

Решение.

ОДЗ.  $x \in [0; 3]$

$$f(x) = x^2 + 2ax + a^2 - 16,$$

$$\begin{cases} f(0) \leq 0 \\ f(3) \leq 0, \quad a \in [-4; 1] \end{cases}$$

$$\text{Т.ообразом } -4 - 3 - 2 - 1 + 0 + 1 = -9$$

Ответ: №5

2-й способ:

ОДЗ  $0 \leq x \leq 3$

Решаем неравенство

$$x^2 + 2ax + a^2 - 16 \leq 0$$

$$x_{1,2} = -a \pm \sqrt{a^2 - a^2 + 16}$$

$$-a - 4 \leq x \leq -a + 4$$

Чтобы удовлетворить условию задачи потребуем

$$\begin{cases} -a + 4 \geq 3 \\ -a - 4 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow -4 \leq a \leq 1 \quad \sum = -9$$

17

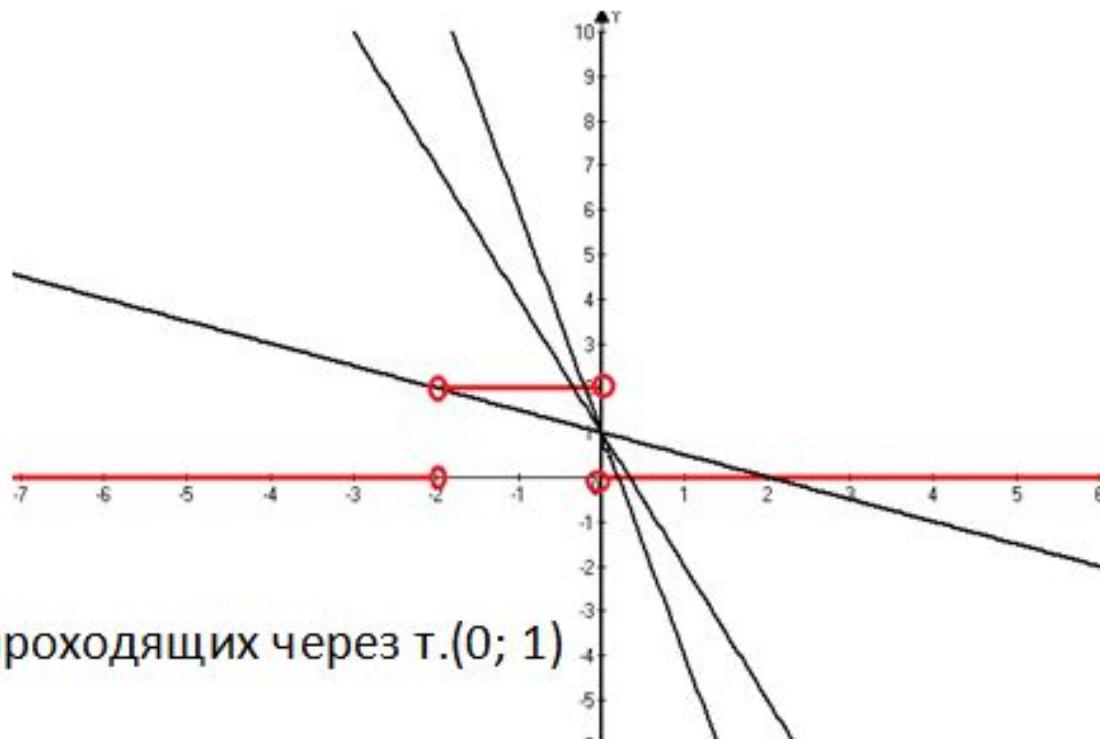
Система уравнений  $\begin{cases} y = -\frac{|x|}{x} + \frac{|x+2|}{x+2} \\ y = kx + 1 \end{cases}$  имеет два решения при всех  $k$  из промежутка

- 1  $(-5; -2)$     2  $(-\frac{3}{4}; -\frac{1}{4})$     3  $(-0,5; 0)$     4  $(-1; 0)$     5  $(-\frac{1}{4}; 0)$

Решение.

Построим график функции

$$y = -\frac{|x|}{x} + \frac{|x+2|}{x+2}.$$



$y = kx + 1$  – пучок прямых проходящих через т.  $(0; 1)$

$$k \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$$

Ответ: №1

18

Найдите сумму действительных корней уравнения  
 $(x^2 - x + 1)^2 - 4x(x^2 - x + 1) = 12x^2$

 7 5 8 -9 -1

Решение.

Пусть  $t = x^2 - x + 1$ , тогда  $t^2 - 4xt - 12x^2 = 0$ ,  $(t - 6x)(t + 2x) = 0$

$$\begin{cases} x^2 - x + 1 = 6x \\ x^2 - x + 1 = -2x \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 7x + 1 = 0 \\ x^2 + x + 1 = 0 \end{cases}$$

Второе уравнение не имеет действительных корней, у первого уравнения

$$x_1 + x_2 = 7$$

**2-й способ:**

Это однородное уравнение 2-й степени относительно  $x$  и  $(x^2 - x + 1)$ .

Поделив обе части на  $x^2$  и обозначим

$$\frac{x^2 - x + 1}{x} = t$$

имеем:

$$t^2 - 4t - 12 = 0, \quad t_1 = 6, \quad t_2 = -2.$$

$$1) \frac{x^2 - x + 1}{x} = 6 \Rightarrow x^2 - 7x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 7$$

$$2) \frac{x^2 - x + 1}{x} = -2 \Rightarrow x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow \text{нет действительных корней}$$

Ответ: №1

**19**

Найдите сумму целых решений неравенства

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{\log_{\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}}(x-1) - \arccos(0,5x-2)} < 0$$
**1** 8**2** 18**3** 15**4** 23**5** 21

Решение.

$$\text{ОДЗ} \begin{cases} x - 1 > 0 \\ -1 \leq 0,5x - 2 \leq 1 \end{cases}, \quad x \in [2; 6].$$

Нетрудно заметить, что знаменатель дроби принимает только отрицательные значения, тогда  $x^2 - 3x + 2 > 0$ .

Решив неравенство с учетом ОДЗ, получим, что  $x \in (2; 6]$ .

Ответ: №2

**20**

$$\int_{-1}^1 \left(2 + |x| - \frac{2}{\pi} \sqrt{1 - x^2}\right) dx$$
 равен

1  $2 - \pi$

2  $3 - \pi$

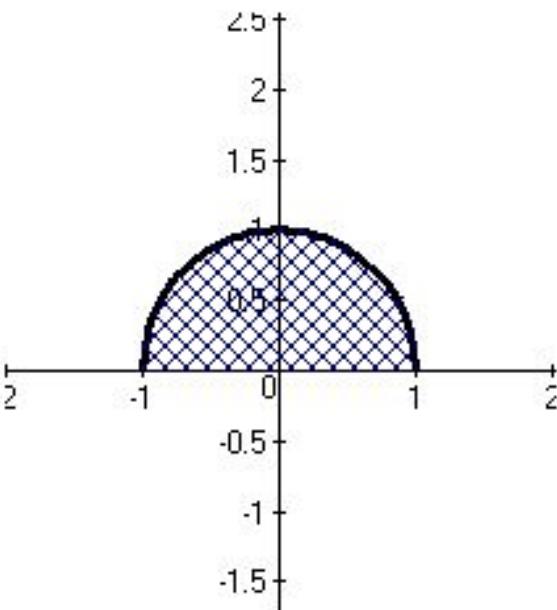
3 4

4 2

5  $4 - \pi$

Решение.

$$\int_{-1}^1 \left(2 + |x| - \frac{2}{\pi} \sqrt{1 - x^2}\right) dx = \int_{-1}^1 2dx + \int_{-1}^1 (|x|)dx - \int_{-1}^1 \left(\frac{2}{\pi} \sqrt{1 - x^2}\right) dx = 4 + 1 - 1 = 4$$



$$\int_{-1}^1 \left(\sqrt{1 - x^2}\right) dx = \frac{\pi \cdot 1^2}{2} = \frac{\pi}{2}$$

Ответ: №3

**21**

Найдите сумму всех целых  $a$  из промежутка  $[3; 15]$ , при которых функция  $f(x) = \lg((x^2 + 3) \log_2 a - 2x \log_{0,5} a - 4x - 6)$  определена на всей числовой оси

1 100

2 147

3 110

4 6

5 10

Решение.

$$(x^2 + 3)\log_2 a + 2x\log_2 a - 4x - 6 > 0$$

$$\log_2 a \cdot x^2 + 2(\log_2 a - 2)x + 3\log_2 a - 6 > 0$$

Т.к. неравенство должно выполняться на всей числовой оси, то получим систему

$$\begin{cases} \log_2 a > 0 \\ (\log_2 a - 2)^2 - \log_2 a \cdot 3(\log_2 a - 2) < 0 \end{cases}$$

Решив систему, получим  $a > 4$ .

Случай  $\log_2 a = 0$  не удовлетворяет неравенству.

По условию  $a \in [3; 15]$ , то  $a \in (4; 15]$

Ответ: №3

22

Найдите наибольшее значение выражения  $\frac{1}{17} \left( \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} \right)$ , при условии  $a \in (1; 4]$ , где  $x_1, x_2$  - корни уравнения  $2x^2 - 4ax - a + 1 = 0$

 1 5 2 -4 3 4 4 -2 5 2

Решение.

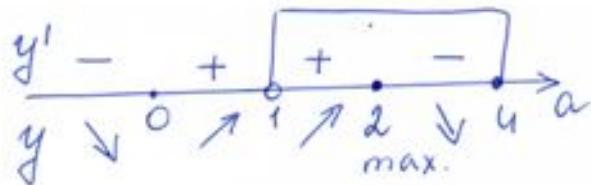
$$D = 16a^2 - 8(1-a) \geq 0, \quad a \in (-\infty; -1] \cup [0,5; +\infty)$$

По т. Виета  $x_1 + x_2 = 2a, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{1-a}{2}$ .

$$y = \frac{1}{17} \left( \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} \right) = \frac{1}{17} \left( \frac{(x_2+x_1)^2 - 2x_1 \cdot x_2}{x_1 \cdot x_2} \right) = \frac{2}{17} \cdot \frac{4a^2 + a - 1}{1-a} \rightarrow \max$$

$$y' = \frac{8}{17} \cdot \frac{a(2-a)}{(1-a)^2}$$

$$y(2) = -2$$



Ответ: №4

23

Наибольшее значение величины  $x + y$  при условии  $x^2 + y^2 \leq 2x + 2y$  равно

 1 2 4 3 2 4 5 5 3

Решение.

$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 2$$

Пусть  $a = x + y$ ,  $y = -x + a$

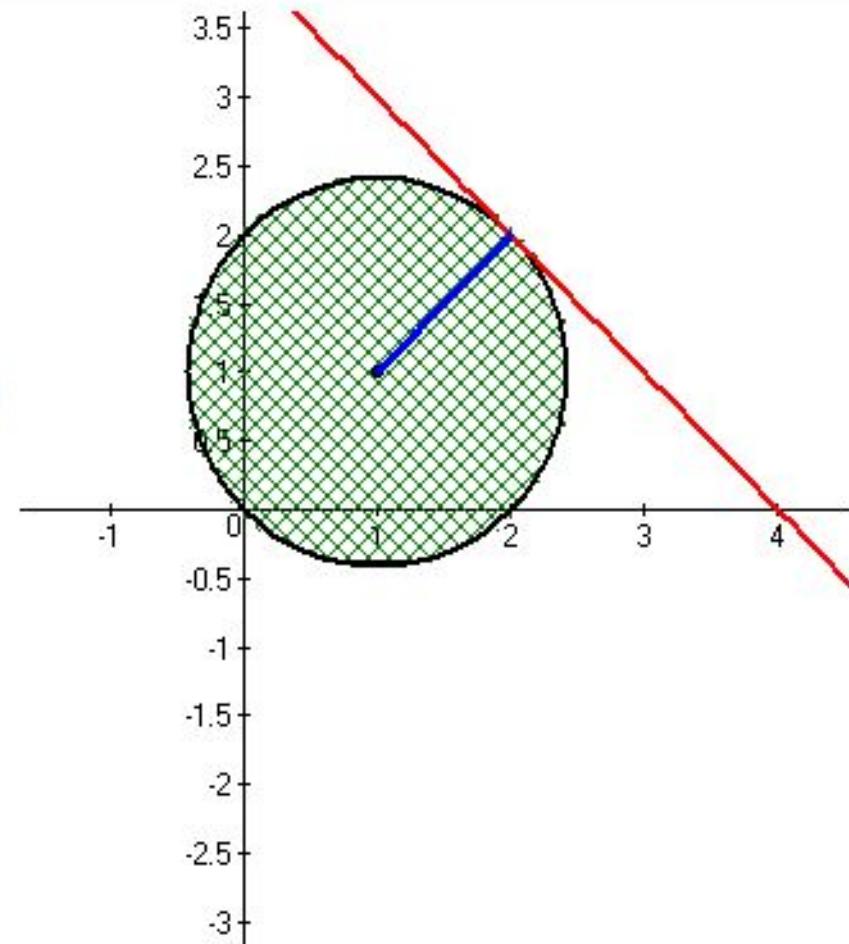
Воспользуемся известной формулой  
расстояния от точки до прямой.

$$(x_0; y_0) \quad Ax + By + C = 0,$$

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$x + y - a = 0, \quad (1; 1), \quad d = R = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} = \frac{|1 + 1 - a|}{\sqrt{2}}, \quad a = 0, \quad a = 4$$



Ответ: №2

**24**

Действительные корни уравнения  $x^3 - 6x^2 - 13x + a = 0$  образуют арифметическую прогрессию, если  $a$  равно

1 42

2 такое невозможно

3 -24

4 -42

5 24

Решение.

Пусть  $x_1 = a_0 - d$ ,  $x_2 = a_0$ ,  $x_3 = a_0 + d$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = -13 \\ x_1x_2x_3 = -a \end{cases}$$

$$a_0 = 2, \quad d = 5, \quad a = -(-3 * 2 * 7) = 42$$

Ответ: №1

**25**

Сумма всех целых  $a \in (-5; 5)$ , при которых неравенство  $9^x - (a - 1)3^x - a + 4 \leq 0$  имеет хотя бы одно решение, равна

1 5

2 3

3 4

4 8

5 7

Решение.

Пусть  $3^x = t > 0$ , то  $t^2 - (a - 1)t - a + 4 \leq 0$ .

$$D = a^2 + 2a - 15 \geq 0, \quad a \in (-\infty; -5] \cup [3; +\infty)$$

Т.к. по условию,  $a \in (-5; 5)$ , то  $a \in [3; 5)$  и принимает только целые значения, то  $a = 3, a = 4$ .

Сделав проверку,  $a = 3, a = 4$  удовлетворяют данному неравенству.

Ответ: №5

**26** Найдите сумму всех целых  $a$ , при которых неравенство  $|2\sin^2 x + 2a \sin x \cos x - 4\cos^2 x + a| \leq 4$  выполняется для любых  $x$

1 -6

2 -7

3 1

4 0

5 -3

Решение.

$$2\sin^2 x + 2a \sin x \cos x - 4\cos^2 x + a = a\sin(2x) - 3\cos(2x) + a - 1 = \\ = \sqrt{a^2 + 9} \sin(2x - \varphi) + a - 1$$

$$\left| \sqrt{a^2 + 9} \sin(2x - \varphi) + a - 1 \right| \leq 4$$

$$\frac{-3 - a}{\sqrt{a^2 + 9}} \leq \sin(2x - \varphi) \leq \frac{5 - a}{\sqrt{a^2 + 9}}$$

Т.к. неравенство выполняется для любых  $x$ , то получим систему:

$$\begin{cases} \frac{-3 - a}{\sqrt{a^2 + 9}} \leq -1 \\ \frac{5 - a}{\sqrt{a^2 + 9}} \geq 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} \sqrt{a^2 + 9} \leq a + 3 \\ \sqrt{a^2 + 9} \leq 5 - a \end{cases}, \quad a \in [0; 1,6]$$

Ответ: №3

**27**

В каком из приведенных промежутков может располагаться величина  $x+y$ , если  $\log_2 \left( \cos^2(xy) + \frac{1}{\cos^2(xy)} \right) = \frac{1}{x^2 - 2x + 2}$ ?

- 1** (12; 14)    **2** (9; 10)    **3** (6; 7)    **4** (1; 2)    **5** (8; 9)

Решение.

$$\cos^2(xy) + \frac{1}{\cos^2(xy)} \geq 2, \quad \log_2 \left( \cos^2(xy) + \frac{1}{\cos^2(xy)} \right) \geq 1$$

$$\frac{1}{x^2 - 2x + 2} = \frac{1}{(x-1)^2 + 1} \leq 1$$

$$\begin{cases} \log_2 \left( \cos^2(xy) + \frac{1}{\cos^2(xy)} \right) = 1 \\ \frac{1}{(x-1)^2 + 1} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ \cos^2(xy) = 1 \end{cases}, \quad x + y = 1 + \pi n, n \in Z$$

Ответ: №1

28

Имеются три фирмы  $Z$ ,  $S$ ,  $P$ . Эти фирмы являются учредителями трех акционерных обществ. Учредителями первого общества  $ZS$  являются только  $Z$  и  $S$ , причем они делят пакет акций в отношении  $5 : 1$ , второго общества  $SP$  — только фирмы  $S$  и  $P$ , они делят пакет акций в отношении  $8 : 7$ . Учредителями третьего общества  $ZP$  являются только  $Z$  и  $P$ , пакет акций они делят в отношении  $7 : 2$ . Возможно ли из трех акционерных обществ  $ZS$ ,  $SP$  и  $ZP$  создать новую компанию, такую что в этом новом объединении участие компаний  $Z$ ,  $S$  и  $P$  определялось бы как  $4 : 3 : 3$ ? Если это возможно, то в каком отношении должны быть сформированы пакеты акций компаний  $ZS$ ,  $SP$  и  $ZP$ ?

- 1 12 : 5 : 3  2 2 : 5 : 3  3 такое невозможно  4 7 : 6 : 2  5 11 : 6 : 3

Решение. Составим таблицу

	$Z$	$S$	$P$	
$ZS$	$5x$	$x$	—	$6x$
$SP$	—	$8y$	$7y$	$15y$
$ZP$	$7a$	—	$2a$	$9a$
	$5x+7a$	$x+8y$	$7y+2a$	

$$\begin{cases} \frac{5x + 7a}{x + 8y} = \frac{4}{3} \\ \frac{x + 8y}{7y + 2a} = \frac{3}{3} \end{cases}, \quad x = y = a$$

$$6x : 15y : 9a = 6a : 15a : 9a = 2 : 5 : 3$$

Ответ: №2

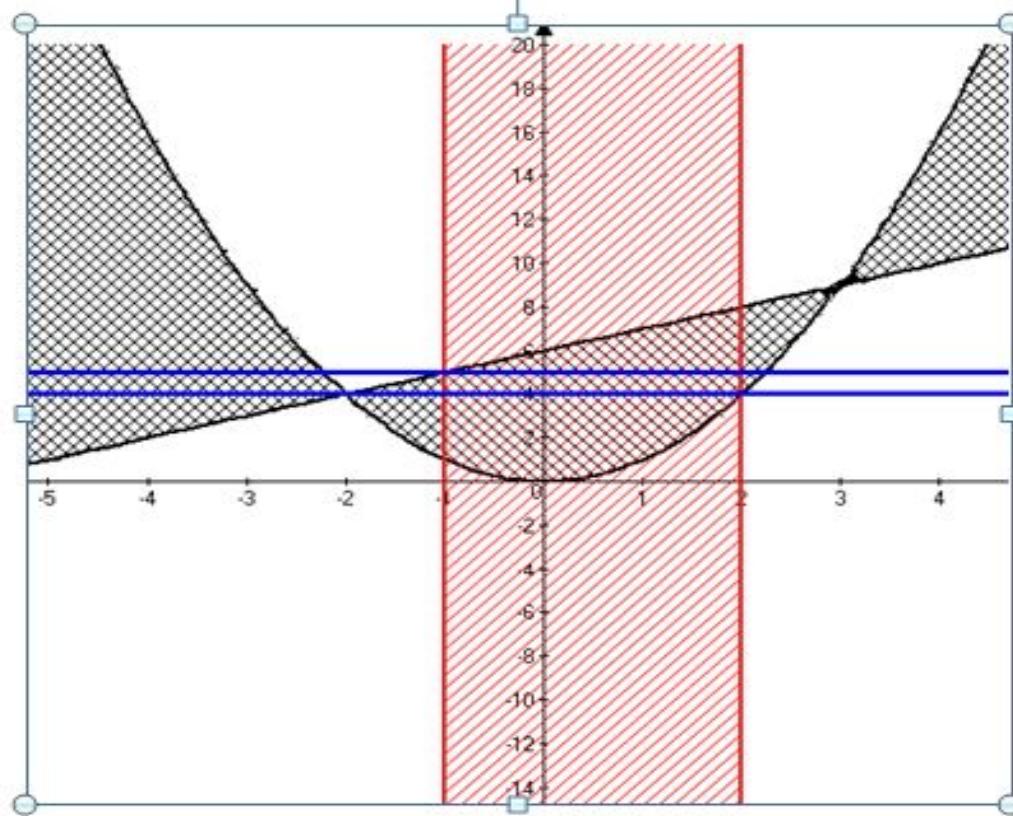
29

Найдите сумму всех целых значений  $a$ , для которых неравенство  $(a - x^2)(a - x - 6) \leq 0$  выполняется для любых  $x \in [-1; 2]$

 1 9 2  $\infty$  3 11 4 17 5 15

Решение.

Решим неравенство графически.



Для того чтобы неравенство выполнялось для любых  $x \in [-1; 2]$ , тогда  $a \in [4; 5]$

Ответ: №1

30

Если  $\frac{4}{5}$  некоторой суммы денег положить в один банк, а остальную часть - во второй под другой процент, то через год вместе с начислениями по вкладу общая сумма денег возрастет до 315 т.р., а через два года - до 801 т.р. Если же в первый банк положить  $\frac{1}{5}$  первоначальной суммы, а остальную часть во второй, то через год общая сумма вкладов с начислениями составит 360 т.р. Какова была бы через два года общая сумма вкладов (в т.р.) при втором варианте их размещения в банках?

 1 1204 2 1044 3 1144 4 1100 5 1004

Решение.

Пусть  $V$  – все деньги вкладчика,  $x$  – во столько раз увеличивает вклад 1-й банк,  $y$  – во столько раз увеличивает вклад 2-й банк.

Составим систему

$$\begin{cases} \frac{4}{5}Vx + \frac{1}{5}Vy = 315 \\ \frac{4}{5}Vx^2 + \frac{1}{5}Vy^2 = 801, \\ \frac{1}{5}Vx + \frac{4}{5}Vy = 360 \end{cases} \quad \frac{1}{5}Vx^2 + \frac{4}{5}Vy^2 = ?$$

$$Vx = 300, \quad Vy = 375, \quad y = 3, \quad x = \frac{12}{5}$$

$$\frac{1}{5}Vx^2 + \frac{4}{5}Vy^2 = 1044$$

Ответ: №2