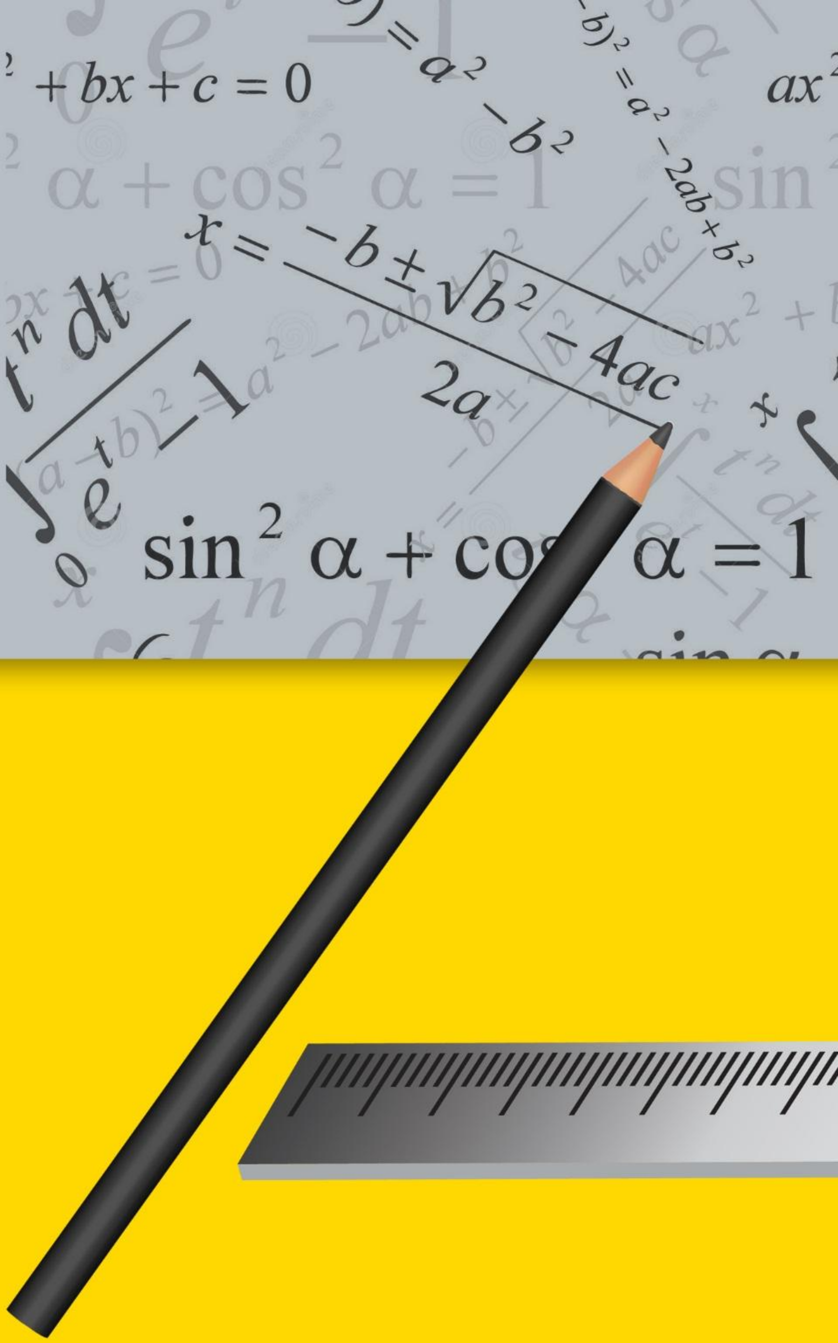
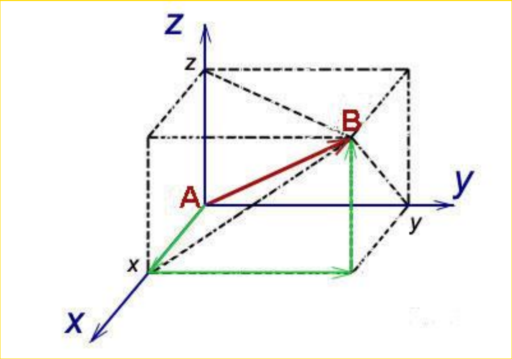


Векторы. Действия над векторами.

Составитель:
Станкевич Виктория,
Руководитель: Коренюгина Людмила Михайловна

Определение векторов.

Векторы занимают особое место среди объектов, рассматриваемых в высшей математике, поскольку каждый вектор имеет не только числовое значение - длину, но и физическое и геометрическое - направленность. Вектор, представленный направленным отрезком, идущим от точки *A* к точке *B*, обозн



Вектор - это вид представления точки, до которой требуется добраться из некоторой начальной точки. Например, трёхмерный вектор, как правило, записывается в виде (*x, y, z*). Говоря совсем просто, эти числа означают, как далеко требуется пройти в трёх различных направлениях, чтобы добраться до точки.

Все остальные термины - это уточнения представленного выше объяснения, необходимые для различных операций над векторами, то есть, решения практических задач. Пройдёмся по этим более строгим определениям, останавливаясь на типичных задачах на векторы.

Физическими примерами векторных величин могут служить смещение материальной точки, двигающейся в пространстве, скорость и ускорение этой точки, а также действующая на неё сила.

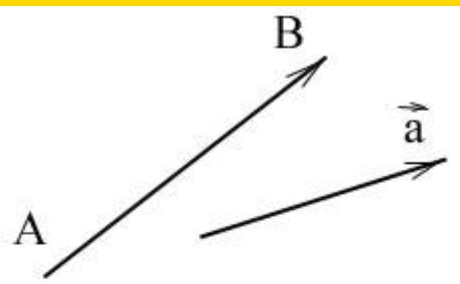


Рис. 1

Геометрический вектор представлен в двумерном и трёхмерном пространстве в виде *направленного отрезка*. Это отрезок, у которого различают начало и конец.

Если *A* - начало вектора, а *B* - его конец, то вектор обозначается символом $\overrightarrow{AB}$ или одной строчной буквой $\vec{a}$. На рисунке конец вектора указывается стрелкой (рис. 1)

Длиной (или **модулем**) геометрического вектора $\overrightarrow{AB}$ называется длина порождающего его отрезка |AB|

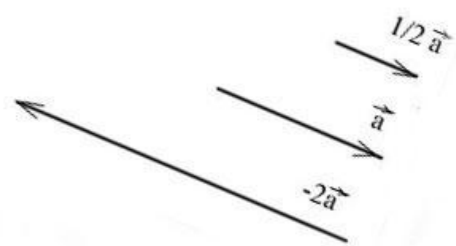
Два вектора называются *равными*, если они могут быть совмещены (при совпадении направлений) путём параллельного переноса, т.е. если они параллельны,

Линейные операции над геометрическими векторами

Умножение вектора на число

Произведением вектора на число называется вектор, получающийся из вектора растяжением (при) или сжатием (при) в раз, причём направление вектора сохраняется, если , и меняется на противоположное, $\vec{b}$ есл $\lambda\vec{a}$ (Рис. 2)

Рис. 2



Из определения следует, что векторы = и = всегда расположены на одной или на параллельных прямых. Такие векторы называются *коллинеарными*. (Можно говорить также, что эти векторы параллельны, однако в векторной алгебре принято говорить "коллинеарны".)

Справедливо и обратное утверждение: если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны, то они связаны от $\vec{b} = \lambda\vec{a}$ ением . (1)

Следовательно, равенство (1) выражает условие коллинеарности двух векторов.

.

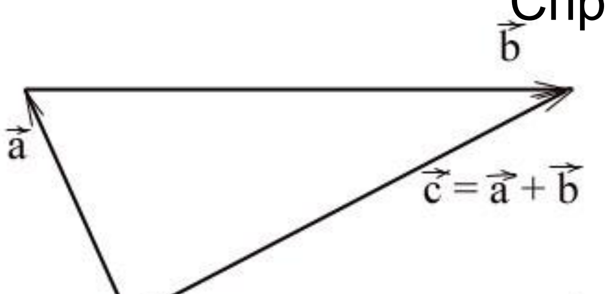


Рис. 3

Сложение и вычитание векторов

Сложение векторов (**сумма векторов**) a + b есть операция вычисления вектора c, все элементы которого равны попарной сумме соответствующих элементов векторов a и b, то есть каждый элемент вектора c равен: $c_i = a_i + b_i$

Вычитание векторов (**разность векторов**) a - b есть операция вычисления вектора c, все элементы которого равны попарной разности соответствующих элементов векторов a и b, то есть каждый элемент вектора c равен:

$c_i = a_i - b_i$

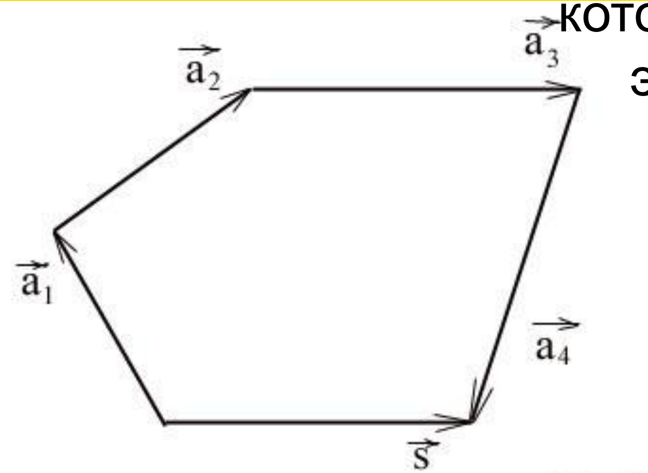


Рис. 4

Формулы сложения и вычитания векторов

Формулы сложения и вычитания векторов для плоских задач

В случае плоской задачи сумму и разность векторов $a = \{a_x ; a_y\}$ и $b = \{b_x ; b_y\}$ можно найти, воспользовавшись следующими формулами:

$a + b = \{a_x + b_x; a_y + b_y\}$

$a - b = \{a_x - b_x; a_y - b_y\}$

Формулы сложения и вычитания векторов для пространчтвенных задач

В случае пространственной задачи сумму и разность векторов $a = \{a_x ; a_y ; a_z\}$ и $b = \{b_x ; b_y ; b_z\}$ можно найти, воспользовавшись следующими формулами:

$a + b = \{a_x + b_x; a_y + b_y; a_z + b_z\}$

$a - b = \{a_x - b_x; a_y - b_y; a_z - b_z\}$

Формулы сложения и вычитания n -мерных векторов

В случае n -мерного пространства сумму и разность векторов $a = \{a_1 ; a_2 ; ... ; a_n\}$ и $b = \{b_1 ; b_2 ; ... ; b_n\}$ можно найти, воспользовавшись следующими формулами:

$a + b = \{a_1 + b_1; a_2 + b_2; ... ; a_n + b_n\}$

$a - b = \{a_1 - b_1; a_2 - b_2; ... ; a_n - b_n\}$

Операции над векторами, заданными в координатной форме

Если векторы заданы в координатной форме, то операции сложения и вычитания векторов, умножения вектора на число можно заменить более простыми арифметическими операциями над координатами этих векторов по следующим правилам.

Правило 1. При сложении векторов их одноименные координаты складываются:

.

$$\overline{b} = X_2\overline{i} + Y_2\overline{j} + Z_2\overline{k}$$

$$\overline{c} = \overline{a} + \overline{b} = (X_2 + X_1)\cdot\overline{i} + (Y_2 + Y_1)\cdot\overline{j} + (Z_2 + Z_1)\cdot\overline{k}$$

$$\overline{c} = (X_2 + X_1, Y_2 + Y_1, Z_2 + Z_1)$$

Правило 2.

Чтобы вычесть из вектор $\overline{a}(X_1, Y_1, Z_1)$ вектор $\overline{b}(X_2, Y_2, Z_2)$ нужно вычест координаты вектораиз соответствующих координат вектора, т.е.

$$\overline{a} - \overline{b} = (X_1 - X_2, Y_1 - Y_2, Z_1 - Z_2)$$

Правило 3. Чтобы умножить векто $\bar{a}$ на λ число , нужно умножить на это число его координ $\bar{a} = X\bar{i} + Y\bar{j} + Z\bar{k}$ сли $\lambda \cdot \bar{a} = \lambda \cdot X\bar{i} + \lambda \cdot Y\bar{j} + \lambda \cdot Z\bar{k}$

Спасибо за внимание