

# **\* Разработка урока в виде кейс-метода в 10 классе.**

Дисциплина: математика.

Время занятия: 2 урока.

Тип кейса: аналитический

Вид кейса: обучающий.

авторы учителя математики:

1. Ерина Наталья Евгеньевна, МОУ «СОШ № 77»,
2. Бабик Римма Исмаиловна, МОУ «СОШ № 63 с УИП»,
3. Баева Татьяна Евгеньевна, МОУ «СОШ № 60»,
4. Видяпина Елена Сергеевна, МОУ «СОШ № 94»,
5. Степанкина Татьяна Евгеньевна, МОУ «СОШ № 77»,
6. Пудовкина Ирина Николаевна, МОУ «СОШ № 77»,
7. Жукова Елена Анатольевна, МАОУ «Лицей № 37»,
8. Летучева Марина Анатольевна, МАОУ «Лицей № 37».

# \* Содержание «кейса»

## Эпиграф

1. Историческая справка
2. Постановка проблемы (задача о ранце)
3. Ключевое задание (задачи для работы в группах)
4. Дополнительная информация
  - а) разные способы решения задачи (графический, аналитический, табличный);
  - б) этапы математического моделирования :
    - I этап: составление модели;
    - II этап: работа с моделью;
    - III этап: ответ на вопрос задачи.

\*4. Дополнительная информация

в) алгоритм решения задач на отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке  $[a, b]$  с помощью производной.

**\* Содержание «кейса»**

# \* Содержание «кейса»

- \* 6. Обобщение проделанной работы в форме пресс-конференции с анализом каждого
- \* 5. Критерии оценки работы, проделанной в группе.  
этапа и выводами.
- \* 7. Рефлексия: синквейн.



## \* Эпиграф

«В старину математические задачи задавали боги, например, удвоение куба по поводу изменения Делосского жертвенника.

Далее наступил второй период, когда задачи задавали полубоги: Ньютон, Эйлер, Лагранж.

Теперь третий период, когда задачи задаёт практика».

П.Л. Чебышев.

# Историческая справка

В конце XVII века в Европе образовались две крупные математические школы.

Одну из них возглавил Готфрид Лейбниц (1646 - 1716). Другую - Исаак Ньютон (1643 - 1727). В последнюю входили английские и шотландские учёные.

Обе школы пришли каждый своим независимым путём, по сути своей, к одним и тем же результатам - созданию дифференциального и интегрального исчисления.

Не случайно формула, с которой мы познакомимся в 11 классе, получила название «формула Ньютона - Лейбница».



# Историческая справка

Математиков того времени волновал вопрос о нахождении общего метода построения касательной в любой точке кривой.

Эта задача связывалась с изучением движения тел и с отысканием экстремумов, наибольших и наименьших значений разных функций.

Опираясь на теорию Ферма, Лейбниц значительно полнее своих предшественников решил поставленную задачу.

# Историческая справка

- \* В 1684 году вышла первая печатная работа Лейбница по дифференциальному исчислению. В ней Лейбниц исследовал проблему максимумов и минимумов функции. В своём «Новом методе» он применяет понятие дифференциала для исследования возрастания и убывания функции, по существу освещая изучаемую нами тему.
- \* В дальнейшем, совершенствуя свои познания, давая им математическое осмысление, Лейбниц продолжает глубокое изучение в области дифференцирования. Тесно сотрудничая с другими математиками, он всю свою жизнь посвящает науке. Его вклад в алгебру и математический анализ бесценен!

- \* Готфрид Лейбниц (1646 - 1716) - немецкий философ, математик, физик, юрист, историк, языковед.
- \* Основатель и президент с 1700 года Бранденбургского научного общества (позднее Берлинской АН).
- \* Термин «функция от  $x$ » в современном его понимании начал употребляться Лейбницем с 1698 года. Математик также вводит значения слов «переменная» и «константа».

## **Историческая справка**

## 2. Постановка проблемы (задача о ранце)

- \* Задача о ранце датируется 1897 годом в статье Джорджа Балларда Мэтьюса. Интенсивное изучение данной проблемы началось после публикации задачи Данцигом в 1957 году.

# Задача о ранце

С практической точки зрения задача о рюкзаке может служить моделью для решения большого числа промышленных, транспортных, логистических и экономических ситуаций:

1. Размещение грузов в помещении минимального объёма;
2. Раскройка ткани - для заданного куска материала найти максимальное число выкроек;
3. Расчёт оптимальных капиталовложений.

# Задача о ранце

- \* С задачей о ранце сталкивается любой человек, собирающий чемодан: на предмет накладываются два параметра: вес и ценность,
- \* т. е. каждый предмет имеет вес и ценность. Имеется рюкзак (ранец) определённой вместимости. Вопрос: как собрать рюкзак с максимальной ценностью предметов внутри.  
([www.edu.cap.ru /home/4663/sered.doc](http://www.edu.cap.ru/home/4663/sered.doc)).

# \* Задача о ранце

\* Математически:

\* Дано  $n$  - грузов (предметов);

\* для каждого  $i$  -го груза вес  $p_i > 0$  и ценность  $C_i > 0$ ,  $i = 1; 2; 3; \dots, n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

\* Как выбрать те грузы  $x_i$ , чтобы суммарная ценность упаковки была максимальной?

# Работа с кейсом

- \* Объясняем учащимся, что занятие будет проходить в виде кейс-метода, что для решения проблемы подготовлен кейс, в котором предложена информация о решении задач на оптимизацию. Сам кейс предоставляется ученикам непосредственно на занятии.
- \* На его изучение, ознакомление с ним отводится около 20 минут времени занятия.



# **\*Ключевое задание**

- \* Организуется работа в группах по поиску решения задач из разных областей знаний: физики, экономики и т.д. Учитель помогает ученикам при возникновении вопросов, ученики в группах обсуждают варианты, объясняют непонятные моменты друг другу.
- \* Этот этап имеет примерную длительность - 20 минут.

\*

## \* Задача 1.

\* Три пункта А, В, С не лежат на одной прямой. Угол АВС равен  $60^{\circ}$ . Из точки А выходит автомобиль и движется по направлению к п. В. Скорость автомобиля 80 км/час. Из точки В движется поезд к точке С со скоростью 50 км/час. В какой момент времени (от начала движения) расстояние между поездом и автомобилем будет наименьшим, если АВ= 200 км.

## \* Задача 2

- \* Фабрике нужна упаковочная тара.  $h$
- \* Из листа картона квадратной формы со стороной 12 дм сделали коробку в форме прямоугольного параллелепипеда. Какая высота должна быть у коробки, чтобы её объём был наибольшим.

## \*Задача 3

\*Окно имеет форму прямоугольника, завершённого полукругом. Периметр окна 6 метров. При каких линейных размерах окна освещённость будет наибольшей?

# \* Дополнительная информация

\* этапы математического моделирования :

\* I этап: составление модели;

\* II этап: работа с моделью;

\* III этап: ответ на вопрос задачи.

# Дополнительная информация

- \* На I этапе составления модели мы отвечаем на непростые вопросы, как при наименьших затратах достичь наилучших результатов - высокого жизненного уровня, максимальной прибыли, минимальных затрат.
- \* На пике решения этих проблем появились новые профессии. Такие как *финансовый аналитик, логист*, которые непосредственным образом решают экстремальные задачи, разрабатывая стратегию успеха деятельности предприятия, работая на перспективу.

# \* **Дополнительная информация**

- \* Следовательно, математика становится живым инструментом поиска оптимальных решений в организации производства, инновационных открытий, повышения производительности труда, а значит, служит положительной динамике развития всей страны в целом.
- \* Задачи подобного рода носят общее название - задачи на оптимизацию (от латинского слова optimum — «наилучший»).

# \* **Дополнительная информация**

\* Прежде чем переходить к конкретным примерам решения задач на оптимизацию, дадим некоторые рекомендации методического плана.



# I этап. Составление математической модели.

- \*1) Проанализировав условия задачи, выделите *оптимизируемую величину* (сокращенно: О. В.), т. е. величину, о наибольшем или наименьшем значении которой идет речь. Обозначьте ее буквой  $y$  (или  $S, V, R, t$  — в зависимости от фабулы).
- \*2) Одну из участвующих в задаче неизвестных величин, через которую сравнительно нетрудно выразить О. В., примите за *независимую переменную* (сокращенно: Н. П.) и обозначьте ее буквой  $x$  (или какой-либо иной буквой). Установите *реальные границы* изменения Н. П. (в соответствии с условиями задачи), т. е. область определения для искомой О. В.
- \*3) Исходя из условий задачи, выразите  $y$  через  $x$ . Математическая модель задачи представляет собой функцию  $y = f(x)$  с областью определения  $X$ , которую нашли на втором шаге.

## II этап. Работа с составленной моделью

\* На этом этапе для функции  $y = f(x)$ ,  $x \in X$  найдите  $y_{\text{наим.}}$  или  $y_{\text{наиб.}}$  В зависимости от того, что требуется в условии задачи. При этом используются теоретические установки, которые мы изучили ранее.

### **\* III этап. *Ответ на вопрос задачи.***

\* Здесь следует дать конкретный ответ на вопрос задачи, опираясь на результаты, полученные на этапе работы с моделью.

**\* В) алгоритм решения задач на отыскание \*  
наибольшего и наименьшего значений  
функции на отрезке  $[a, b]$ :**

- \* -Найти критические точки, лежащие внутри отрезка, т.е. на интервале  $(a, b)$ .
- \* -Вычислить значения функции в этих точках.
- \* -Вычислить значения функции на концах отрезка.
- \* -Из значений функций, найденных в предыдущих пунктах, выбрать наибольшее и наименьшее.

## \* 4. Критерии оценки работы, проделанной в группе.

1. Группы представили краткий анализ ситуации, предложенной в задаче;
2. Группы обосновали выбор оптимизируемой величины, независимой переменной и границ её изменения;
3. Верно составили математическую модель и нашли правильное решение математической задачи;
4. Верно проанализировали полученные значения и дали правильный ответ.

## \* 5. Обобщение

\* Обобщение проделанной работы в форме *пресс-конференции* с анализом каждого этапа и выводами с учётом обсуждения критериев эффективности предложенных решений.

\* Этот этап займёт по времени около 20 минут.

## \* 6. Итоговая часть

- \* Итоговая часть занятия займёт около 20 минут и посвящена подведению итогов, обобщению полученных результатов. Итоговую часть занятия проводит учитель, опираясь на предоставленные группами варианты решений.
- \* Надо ли учить школьников решать прикладные задачи с физическим, техническим, экономическим содержанием?

- \* С одной стороны законы математики обязательны для всех наук. Круг ее приложений настолько широк, что все равно не удастся рассмотреть их в достаточной полноте. И наконец, учить решать физические задачи - дело преподавания физики.
- \* С другой стороны, математика черпает идеи для своего дальнейшего развития именно из приложений. Если вообще отказаться от задач с реальным предметным содержанием, то ученик не сможет решить ничего, кроме теоретических упражнений.

**\*Итоговая часть**



\* Чтобы разобраться с этим вопросом, ответим себе: зачем вообще учат математике? В 1267 году на этот вопрос английский философ *Роджер Бекон* ответил так:

\* ***«Тот, кто не знает математики, не может узнать никакой другой науки и даже не может обнаружить своего невежества».***

\* **Итоговая часть**

## **\*7. Домашнее задание**

- \* По задачку А.Г.  
Мордковича, П.В. Семёнова «Алгебра  
и начала анализа. 10 класс»  
(профильный уровень):
- \* А - № 46.46(б);
- \* В - № 46.60;
- \* С - № 46.56.

# \* Технологическая карта урока математики в 10 классе.

\* **Тема урока:** «Задачи на отыскание наибольшего и наименьшего значений величин. Задачи на оптимизацию».

<b>Цели для ученика:</b> 1. <i>Личностные цели</i> – осмысление целей образования; приобретение веры в себя, в свои потенциальные возможности; реализация конкретных индивидуальных способностей; самовыражение через материал предмета. 2. <i>Предметные цели</i> - формирование положительного отношения к изучаемому предмету; знание основных понятий; решение типовых или творческих задач по теме. 3. <i>Креативные цели</i> – составление сборника задач; конструирование модели. 4. <i>Когнитивные цели</i> – формирование представлений о целостности математической науки, об этапах её развития, о её значимости в развитии цивилизации; познание объектов окружающей реальности; изучение способов решения возникающих проблем; овладение навыками работы с первоисточниками. 5. <i>Оргдеятельностные цели</i> – овладение навыками самоорганизации учебной деятельности; умение ставить перед собой цель; планировать деятельность; развитие навыков работы в группе; освоение техники ведения дискуссии.	<b>Цели для учителя:</b> 1. <b>Предметные:</b> закрепить умения применять знания о нахождении наибольшего и наименьшего значений функции с помощью производной при решении задач на оптимизацию. 2. <b>Метапредметные:</b> <b>Ученик научится</b> определять понятия, создавать обобщения, формировать умения анализировать и осмысливать текст, устанавливать аналогии с известными правилами, аргументировать ответ. <b>Ученик получит возможность</b> извлекать необходимую информацию, формулировать вопрос, понимать сущность алгоритмических предписаний и умений действовать в соответствии с предложенным алгоритмом, строить логическую цепочку, научиться обобщать. 3. <b>Личностные</b> : стимулировать деятельность учащихся для достижения успеха, научить работать в группе, уважать мнение других, помочь определиться с выбором будущей профессии.
<b>Тип урока:</b> комбинированный	<b>Форма урока:</b> «кейс» - метод
<b>Опорные понятия, термины:</b> производная, критические точки, наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.	<b>Новые понятия:</b> задачи на оптимизацию, составление математической модели
	<b>Ресурсы:</b> «кейс», учебник, раздаточный материал, компьютер, мультимедиапроектор, презентация учащегося.
<b>Формы работы:</b> индивидуальная, групповая, фронтальная. <b>Формы контроля:</b> фронтальный опрос, взаимоконтроль	<b>Домашнее задание :</b> <b>разноуровневые задачи</b> по задачнику А.Г. Мордковича, П.В. Семёнова «Алгебра и начала анализа. 10 класс» (профильный уровень). А - № 46.46(б); В - № 46.60; С - № 46.56.

## \* Технологическая карта урока математики

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность ученика	Используемые методы, приемы, формы	Формируемые УУД	Результат взаимодействия (сотрудничества)
Организационный. Эпиграф.	<p>Формирование рабочих групп, создание благоприятного психологического настроения на работу, эпиграф.</p> <p>Вопросы: чем мы занимались на прошлом уроке? Какие новые термины мы узнали? Зачем нам нужно знать правила нахождения наиб. и наим. значений функции на отрезке? Формулирование целей урока: мы должны научиться решать задачи на применение этих знаний. Узнать, как называются задачи подобного рода, историю вопроса. Занятие будет проходить в виде кейс-метода, для решения проблемы подготовлен кейс, в котором предложена нужная вам информация.</p>	<p>Включение в деловой ритм урока. Отвечают на вопросы. Формулируют цель урока. Осмысливают эпиграф.</p>	Фронтальная работа	<p><b>Личностные:</b> самоопределение, взаимоуважение. <b>Регулятивные:</b> целеполагание. <b>Коммуникативные:</b> планирование сотрудничества с учителем, сверстниками. <b>Познавательные:</b> положительная мотивация к изучению предметного материала.</p>	Готовы к сотрудничеству в группах, внимательны, собраны.

## \* Технологическая карта урока математики

<p>Актуализация знаний.</p> <p>Создание проблемной ситуации.</p>	<p>Актуализирует опорные знания и способы действий через вопросы, Математический диктант, слушает доклад учащегося по истории вопроса, задачу о ранце. Раздаёт задания группам.</p>	<p>Дают определения производной, критических точек, наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке, слушают историческую справку, подготовленную одноклассником, задачу о ранце.</p>	<p>Фронтальная работа. Проблемный диалог.</p>	<p><b>Познавательные:</b> анализ объекта.</p>	<p>Участвуют в обсуждении проблемы</p>
--	---	---	---	---	--

## \* Технологическая карта урока математики

<p>Знакомств о с наполнени ем «кейса»</p>	<p>В «кейсе» предлагает отыскать информацию, которая может понадобиться при решении проблемы. Отвечает на вопросы учащихся.</p>	<p>Участвуют в устном обсуждении, понимают необходимость теоретических знаний, извлекают нужную информацию, выявляют недостатки в знаниях, планируют этапы решения задачи.</p>	<p>Работа в группах. Проблемный диалог.</p>	<p><b>Личностные:</b> умение выслушать собеседника, согласиться с чужим мнением или отстоять своё. <b>Регулятивные:</b> планирование, прогнозирование. <b>Коммуникативные:</b> планирование сотрудничества с учителем, сверстниками. <b>Познавательные:</b> положительная мотивация к</p>	<p>Повторили алгоритм нахождения наиб. и наим. значений функции на отрезке. Поняли, что будут решать задачу на оптимизацию. Составили план работы.</p>
---	---	--	---	---	--

# Технологическая карта урока математики

<p>Практическая деятельность по применению изученного материала (решение проектной задачи)</p>	<p>Контролирует деятельность учащихся в группах, отвечает на вопросы</p>	<p>Делают предположения, моделируют задачу, составляют план решения, комментируют записи в тетради, выбирают форму записи ответа.</p>	<p>Работа в группах.</p>	<p><b>Познавательные:</b> поиск решения с опорой на приобретённые знания. <b>Коммуникативные:</b> проявляет стремление к сотрудничеству в групповой работе, проявляет готовность к изменению своих суждений в свете убедительных аргументов, <b>Личностные:</b> формирует последовательное и устойчивое жизненное кредо. <b>Регулятивные:</b> оценка своего вклада в работу группы, контроль, коррекция.</p>	<p>Записанное в тетрадях решение проблемной задачи.</p>
--	--	---	--------------------------	--	---

## \* Технологическая карта урока математики

Проверка и закрепление освоенного (пресс-конференция)	Проверяет правильность решения задач, корректирует ответы учащихся.	Ученик принимает на себя ответственность за свои действия, понимает свои возможности и ограничения, строит жизненные планы в соответствии с собственными способностями, интересами, убеждениями. Доказывает свой выбор, дополняет ответы ребят из других групп.	Беседа, защита решения группы.	<b>Познавательные:</b> корректирует приобретённые знания. <b>Коммуникативные:</b> проявляет готовность к изменению своих суждений в свете убедительных аргументов, <b>Личностные:</b> формирует последовательное и устойчивое жизненное кредо. <b>Регулятивные:</b> оценка своего вклада в работу группы, контроль, коррекция.	Записанные в тетрадях решения задач других групп.
---	---	---	--------------------------------	---	---



## \* Технологическая карта урока математики

Подведение итогов.	Обобщает изученный материал. Предлагает учащимся проговорить метод и этапы решения задач на оптимизацию. Подводит итоги урока.	Обобщает полученные знания. Повторяет правило решения задач на оптимизацию. Обсуждает трудные этапы выполнения задания.	Фронтальный опрос	<b>Познавательные:</b> корректирует приобретённые знания. <b>Коммуникативные:</b> проявляет готовность осмыслить и обсудить решения., <b>Личностные:</b> формирует умение высказать свои трудности и готовность принять помощь в их разрешении. <b>Регулятивные:</b> оценка своего вклада в работу группы, контроль, коррекция.	Запись в тетрадях трёх этапов решения задач на оптимизацию из «кейса».
--------------------	--	---	-------------------	--	--

## \* Технологическая карта урока математики

<p>Домашнее задание (три уровня)</p>	<p>Обеспечение понимания заданий из учебника. Дифференцирование заданий из учебника.</p>	<p>Обсуждают трудные этапы, записывают ДЗ в тетрадь или дневник.</p>	<p>беседа</p>	<p><b>Регулятивные:</b> целеполагание, контроль, оценка, коррекция.</p>	<p>В дневниках: Уровень А- № 46.46(б); В - № 46.60; С - № 46.56.</p>
<p>Рефлексия (синквейн)</p>	<p>Самооценку в соответствии с целями урока.</p>	<p>Сочиняют синквейн</p>	<p>Работа в группах. Фронтальный опрос</p>	<p><b>Коммуникативные:</b> умение с полнотой выразить свои мысли. <b>Регулятивные:</b> контроль, оценка, коррекция.</p>	<p>Само- и взаимооценка работы на уроке.</p>
<p>Завершение урока</p>	<p><i><b>Улыбка- лучшее, что красит человека</b></i></p>	<p>Нам – <i><b>«Ура!»</b></i></p>			



◆ Спасибо!