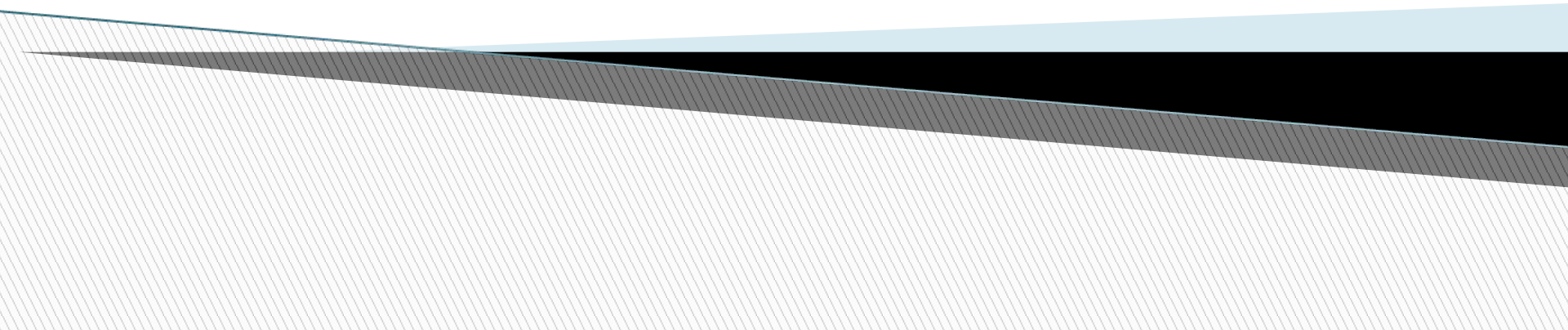
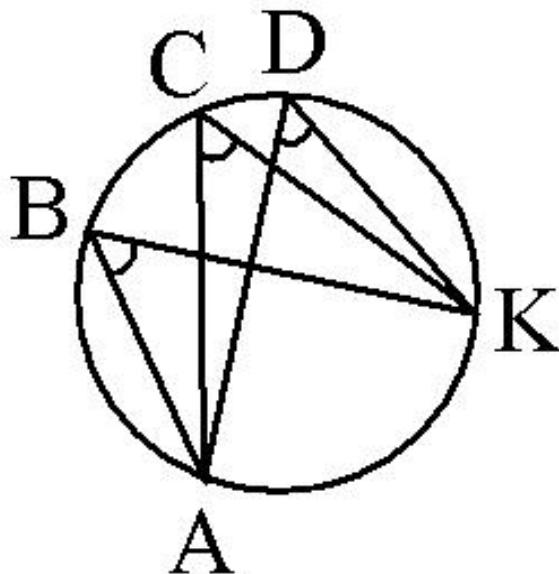


Вписанные и описанные многоугольники

Урок 5

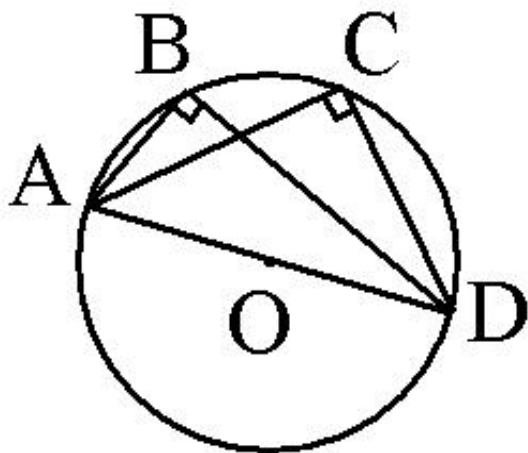


Вписанные углы



$$\angle ABK = \angle ACK = \angle ADK$$

Вписанные углы, которые опираются на одну и ту же дугу, равны между собой.

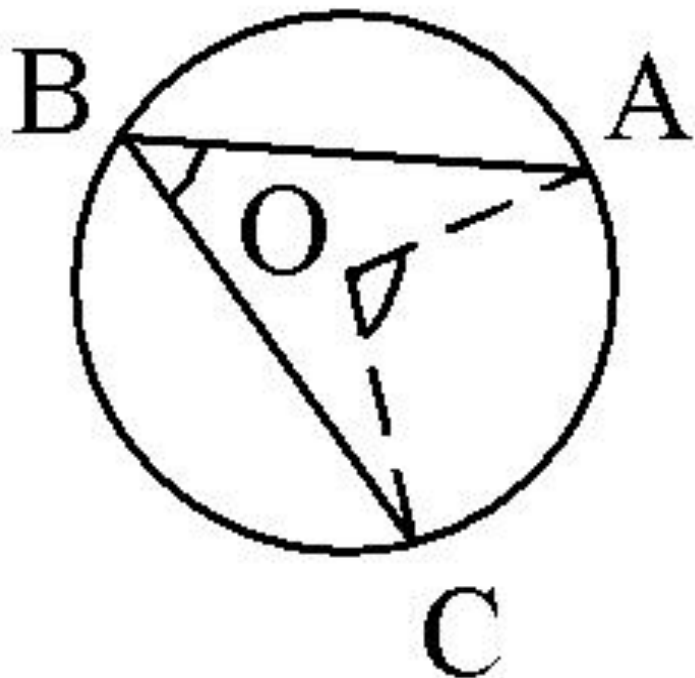


Вписанный угол, который опирается на диаметр, равен 90° .

$$\angle ABD = \angle ACD = 90^\circ$$

Вписанные углы

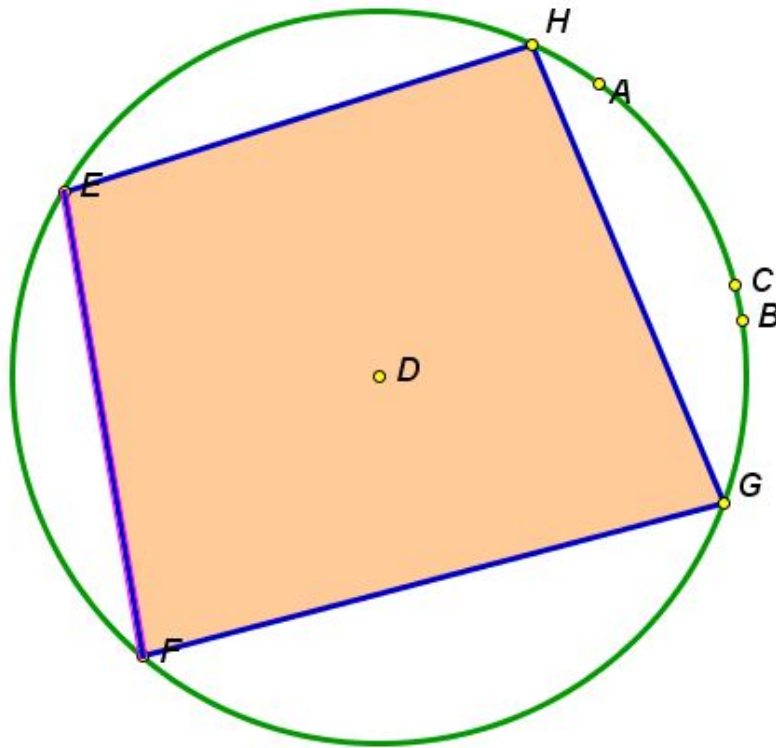
$\angle ABC$ - вписанный угол,



$$\angle ABC = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AC} = \frac{1}{2} \angle AOC$$

Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается и равен половине центрального угла, опирающегося на ту же дугу.

Описанная окружность

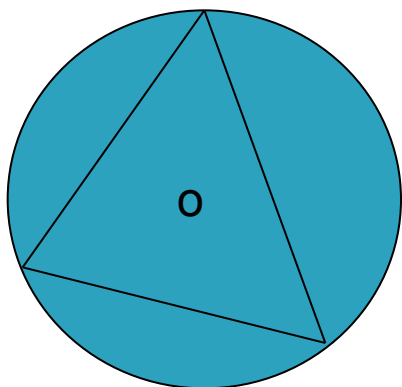


Окружность называется **описанной** около многоугольника, если она проходит через все его вершины.

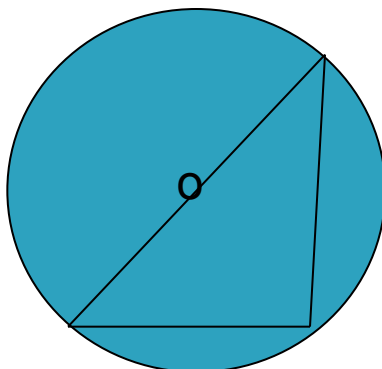
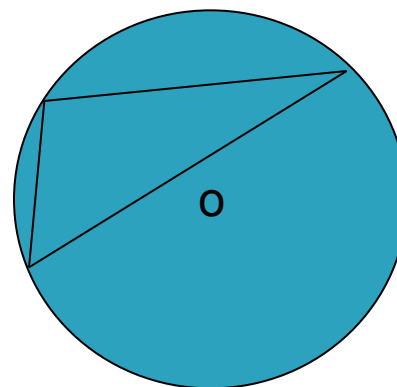
Описанная окружность

Расположение центра описанной окружности в зависимости от вида треугольника:

Остроугольный треугольник



Тупоугольный треугольник



Прямоугольный
треугольник

Описанная окружность

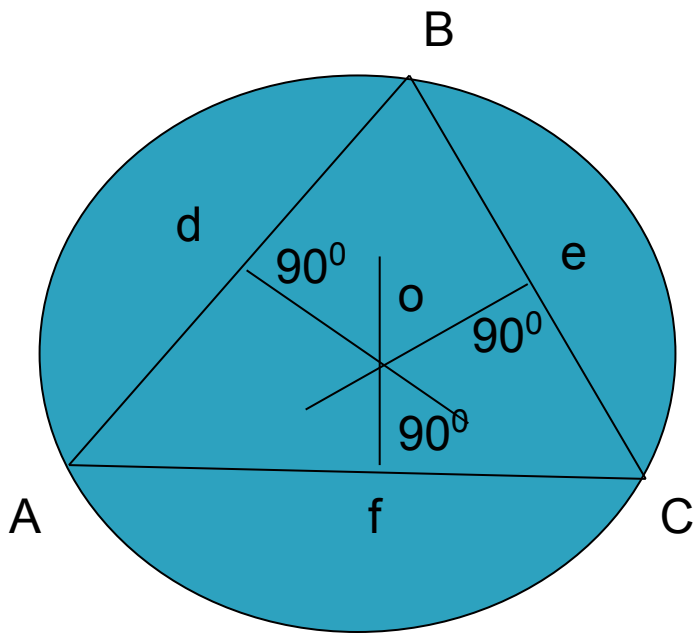
Около любого треугольника
можно описать окружность.

Центр описанной окружности – есть точка пересечения
серединных перпендикуляров.

Ad = dB

Be = eC

Cf = fA



$$R_3 = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

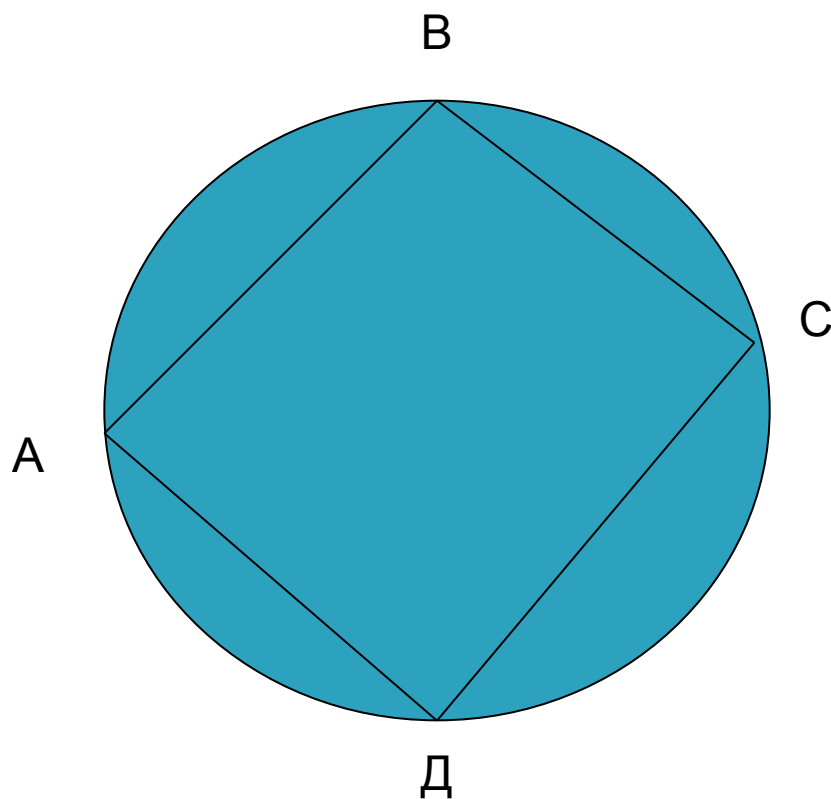
- для правильного Δ ,
где a - сторона

$$R_6 = a$$

$$R_n = \frac{a_n}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}}$$

Описанная окружность

Если около четырехугольника можно описать окружность, то сумма противоположных углов равна 180 градусам.

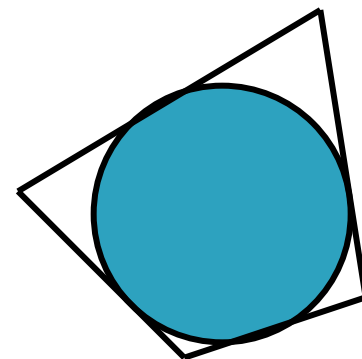
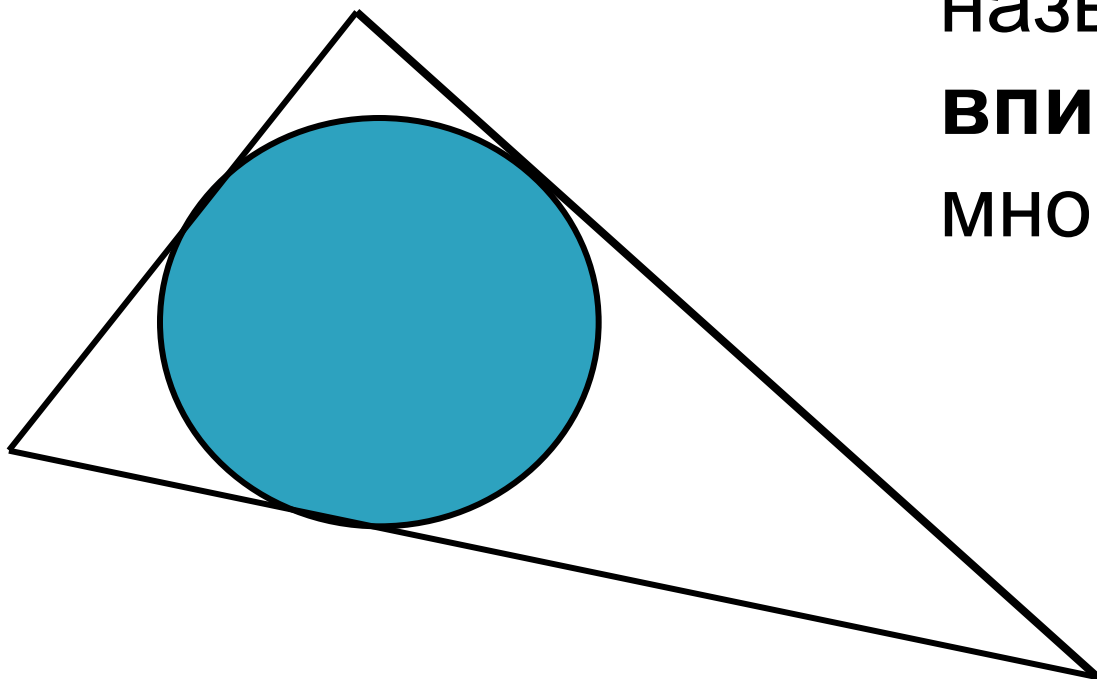


(и обратно)

$$\text{угол } A + \text{угол } C = \text{угол } B + \text{угол } D = 180^{\circ}$$

Вписанная окружность

Если все стороны
многоугольника
касаются окружности,
то окружность
называется
вписанной в
многоугольник.



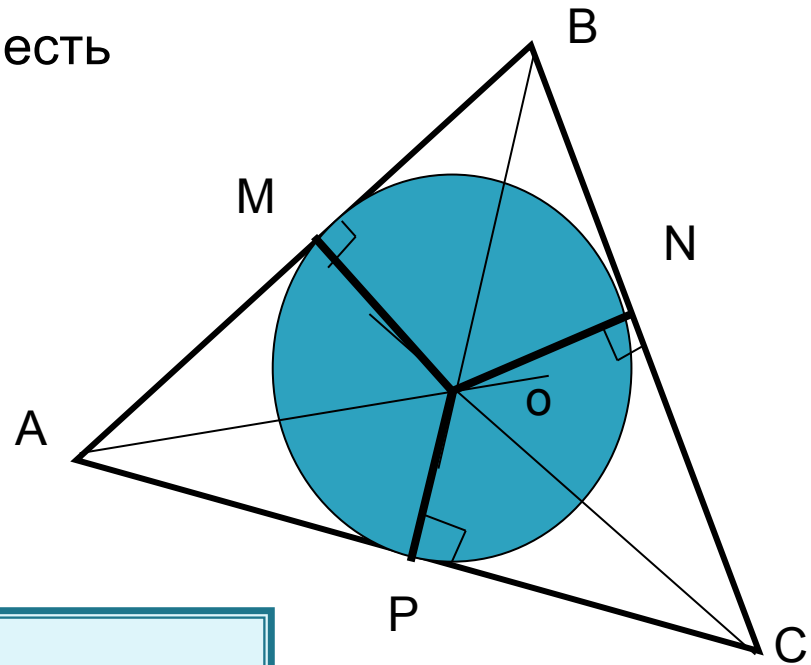
Вписанная окружность

В любой треугольник можно вписать окружность.

Центр вписанной окружности – есть точка пересечения биссектрис его углов.

$$r_3 = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

- для правильного Δ ,
где a - сторона



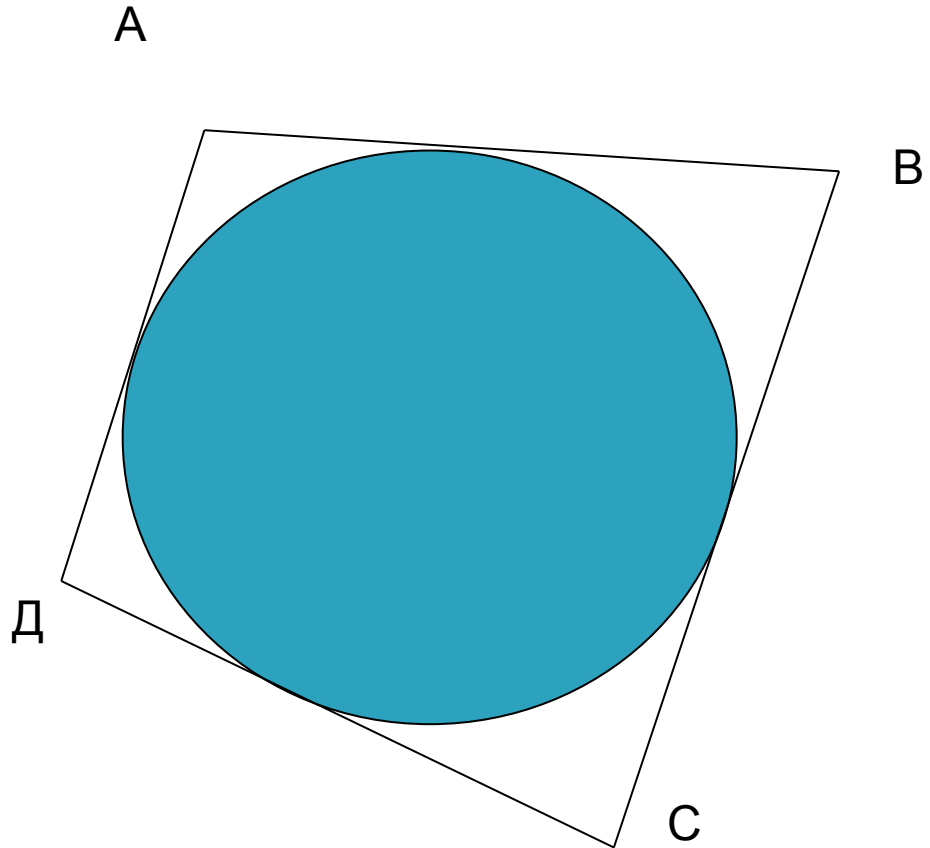
$$r_n = \frac{a_n}{2 \cdot \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}}$$

$$r_6 = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Вписанная окружность

Если в четырехугольник можно вписать окружность, то суммы противоположных сторон равны.

$$AB+CD=AD+BC$$



Формулы площадей треугольников.

$$S_{\triangle} = p * r$$

где P – полупериметр треугольника
 r – радиус вписанной окружности

$$S_{\triangle} = \frac{A * B * C}{4 * R}$$

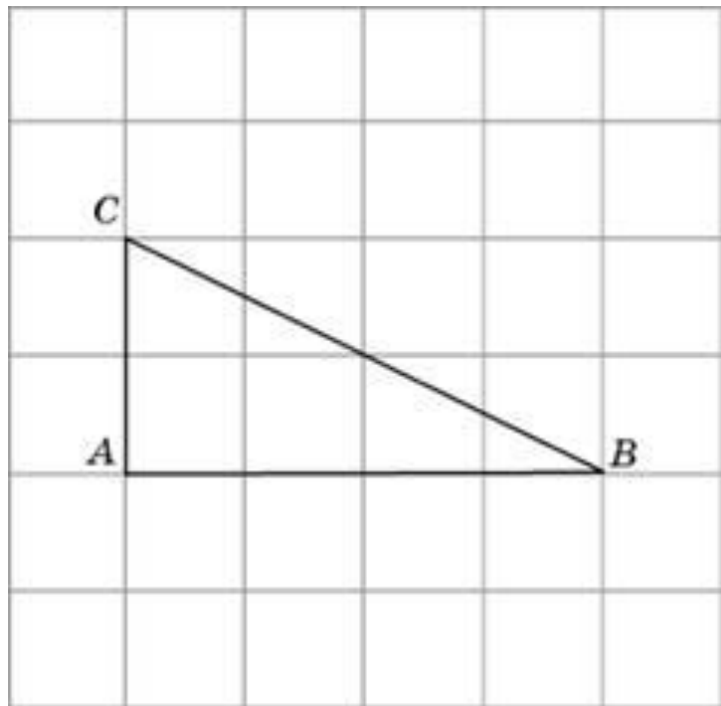
где A, B, C - стороны треугольника
 R - радиус описанной окружности

Задача 1.

Найдите радиус R окружности, описанной около треугольника ABC , если стороны квадратных клеток равны 1.

В ответе укажите

$$R\sqrt{5}$$

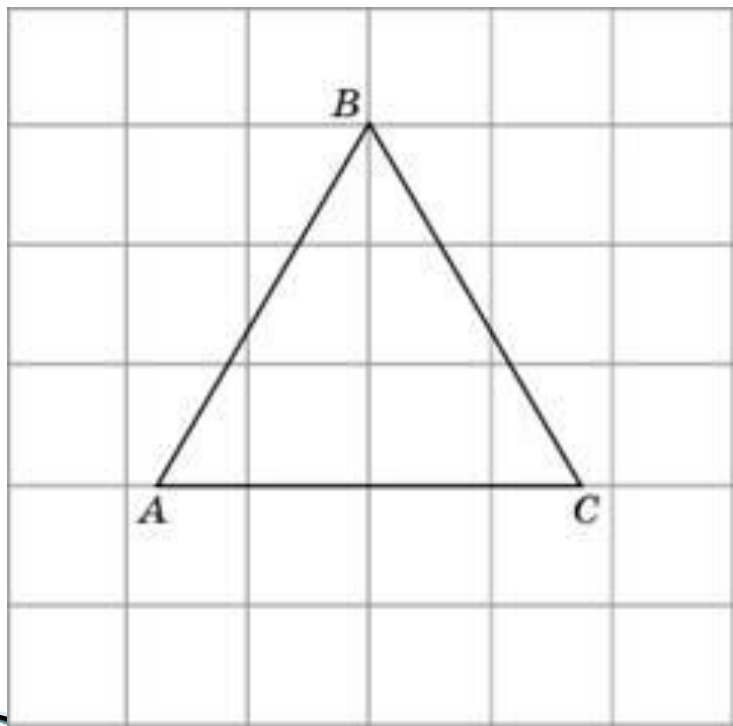


Подсказка:

Т.к. окружность описана около прямоугольного треугольника, то его гипотенуза является диаметром окружности.

Задача 2.

Найдите радиус окружности, описанной около правильного треугольника ABC , считая стороны квадратных клеток равными 1.



Подсказка:

Центр окружности, описанной около треугольник – точка пересечения серединных перпендикуляров.

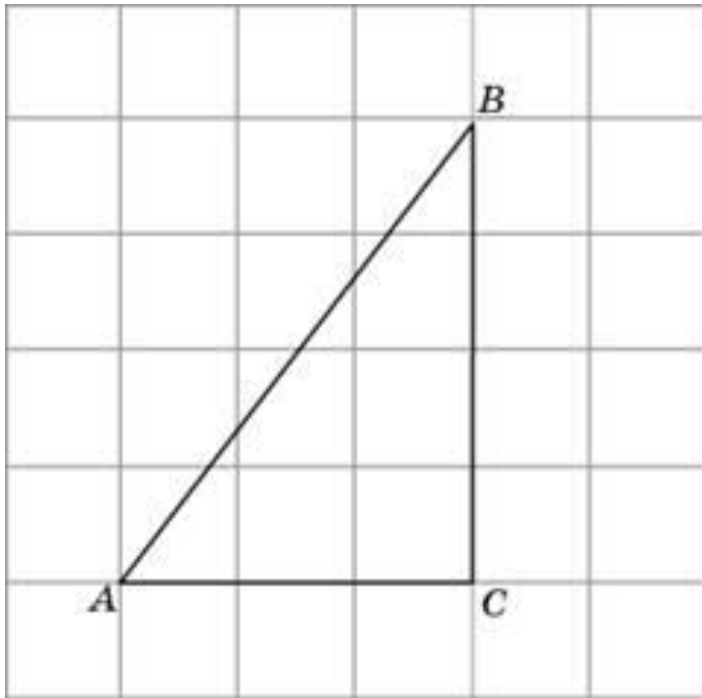
Подсказка 2:

Медианы, биссектрисы, высоты в треугольнике точкой пересечения делятся в отношении 2:1, считая от вершины треугольника.

Задача 3.

Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC , считая стороны квадратных клеток равными 1.

Подсказка:

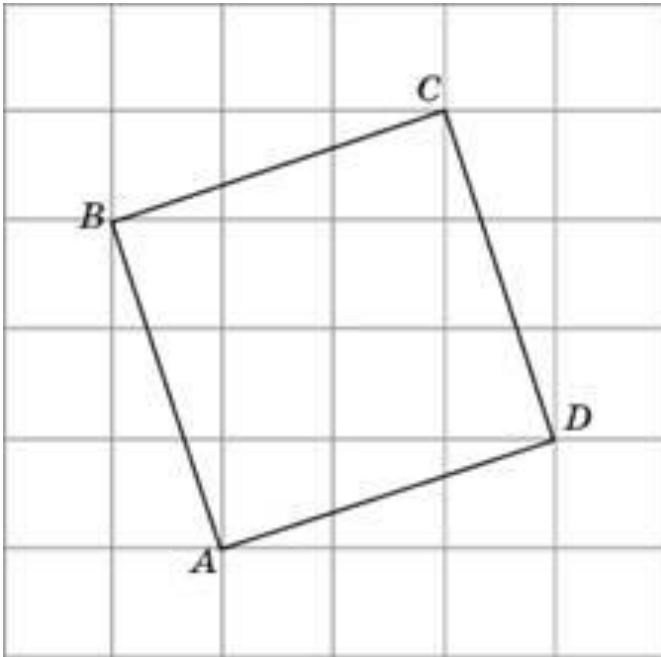


$$S_{\triangle} = p * r$$

Задача 4.

Найдите радиус r окружности, вписанной в четырехугольник $ABCD$. В ответе укажите

$$r\sqrt{10}$$



Задача 5.

В четырехугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB=10$, $CD=16$. Найдите периметр четырехугольника

