

# АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДРОБИ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Алгебраической дробью называют выражение  $\frac{P}{Q}$ , где  $P$  и  $Q$  – многочлены;  
 $P$  – числитель алгебраической дроби,  
 $Q$  – знаменатель алгебраической дроби

$$\frac{x+y}{x-y}, \frac{x^3+1}{x^2-x+2}, \frac{a^2-4}{a+2}, \frac{a}{2}, \frac{3a+7}{5}.$$

$$2x^2 + 5x + 3 = \frac{2x^2 + 5x + 3}{1}$$

$$\frac{3a + 7}{5} = \frac{3}{5}a + \frac{7}{5}$$

$$\frac{a^2 - 4}{a + 2} = a - 2$$

$\frac{10}{5}$  по форме – обыкновенная дробь,  
 $a$  по содержанию – натуральное число 2

**Пример 1:** Найти значение алгебраической дроби:

$$\frac{a^2 + 2ab + b^2}{(a + b)(a - b)}$$

если: а)  $a=2, b=1$ ; б)  $a=5, b=0$ ; в)  $a=4, b=4$ .

**Решение:**

а)  $a=2, b=1$ :

$$\frac{a^2 + 2ab + b^2}{(a + b)(a - b)} = \frac{2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 1 + 1^2}{(2 + 1)(2 - 1)} = \frac{9}{3} = 3.$$

б)  $a=5, b=0$ :

$$\frac{a^2 + 2ab + b^2}{(a + b)(a - b)} = \frac{5^2 + 2 \cdot 5 \cdot 0 + 0^2}{(5 + 0)(5 - 0)} = \frac{25 + 0 + 0}{5 \cdot 5} = 1.$$

**Пример 1:** Найти значение алгебраической дроби:

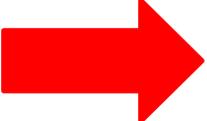
$$\frac{a^2 + 2ab + b^2}{(a + b)(a - b)}$$

в)  $a=4, b=4$ :

$$a - b = 0; \quad \frac{a^2 + 2ab + b^2}{(a + b)(a - b)} = 0 \quad \text{На 0 делить нельзя!}$$

**Переменные, входящие в состав алгебраической дроби, принимают лишь допустимые значения, т.е. такие значения, при которых знаменатель дроби не обращается в нуль**

**Замечание.**


$$\frac{a^2 + 2ab + b^2}{(a + b)(a - b)} = \frac{(a + b)^2}{\cancel{(a + b)}(a - b)} = \frac{a + b}{(a - b)}$$

**Пример 2:** Лодка прошла 10 км по течению реки и 6 км против течения, затратив на весь путь 2 ч. Чему равна собственная скорость лодки, если скорость течения реки равна 2 км/ч?

**Решение:**

### I. Составление математической модели

$x$  км/ч - собственная скорость лодки

$(x+2)$  км/ч - скорость лодки по течению

$(x-2)$  км/ч - скорость лодки против течения

$\frac{10}{x+2}$  ч - время, затраченное на путь в 10 км по течению

$\frac{6}{x-2}$  ч - время, затраченное на путь в 6 км против течения

$$\frac{10}{x+2} + \frac{6}{x-2} = 2$$

**Пример 2:** Лодка прошла 10 км по течению реки и 6 км против течения, затратив на весь путь 2 ч. Чему равна собственная скорость лодки, если скорость течения реки равна 2 км/ч?

**Решение:**

## II. Работа с составленной моделью

$x$  км/ч - собственная скорость лодки

$(x+2)$  км/ч - скорость лодки по течению

$(x-2)$  км/ч - скорость лодки против течения

$\frac{10}{x+2}$  ч - время, затраченное на путь в 10 км по течению

$\frac{6}{x-2}$  ч - время, затраченное на путь в 6 км против течения

$$\frac{10}{x+2} + \frac{6}{x-2} = 2$$