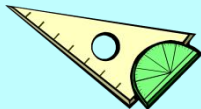




$$a \sin x + b \cos x = 0$$

РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ.

ПРИЕМЫ РЕШЕНИЯ ПРОСТЕЙШИХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ.



$$a \sin^2 x + c \cdot \sin x \cos x + b \cos^2 x = 0$$



Содержание.

1. Вводная часть, повторение теоретического материала.
2. Решение тригонометрических уравнений.
3. Проблемы, возникающие при решении тригонометрических уравнений.



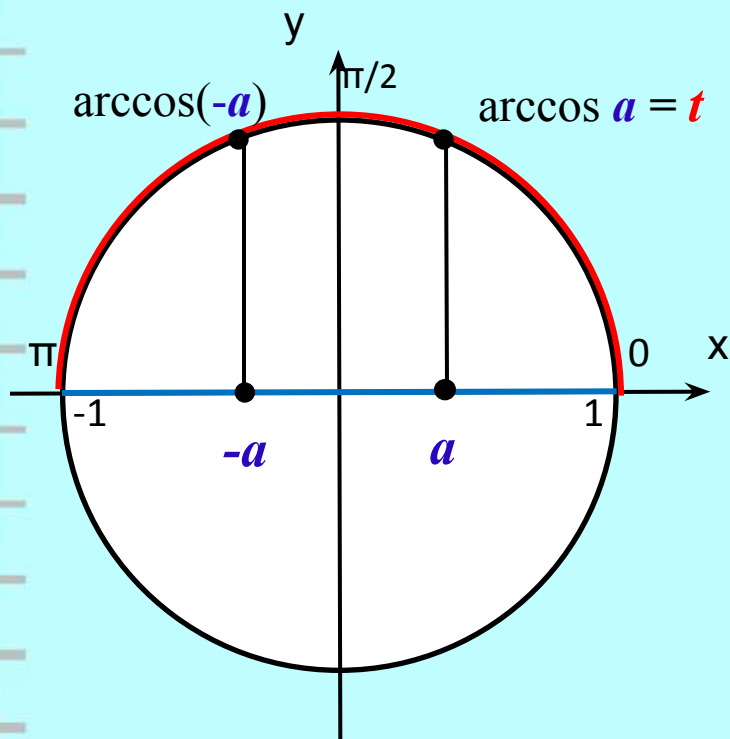
ЦЕЛЬ:

- Повторить решение тригонометрических уравнений.
 - 1. Знать формулы для решения простейших тригонометрических уравнений.
 - 2. Различать типы тригонометрических уравнений и знать способы их решений.
 - 3. Уметь решать тригонометрические уравнения любых типов.





Арккосинус



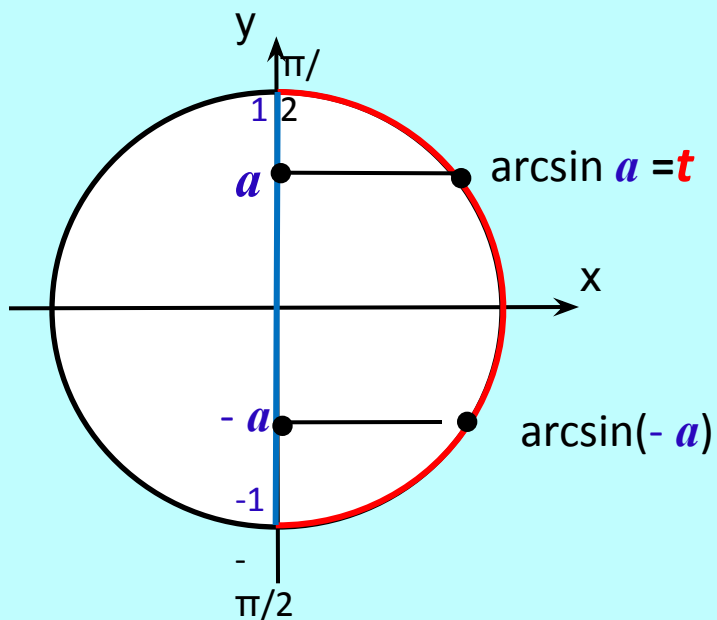
Арккосинусом числа a называется такое число (угол) t из $[0; \pi]$, что $\cos t = a$.
Причём, $|a| \leq 1$.

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$





Арксинус



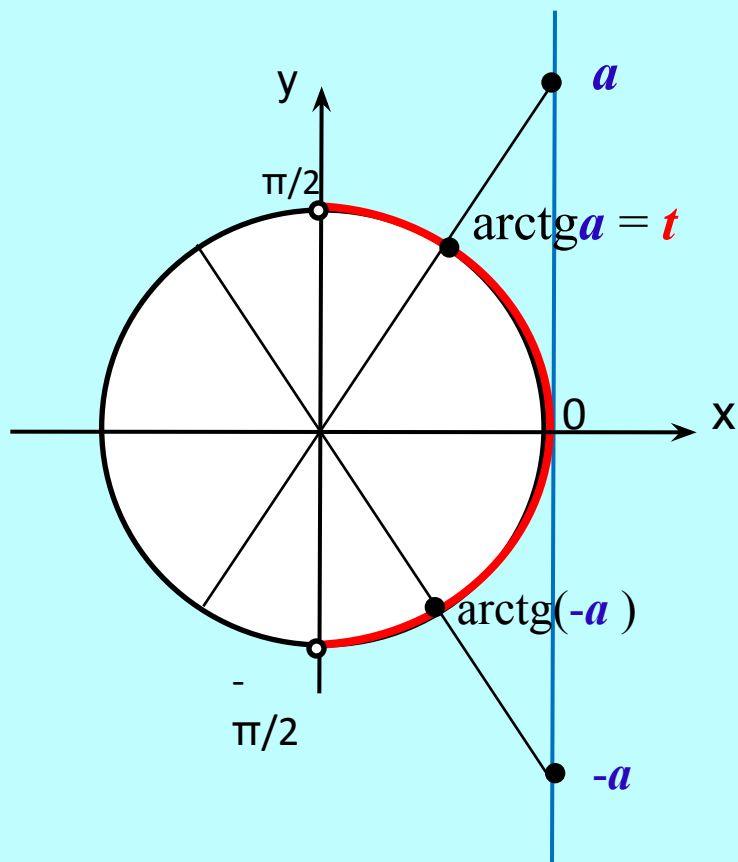
Арксинусом числа a называется такое число (угол) t из $[-\pi/2; \pi/2]$, что $\sin t = a$.
Причём, $|a| \leq 1$.

$$\arcsin(-a) = -\arcsin a$$





Арктангенс



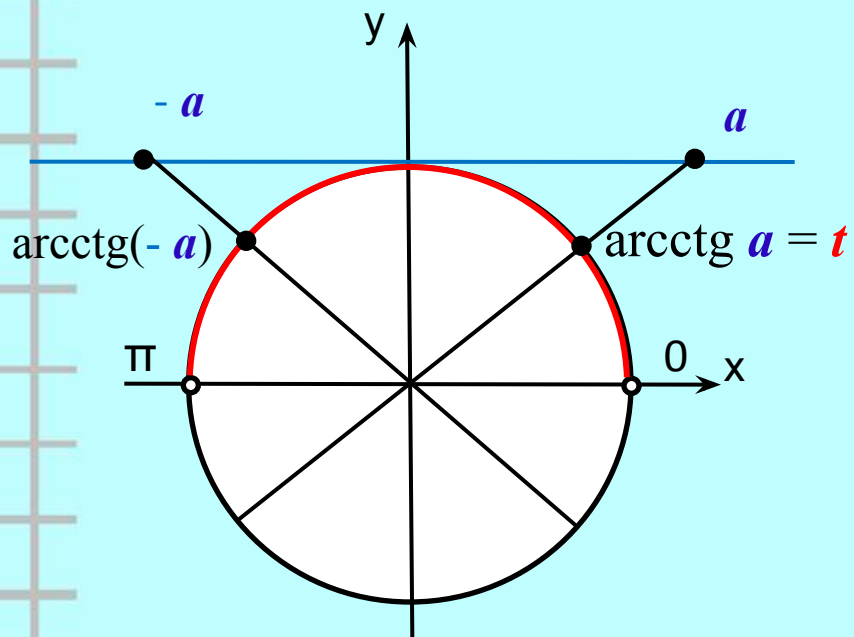
Арктангенсом числа a называется такое число (угол) t из $(-\pi/2; \pi/2)$, что $tg t = a$.
Причём, $a \in \mathbb{R}$.

$$\arctg(-a) = -\arctg a$$





Арккотангенс



Арккотангенсом числа a называется такое число (угол) t из $(0; \pi)$, что $\text{ctg } t = a$.
Причём, $a \in \mathbb{R}$.

$$\text{arcctg}(-a) = \pi - \text{arcctg } a$$





Формулы корней простейших тригонометрических уравнений

1. $\cos t = a$, где $|a| \leq 1$

$$t = \arccos a + 2\pi k, k \in Z$$

$$t = -\arccos a + 2\pi k, k \in Z$$

$$t = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in Z$$

Частные случаи

1) $\cos t = 0$; $t = \pi/2 + \pi k, k \in Z$

2) $\cos t = 1$; $t = 2\pi k, k \in Z$

3) $\cos t = -1$; $t = \pi + 2\pi k, k \in Z$

2. $\sin t = a$, где $|a| \leq 1$

$$t = \arcsin a + 2\pi k, k \in Z$$

$$t = \pi - \arcsin a + 2\pi k, k \in Z$$

$$t = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in Z$$

Частные случаи

1) $\sin t = 0$; $t = \pi k, k \in Z$

2) $\sin t = 1$; $t = \pi/2 + 2\pi k, k \in Z$

3) $\sin t = -1$; $t = -\pi/2 + 2\pi k, k \in Z$



Формулы корней простейших тригонометрических уравнений

3. $\operatorname{tgt} t = a, a \in \mathbb{R}$

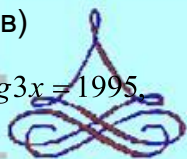
$t = \operatorname{arctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

4. $\operatorname{ctgt} t = a, a \in \mathbb{R}$

$t = \operatorname{arcctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

В)

$tg 3x = 1995$



Примеры

:

$$1) \cos t = -\frac{1}{2};$$

$$t = \pm \arccos(-1/2) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$t = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$3) \operatorname{tg} 3t = 2017;$$

$$2) \sin t = \frac{\pi}{3};$$

$$2) \sin t = \frac{\pi}{3};$$

Решений нет

$$4) \operatorname{ctg} t = -\sqrt{3}$$

$$t = \operatorname{arcc} \operatorname{tg}(-\sqrt{3}) + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$t = \frac{5\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$





Решение простейших уравнений

1) $\operatorname{tg}2x = -1$

$$2x = \operatorname{arctg}(-1) + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$2x = -\pi/4 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\pi/8 + \pi k/2, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $-\pi/8 + \pi k/2, k \in \mathbb{Z}$.

2) $\cos(x+\pi/3) = 1/2$

$$x+\pi/3 = \pm \arccos 1/2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x+\pi/3 = \pm \pi/3 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\pi/3 \pm \pi/3 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $-\pi/3 \pm \pi/3 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$





Методы решения тригонометрических уравнений.

$$2) \sin t = \frac{\pi}{3};$$





Решение.

Методы решения тригонометрических уравнений.

$$2) \sin t = \frac{\pi}{3};$$



Виды тригонометрических уравнений

1) Однородное уравнение первой степени:

Решаются делением на $\cos x$ (или $\sin x$) и методом введения новой переменной.

$$a \cdot \sin x + b \cdot \cos x = 0$$

Т.к. $\sin x$ и $\cos x$ одновременно не равны нулю, то разделим обе части уравнения на $\cos x$ (или на $\sin x$). Получим: простое уравнение

$$a \cdot \operatorname{tg} x + b = 0 \text{ или } \operatorname{tg} x = m$$

Пример. Решите уравнение $\sin x + 2\cos x = 0$.

Решение: Разделим обе части уравнения на $\cos x$.

$$\text{Получим } \frac{\sin x}{\cos x} + 2 \frac{\cos x}{\cos x} = 0$$

$$\operatorname{tg} x + 2 = 0$$

$$\operatorname{tg} x = -2$$

$$x = -\operatorname{arctg} 2 + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $-\operatorname{arctg} 2 + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$



Виды тригонометрических уравнений

2) Однородные уравнения второй степени:

Решаются делением на $\cos^2 x$ (или $\sin^2 x$) и методом введения новой переменной.

$$a \cdot \sin^2 x + b \cdot \sin x \cdot \cos x + c \cdot \cos^2 x = 0$$

Разделим обе части на $\cos^2 x$. Получим квадратное уравнение:

$$a \cdot \operatorname{tg}^2 x + b \cdot \operatorname{tg} x + c = 0.$$

Пример. Решить уравнение: $3\sin^2 x + 4 \sin x \cdot \cos x + 5 \cos^2 x = 2$.

Решение. $3\sin^2 x + 4 \sin x \cdot \cos x + 5 \cos^2 x = 2\sin^2 x + 2\cos^2 x$,

$$\sin^2 x + 4 \sin x \cdot \cos x + 3 \cos^2 x = 0,$$

$$\operatorname{tg}^2 x + 4 \operatorname{tg} x + 3 = 0, \text{ отсюда } y^2 + 4y + 3 = 0,$$

корни этого уравнения: $y_1 = -1$, $y_2 = -3$, отсюда

$$1) \operatorname{tg} x = -1, \quad 2) \operatorname{tg} x = -3,$$

Ответ: $-\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; -\operatorname{arctg} 3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$





Решение тригонометрических уравнений по известным алгоритмам

Вариант 1.

На «3»

- $3 \sin x + 5 \cos x = 0$
- $5 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0$

На «4»

- $3 \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 0$
- $5 \sin^2 x + 2 \sin x \cos x - \cos^2 x = 1$

На «5»

- $2 \sin x - 5 \cos x = 3$
- $1 - 4 \sin x + 6 \cos^2 x = 0$

Вариант 2.

На «3»

- $\cos x + 3 \sin x = 0$
- $6 \sin^2 x - 5 \sin x \cos x + \cos^2 x = 0$

На «4»

- $2 \sin^2 x - \sin x \cos x = 0$
- $4 \sin^2 x - 2 \sin x \cos x - 4 \cos^2 x = 1$

На «5»

- $2 \sin x - 3 \cos x = 4$
- $2 \sin^2 x - \cos x + 1 = 0$



Спасибо

За

внимание!