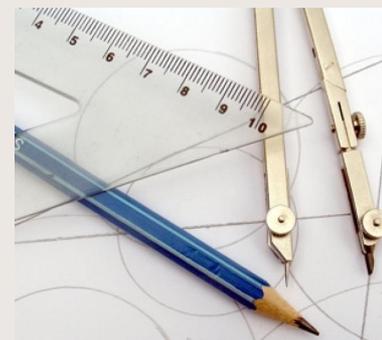
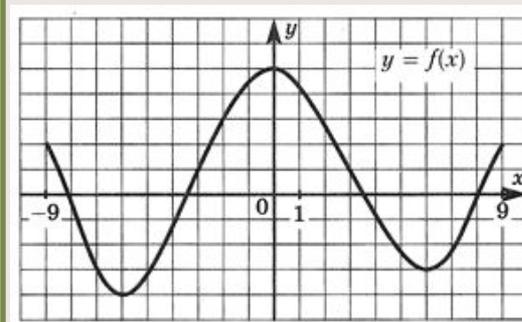


**Урок по теме:  
«Применение производной  
для исследования функций  
на монотонность»**



# Найдите производную функции:

1.  $f(x) = 6x^3 - 3x^2 + 3$

$18x^2 - 6x$

2.  $f(x) = 2x^2 + 1 \sqrt{x}$

$4x - 1 \sqrt{x^2}$

3.  $f(x) = 19$

0

4.  $f(x) = \sin 3x - 5x$

$3 \cos 3x - 5$

5.  $f(x) = \sqrt{x} + 8,3x$

$1 \sqrt{2} \sqrt{x} + 8,3$

6.  $f(x) = 5 \cos x - 2x^2$

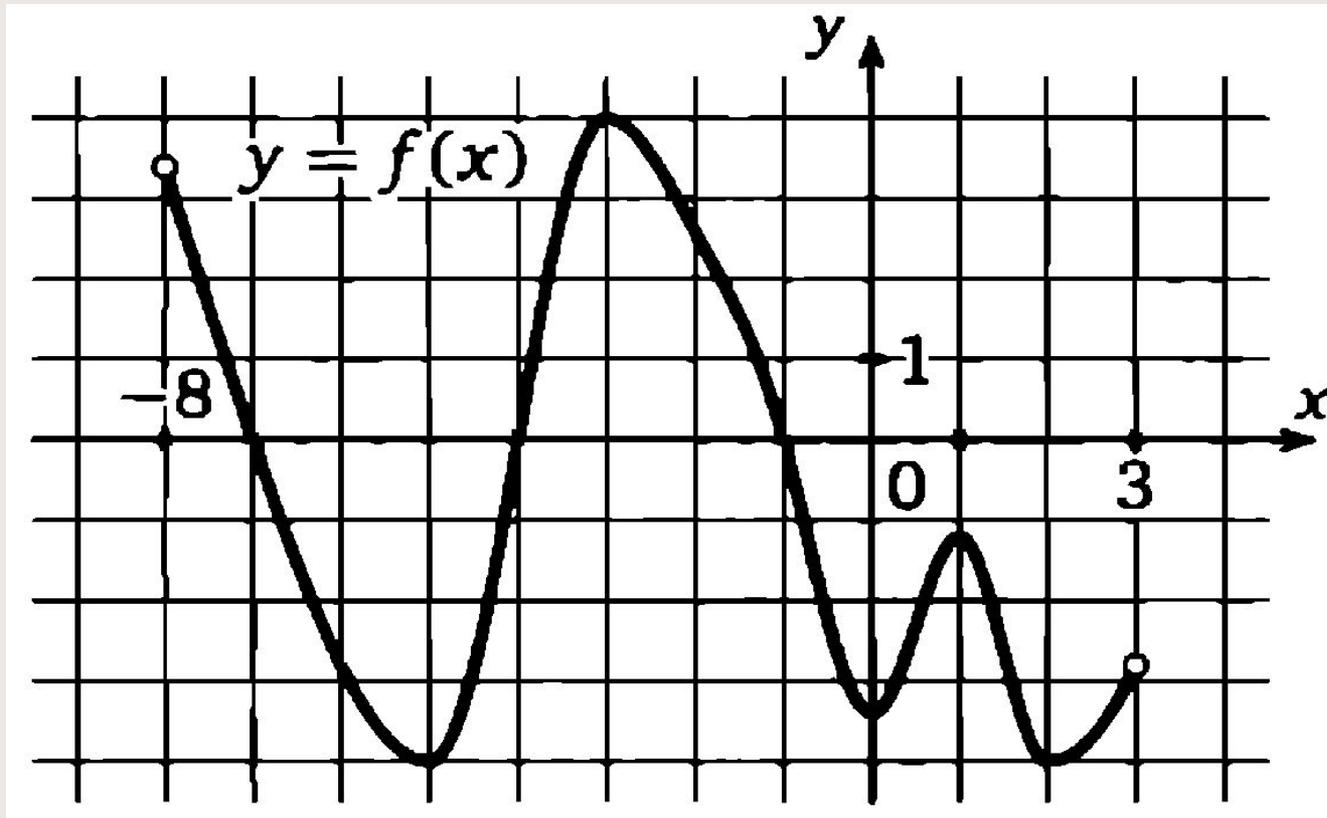
$-5 \sin x - 4x$

7.  $f(x) = 4 \operatorname{tg} x + 10$

$4 \sqrt{\cos^2 x}$

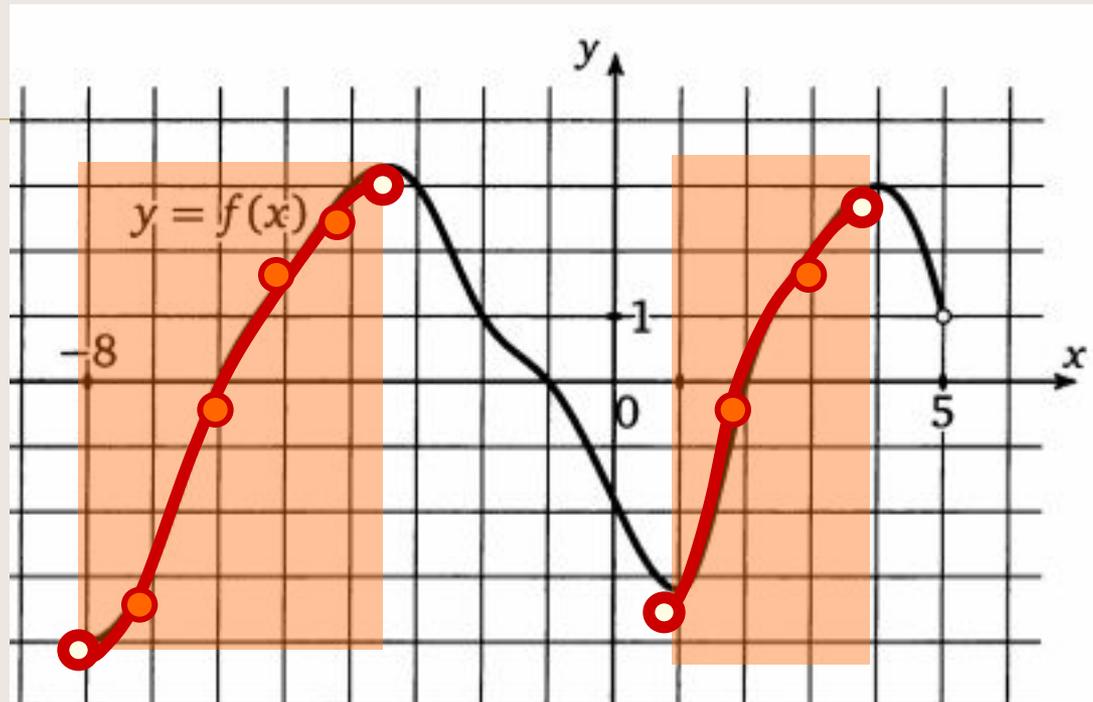


На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$ , определенной на интервале  $(-8; 3)$ .

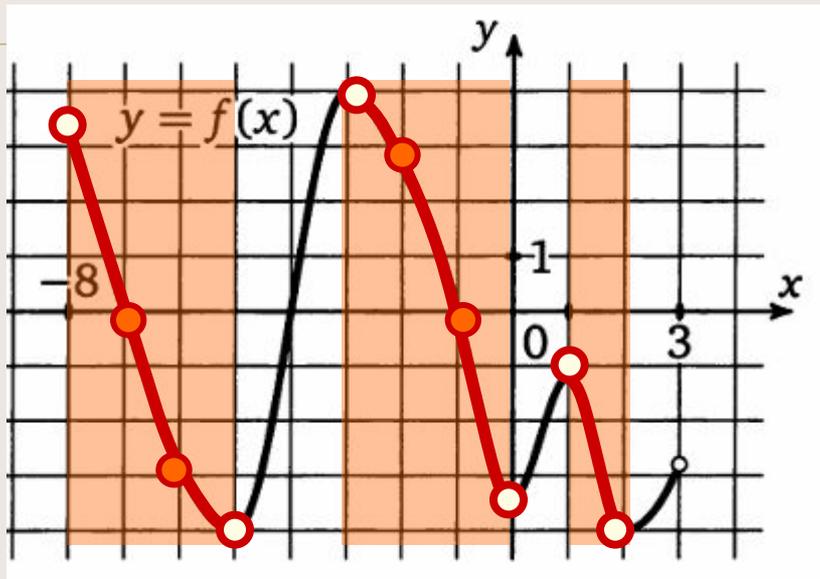




Ответ: 6.



На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-8; 5)$ . Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-8; 3)$ . Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

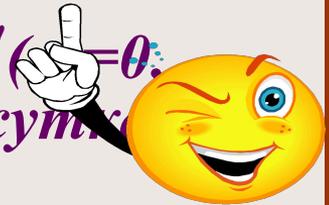
Ответ: 4.



**Теорема 1.** Если во всех точках открытого промежутка  $X$  выполняется неравенство  $f'(x) \geq 0$  (причем равенство  $f'(x) = 0$  выполняется лишь в изолированных точках), то функция  $y = f(x)$  возрастает на промежутке  $X$ .

**Теорема 2.** Если во всех точках открытого промежутка  $X$  выполняется неравенство  $f'(x) \leq 0$  (причем равенство  $f'(x) = 0$  выполняется лишь в изолированных точках), то функция  $y = f(x)$  убывает на промежутке  $X$ .

**Теорема 3.** Если во всех точках открытого промежутка  $X$  выполняется равенство  $f'(x) = 0$ , то функция  $y = f(x)$  постоянна на промежутке  $X$ .



*Пример: Исследовать на монотонность функцию  $y=2x^3+3x^2 - 1$ .*

**Исследовать функцию на монотонность – это значит выяснить, на каких промежутках области определения функция возрастает, а на каких – убывает. Согласно теоремам 1 и 2, это связано со знаком производной.**



**Найдем производную функции  $y=2x^3+3x^2 - 1$ .**

$$f'(x) = 6x^2 + 6x = 6x(x+1)$$



*Если функция непрерывна не только на открытом промежутке, но и в его конечных точках (именно так обстоит дело для заданной функции), эти конечные точки включают в промежуток монотонности функции.*

**Ответ:** функция возрастает  $x \in (-\infty; -1]$ ,  
 $[0; +\infty)$ , функция убывает  $x \in [-1; 0]$

• *Алгоритм исследования непрерывной функции  $y=f(x)$  на монотонность .*

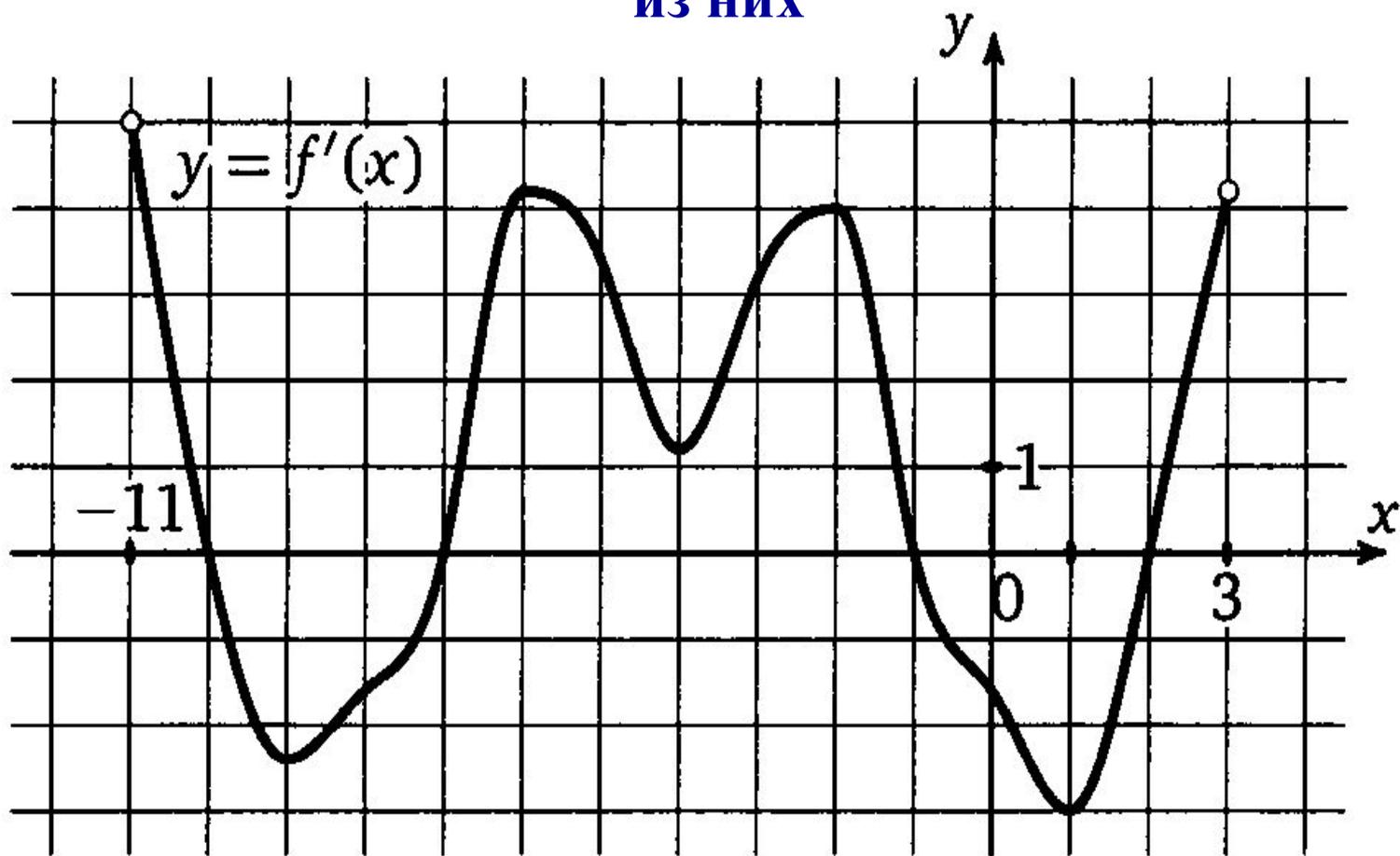
*1) Найти производную  $f'(x)$ .*

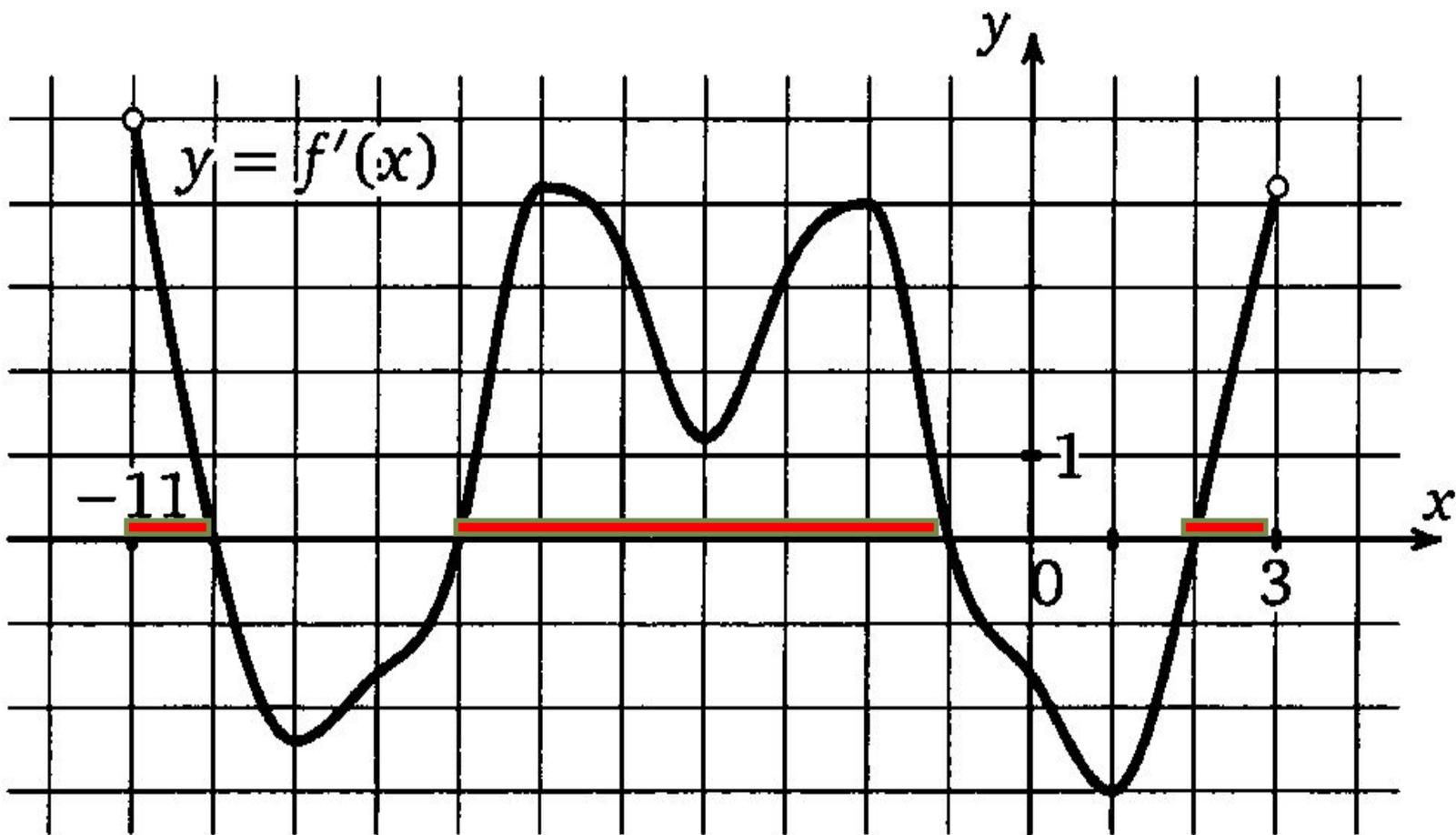
*2) Найти стационарные ( $f'(x)=0$ ) точки функции  $y=f(x)$ .*

*3) Отметить стационарные точки на числовой прямой и определить знаки производной на получившихся промежутках.*

*4) На основании теорем сделать выводы о монотонности функции.*

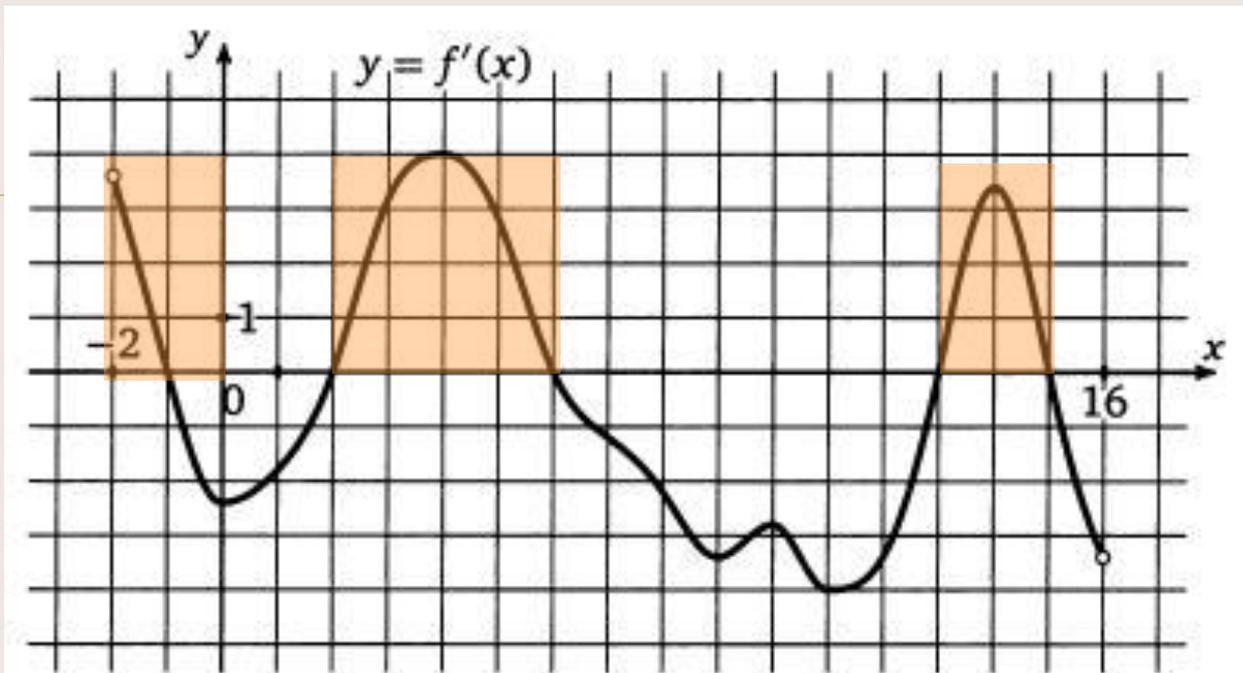
На рисунке изображен график производной функции  $y=f(x)$ , определенной на интервале  $(-11; 3)$ . Найти промежутки возрастания функции. В ответе указать длину наибольшего из них





Ответ: 6

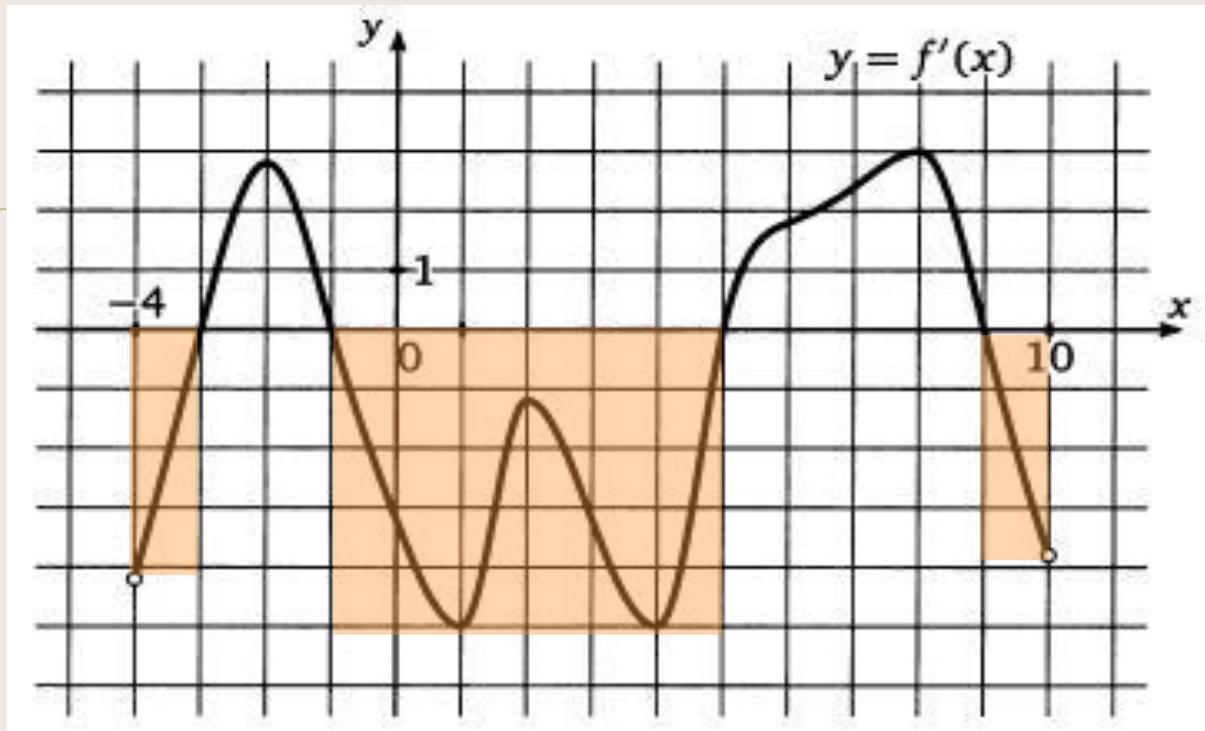
1



На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(x_1; x_2)$ . Найдите промежутки возрастания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.

Ответ: 4 .

2



На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(x_1; x_2)$ . Найдите промежутки убывания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.

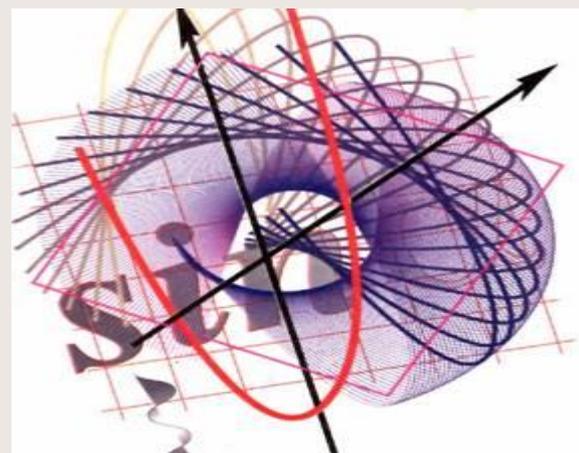
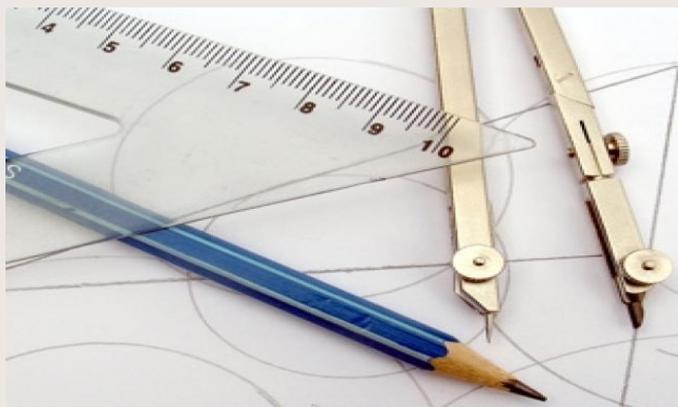
Ответ: 6 .

# Самостоятельная работа.

Ф. Ф. Лысенко « Подготовка к ЕГЭ- 2015»  
стр. 196-197 № 249, 248, 247

Дополнительно: стр. 192-193

№ 236, 233, 234

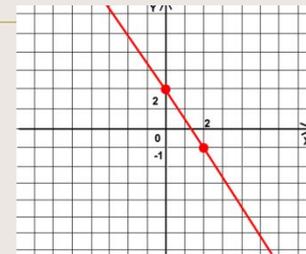
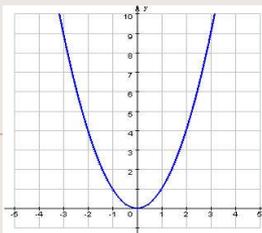


# Итоги урока

- Какова связь между характером монотонности функции и знаком её производной ?
- Алгоритм исследования функций на монотонность.
- Какие типы задач ЕГЭ мы рассмотрели?



# Домашнее задание



П. 30, стр. 179

№ 30.12(В,Г)  
30.13(В,Г)

