

ГИА 2019.
Модуль «АЛГЕБРА»
№12

Модуль «Алгебра» №12

Преобразуйте в многочлен выражение $(a+b)^2(a-b)^2$.
Найдите значение многочлена при $a = \sqrt{5}$ и $\sqrt{2}$.

1 способ:

$$\begin{aligned}(a+b)^2(a-b)^2 &= (a^2+2ab+b^2)(a^2-2ab+b^2) = \\ &= \cancel{a^4} - \cancel{2a^3b} + \underline{a^2b^2} + \cancel{2a^3b} - \underline{4a^2b^2} + \cancel{2ab^3} + \underline{a^2b^2} - \cancel{2ab^3} + b^4 = \\ &= a^4 - 2a^2b^2 + b^4\end{aligned}$$

2 способ:

$$(a+b)^2(a-b)^2 = (a+b)(a-b) \cdot (a+b)(a-b) = (a^2-b^2)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$$

$$(\sqrt{5})^4 - 2(\sqrt{5})^2(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^4 = 25 - 2 \cdot 5 \cdot 2 + 4 = 9$$



Ответ: 9



Модуль «Алгебра» №12

Сократите дробь $\frac{a^2 - b^2}{(a + b)^2}$.

Найдите значение выражения при $a = 3,05$ и $b = -1\frac{1}{20}$

$$\frac{a^2 - b^2}{(a + b)^2} = \frac{(a - b)(a + b)}{(a + b)(a + b)} = \frac{a - b}{a + b}$$

$$b = -1\frac{1}{20} = -1,05$$

$$\frac{3,05 - (-1,05)}{3,05 + (-1,05)} = \frac{3,05 + 1,05}{3,05 - 1,05} = \frac{4,1}{2} = 2,05$$



Ответ: 2,05



Модуль «Алгебра» №12

Найдите значение выражения при $u = 7 + \sqrt{5}$; $v = 7 - \sqrt{5}$.

$$(u + 2v + \frac{v^2}{u}) : (1 + \frac{v}{u})$$

$$1) u + 2v + \frac{v^2}{u} = \frac{u^2 + 2uv + v^2}{u} = \frac{(u + v)^2}{u}$$

$$2) 1 + \frac{v}{u} = \frac{u + v}{u}$$

$$3) \frac{(u + v)^2}{u} : \frac{u + v}{u} = \frac{(u + v)^2}{\cancel{u}} \cdot \frac{\cancel{u}}{u + v} = u + v$$

$$4) (7 + \sqrt{5}) + (7 - \sqrt{5}) = 7 + \cancel{\sqrt{5}} + 7 - \cancel{\sqrt{5}} = 14$$



Ответ: 14.



Модуль «Алгебра» №12

Найдите значение выражения при

$$a = \sqrt{6}; \quad b = \sqrt{8}; \quad c = \sqrt{6}; \quad d = \sqrt{2}.$$

$$\frac{a^3b^3 - (cd)^3}{ab - cd}$$

$$1) \frac{a^3b^3 - (cd)^3}{ab - cd} = \frac{(ab)^3 - (cd)^3}{ab - cd} = \frac{(ab - cd)((ab)^2 + abcd + (cd)^2)}{ab - cd} =$$

$$= (ab)^2 + abcd + (cd)^2$$

$$2) (\sqrt{6}\sqrt{8})^2 + \sqrt{6}\sqrt{8}\sqrt{6}\sqrt{2} + (\sqrt{6}\sqrt{2})^2 = \img alt="right arrow" data-bbox="598 634 658 709"/> \img alt="right arrow" data-bbox="671 634 731 709"/>$$

$$= 6 \cdot 8 + \sqrt{6 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 2} + 6 \cdot 2 = 48 + 6 \cdot 4 + 12 = 84$$



Ответ: 84.



№

12

Упростите выражение $\frac{5x^2}{x-1} - 5x$ и найдите его значение

при $x = \frac{1}{3}$. В ответ запишите найденное значение.

$$\frac{5x^2}{x-1} - 5x = \frac{5x^2 - 5x(x-1)}{x-1} = \frac{5x}{x-1}$$

$$\text{При } x = \frac{1}{3}: \frac{5}{\frac{1}{3}-1} = \frac{5}{\frac{1}{3}} : \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{5}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{5}{2} = -2,5$$

Ответ: -2,5

Пример задания Найдите значение выражения

$$(7x - 9)(7x + 9) - 49x^2 + 2x + 75 \quad \text{при } x = 23,45.$$

Решение. Сначала упростим данное выражение, применив формулу разности квадратов и приведя подобные слагаемые:

$$(7x - 9)(7x + 9) - 49x^2 + 2x + 75 = 49x^2 - 81 - 49x^2 + 2x + 75 = 2x - 6.$$

При $x = 23,45$ искомое значение равно $2 \cdot 23,45 - 6 = 46,9 - 6 = 40,9$.

Ответ: 40,9.

ГИА 2019.
Модуль «АЛГЕБРА»
№14

Модуль «Алгебра» №14

Решите неравенство $7+2(x-4)\geq x+4$.

$$7 + 2(x - 4) \geq x + 4$$

$$7 + 2x - 8 \geq x + 4$$

$$2x - x + 7 - 4 \geq 0$$

$$x \geq -3$$



Ответ: $[-3; +\infty)$



Модуль «Алгебра» №14

Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 4 - 4x < -1 \\ 5x - 3 > -2. \end{cases}$$

$$4 - 4x < -1$$

$$5x - 3 > -2$$

$$-4x < -1 - 4$$

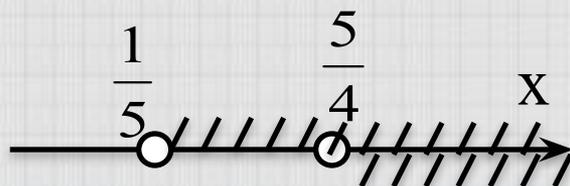
$$5x > -2 + 3$$

$$-4x < -5 \quad | :(-4)$$

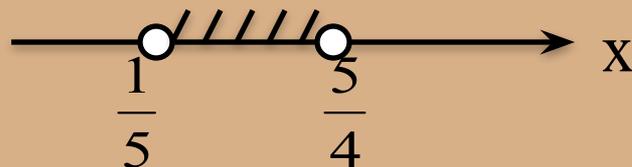
$$5x > 1 \quad | :5$$

$$x > \frac{5}{4}$$

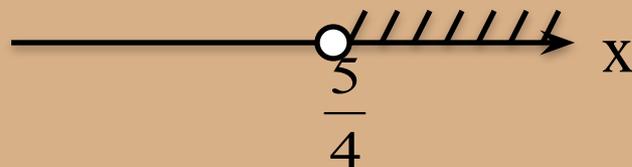
$$x > \frac{1}{5}$$



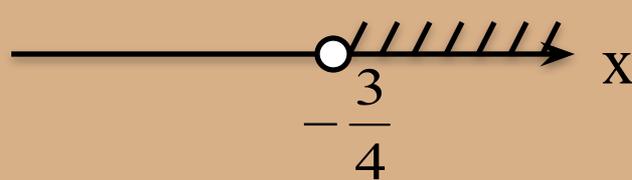
1)



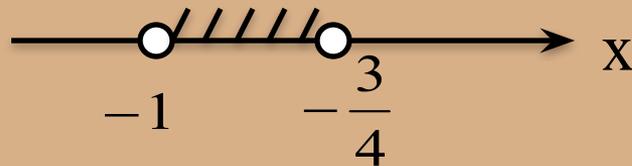
2)



3)



4)



Ответ: 2.



Модуль «Алгебра» №14

Решите неравенство $x^2+4x-12>5x$.

$$x^2 + 4x - 12 > 5x \Rightarrow x^2 - x - 12 > 0$$

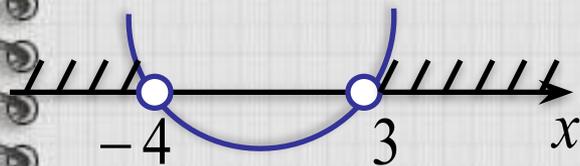
Рассмотрим соответствующую функцию $y=x^2-x-12$.

Её график – парабола, ветви направлены вверх ($a>0$).

Найдем нули функции (абциссы точек пересечения графика с осью Ox).

$$x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow x_1 = -4; \quad x_2 = 3$$

Изобразим геометрическую модель решения неравенства.



Т.к. неравенство содержит знак «больше 0», то на рисунке надо взять промежуток, где часть графика выше оси Ox .

1) $(-\infty; -8), (4; +\infty)$

2) $(-\infty; -4), (3; +\infty)$

3) $(-\infty; -3), (4; +\infty)$

4) $(4; +\infty)$



Ответ: 2.



Модуль «Алгебра» №14

Решите неравенство $-2x^2 - 5x \geq -3$.

$$-2x^2 - 5x \geq -3 \quad \Rightarrow \quad -2x^2 - 5x + 3 \geq 0$$

Рассмотрим соответствующую функцию $y = -2x^2 - 5x + 3$.

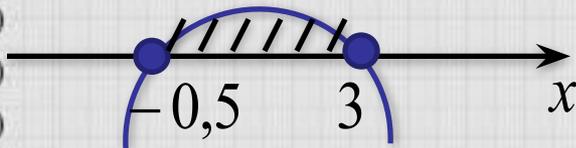
Её график – парабола, ветви направлены вниз ($a < 0$).

Найдем нули функции (абсциссы точек пересечения графика с осью Ox).

$$-2x^2 - 5x + 3 = 0 \quad x_1 = -0,5; \quad x_2 = 3$$

Изобразим геометрическую модель решения неравенства.

Т.к. неравенство содержит знак «больше 0», то на рисунке надо взять промежуток, где часть графика выше оси Ox .



Ответ: $[-0,5; 3]$.



Модуль «Алгебра» №14

Решите неравенство $(x+2)(x-5) > 0$

$$(x+2)(x-5) > 0$$

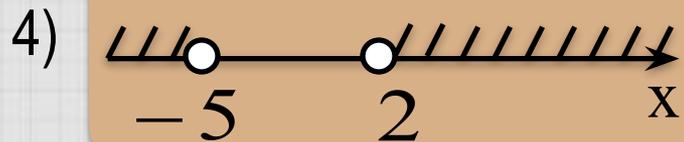
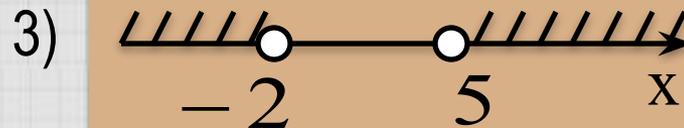
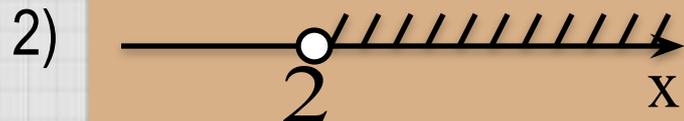
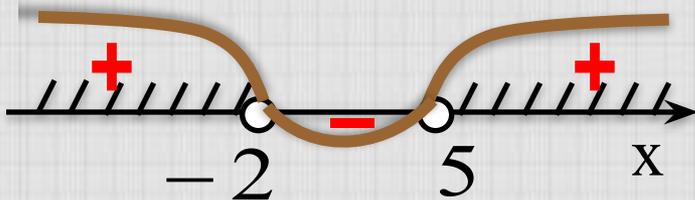
Рассмотрим соответствующую функцию

$y = (x+2)(x-5)$. Найдем нули этой функции:

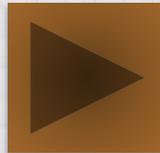
$$(x+2)(x-5) = 0$$

$$x_1 = -2; \quad x_2 = 5$$

Схематически изобразим точки на числовой прямой:



Ответ: 3.



Модуль «Алгебра» №14

Решите неравенство $2x(x+13) \leq 0$

$$2(x-0)(x+13) \leq 0 \quad | :2$$

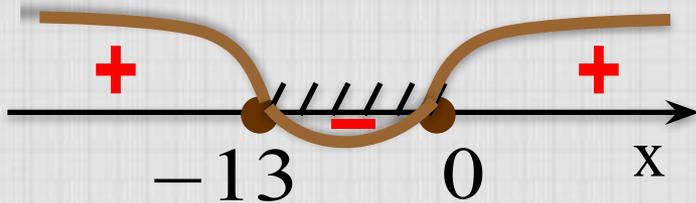
Рассмотрим соответствующую функцию

$y = (x-0)(x+13)$. Найдем нули этой функции:

$$(x-0)(x+13) = 0$$

$$x_1 = 0; \quad x_2 = -13$$

Схематически изобразим точки на
числовой прямой:

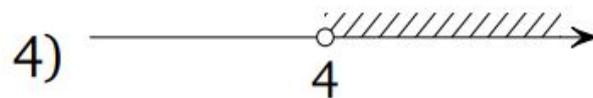
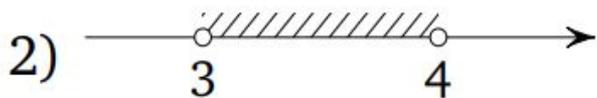
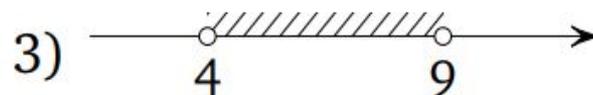
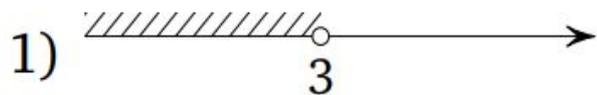


Ответ: 4.



Пример задания Укажите множество решений системы неравенств

$$\begin{cases} 36 - 4x > 0, \\ 11 - 5x < -9. \end{cases}$$



Р е ш е н и е. Первое неравенство приводится к виду $4x < 36$, откуда $x < 9$. Второе неравенство приводится к виду $-5x < -20$, откуда $x > 4$. Значит, множеством решений данной системы является промежуток $(4; 9)$, изображённый на рисунке 3.

Ответ: 3.

№

14

Решите неравенство $12x - 13 \geq 7 - 4x$.

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) $x \geq 1$ 2) $x \geq \frac{5}{4}$ 3) $x \leq \frac{5}{4}$ 4) $x \geq 0,8$

$$12x - 13 \geq 7 - 4x$$

$$12x + 4x \geq 7 + 13$$

$$16x \geq 20$$

$$x \geq \frac{20}{16}$$

$$x \geq \frac{5}{4}$$

Ответ: 2