

Метод анализа иерархий (МАИ)

- 1. Характеристика и назначение метода МАИ**
- 2. Определение иерархической структуры**
- 3. Этапы проведения**
- 4. Расстановка приоритетов**
- 5. Обработка и анализ результатов**

Сущность и назначение

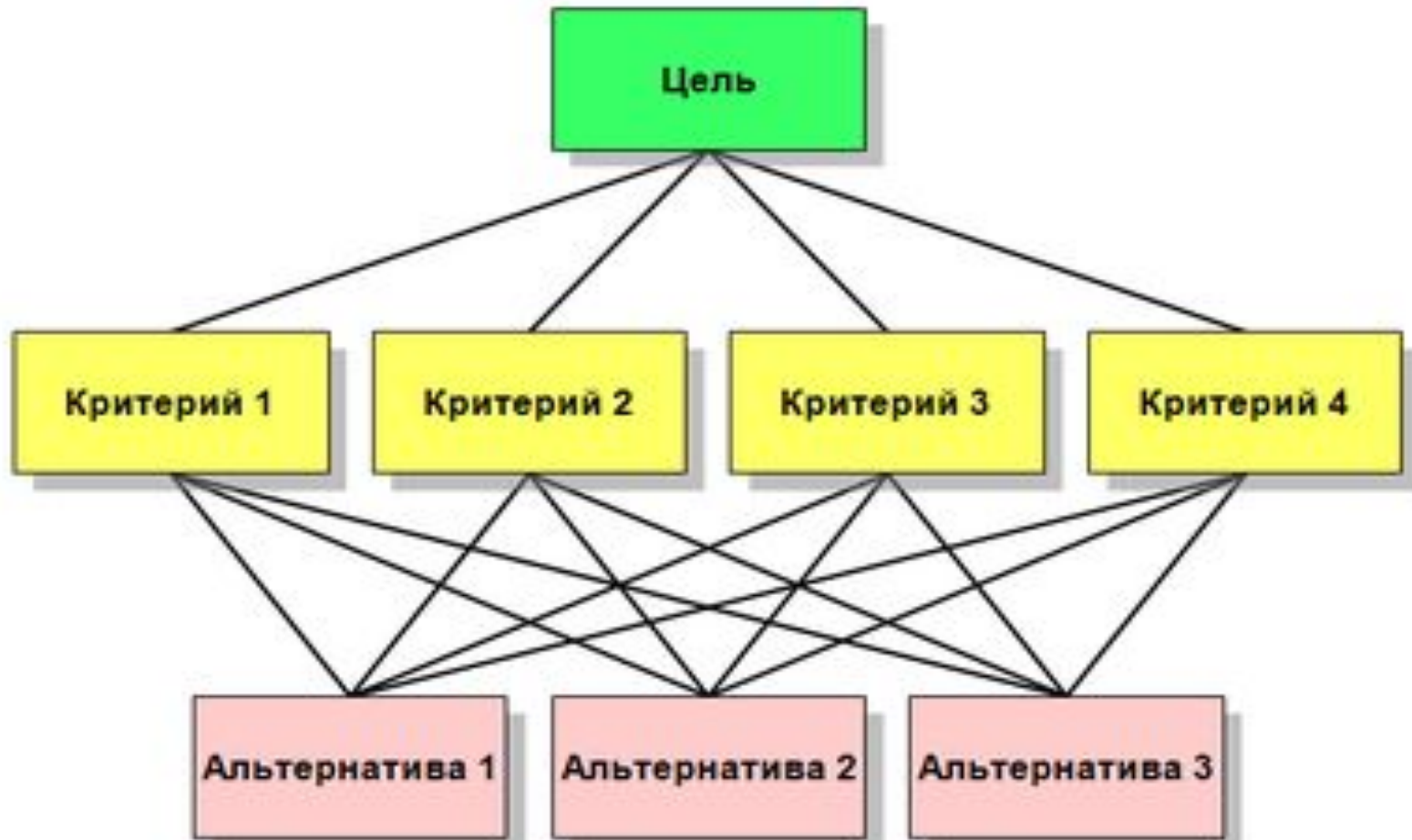
При этом методе формируется так называемый перекрестный граф проблемы, общий вид которого приведен на рис.1.

Исходя из логики этого графа осуществляется, например, оценка технического уровня изделия.

Общий алгоритм метода анализа иерархий освещен в работе его автора [Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий] и российских последователей [Андрейчиков А.В. , Чернышева Т.Ю.].

Согласно алгоритму метода формируется ряд матриц попарного экспертного сравнения: самих потребительских свойств (частных характеристик технического уровня) изделий; изделий по отношению каждого свойства. Полученные матрицы соответственно обрабатываются.

Декомпозиция задачи в иерархию представлена на рисунке:



Характеристика и назначение метода МАИ

Иерархические структуры, используемые в МАИ, представляют собой инструмент для качественного моделирования сложных проблем.

Вершиной иерархии является главная цель; элементы нижнего уровня представляют множество вариантов достижения цели (альтернатив);

элементы промежуточных уровней соответствуют критериям или факторам, которые связывают цель с альтернативами.

Определение иерархической структуры

Иерархическая структура — это графическое представление проблемы в виде перевернутого дерева, где каждый элемент, за исключением самого верхнего, зависит от одного или более выше расположенных элементов.

Часто в различных организациях распределение полномочий, руководство и эффективные коммуникации между сотрудниками организованы в иерархической форме.

Определение иерархической структуры

Когда мы решаем сложную проблему, мы можем использовать иерархию как инструмент для обработки и восприятия больших объемов информации.

По мере проектирования этой структуры у нас формируется все более полное понимание проблемы.

Характеристика и назначение метода МАИ

Существуют специальные термины для описания иерархической структуры МАИ.

Каждый уровень состоит из узлов.

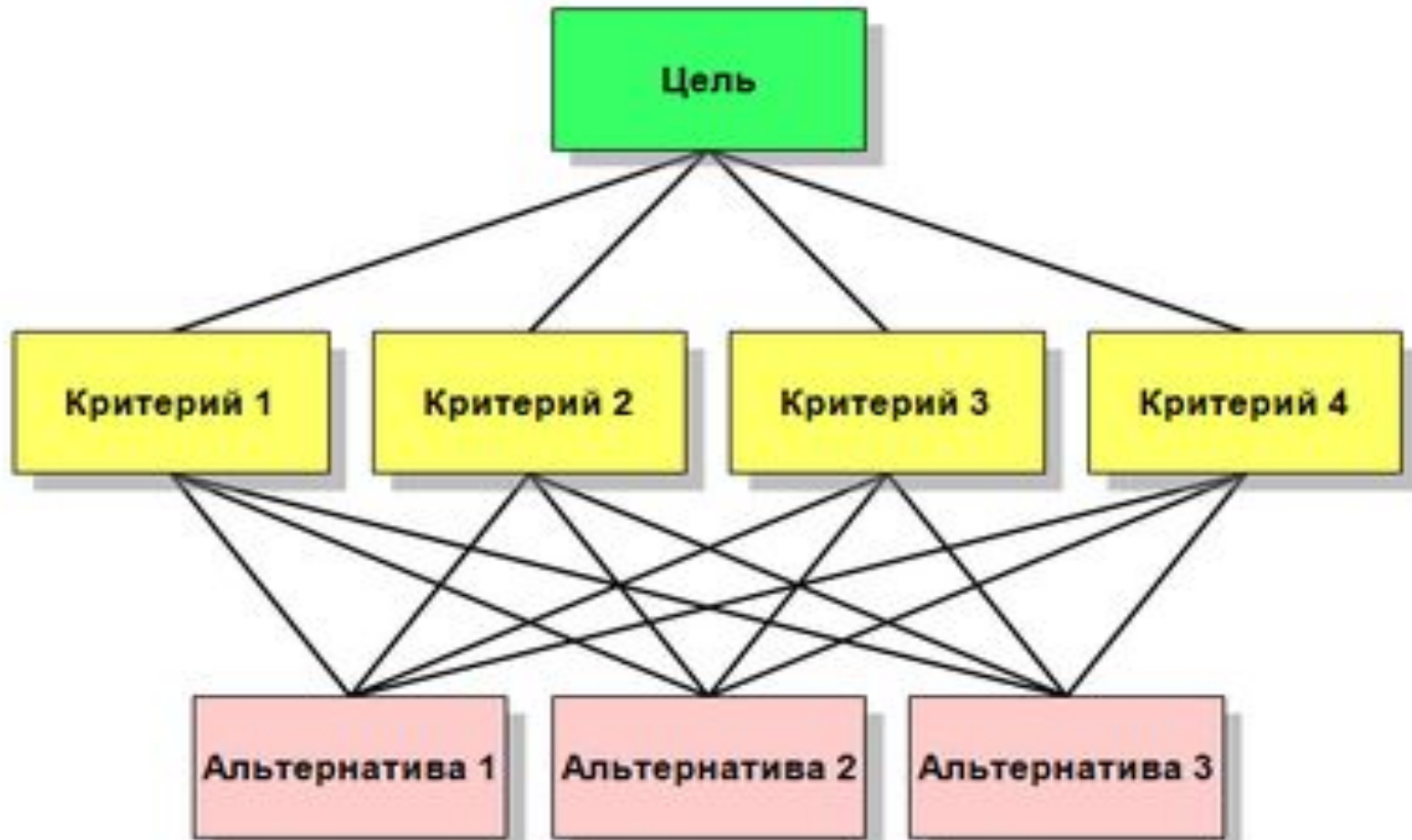
Элементы, исходящие из узла, принято называть его детьми (дочерними элементами).

Элементы, из которых исходит узел, называются родительскими.

Группы элементов, имеющие один и тот же родительский элемент, называются группами сравнения.

Родительские элементы Альтернатив, как правило, исходящие из различных групп сравнения, называются покрывающими Критериями.

Декомпозиция задачи в иерархию представлена на рисунке:



Характеристика и назначение метода МАИ

Используя эти термины для описания представленной ниже диаграммы, можно сказать, что:

- четыре Критерия — это дети Цели;
- в свою очередь, Цель — это родительский элемент для любого из Критериев.

Каждая Альтернатива — это дочерний элемент каждого из включающих ее Критериев.

Всего на диаграмме присутствует две группы сравнения: группа, состоящая из четырех Критериев и группа, включающая три Альтернативы.

Основные этапы метода

Первый шаг МАИ — построение иерархической структуры, объединяющей цель выбора, критерии, альтернативы и другие факторы, влияющие на выбор решения.

Построение такой структуры помогает проанализировать все аспекты проблемы и глубже вникнуть в суть задачи.

Определение иерархической структуры

Иерархические структуры используются для лучшего понимания сложной реальности: мы раскладываем исследуемую проблему на составные части; затем разбиваем на составные части получившиеся элементы и т. д.

На каждом шаге важно фокусировать внимание на понимании текущего элемента, временно абстрагируясь от всех прочих компонентов.

При проведении подобного анализа приходит понимание всей сложности и многогранности исследуемого предмета.

Расстановка приоритетов

- После построения иерархии участники процесса используют МАИ для определения приоритетов всех узлов структуры.
- Информация для расстановки приоритетов собирается со всех участников и математически обрабатывается.
- В данном разделе приведена информация, на простом примере поясняющая процесс вычисления приоритетов

Расстановка приоритетов

Приоритеты — это числа, которые связаны с узлами иерархии.

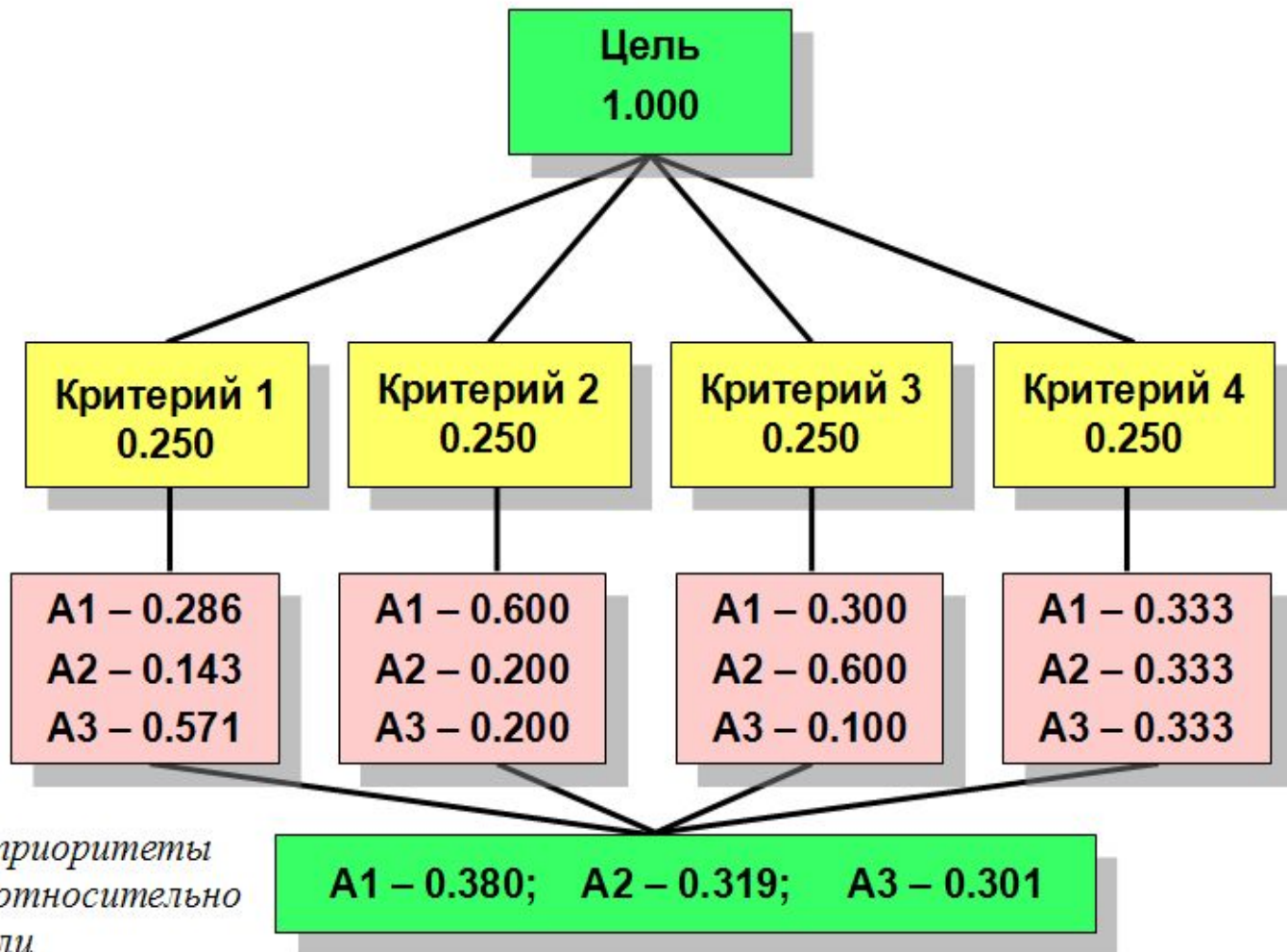
Они представляют собой относительные веса элементов в каждой группе.

Подобно вероятностям, приоритеты — безразмерные величины, которые могут принимать значения от нуля до единицы.

Чем больше величина приоритета, тем более значимым является соответствующий ему элемент.

Сумма приоритетов элементов, подчиненных одному элементу выше лежащего уровня иерархии, равна единице. Приоритет цели по определению равен 1.0.

Перекрестный граф проблемы



МАИ имеет преимущество перед другими методами в том, что эксперту требуется производить сравнение только двух факторов, причем на качественном уровне.

При этом наличие остальных факторов не влияет на ход сравнения, т.е. они считаются статистически независимыми.

Это психологически существенно легче, чем непосредственно расставлять весовые коэффициенты или производить ранжирование, поскольку в этих случаях необходимо держать в голове все факторы одновременно.

Следовательно, и результаты парного сравнения будут более адекватными существующим зависимостям между компонентами системы

При использовании метода анализа иерархий для нахождения весовых коэффициентов влияющих факторов критерием качества работы эксперта является так называемый *индекс согласованности* (ИС), который дает информацию о степени нарушения численной (кардинальной) и транзитивной (порядковой) согласованности.

Для выполнения условий согласованности в матрицах парных сравнений используются обратные величины $a_{ji}=1/a_{ij}$ вместо традиционно используемых при построении интервальных шкал величин $a_{ji}=- a_{ij}$. Отсутствие согласованности может быть серьезным ограничивающим фактором для исследования

Вместе с матрицей парных сравнений мы имеем меру оценки степени отклонения от согласованности.

Когда такие отклонения превышают установленные пределы, следует перепроверить суждения о матрице.

ИС в каждой матрице и для всей иерархии можно приближенно оценить, используя формулу:

$$ИС = \lambda - n / n - 1$$

Где λ - собственное число матрицы,

n - число сравниваемых элементов (влияющих факторов).

Однако непосредственно ИС в качестве критерия использовать не совсем удобно, поскольку он дает сравнение результатов работы экспертов между собой.

Поэтому используют величины *Средние согласованности (СС)*.

Универсальный критерий можно получить путем сравнения ИС с величиной, полученной при случайном выборе количественных суждений из шкалы 1/9, 1/8, ..., 1, 2, ..., 9, но при образовании обратносимметричной матрицы.

Средние согласованности (СС) для случайных матриц разного порядка приведены в таблице.

Если разделить ИС на СС для матрицы того же порядка, то получим *отношение согласованности (ОС)*:

$$\text{ОС} = \text{ИС} / \text{СС} * 100\%$$

Средние согласованности (СС) для случайных матриц разного порядка

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
СС	0	0	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

Качество альтернативы оценивается по величине ОС.

Величина ОС должна быть порядка 10% или менее, чтобы быть приемлемой. В некоторых случаях можно допустить 20%, но не более.

Если ОС выходит из этих пределов, то результаты работы таких экспертов должны быть исключены из рассмотрения

Таким образом при разработке классификационных моделей, основанных на количественном сравнении влияющих факторов, большое значение имеет организация процедуры экспертного опроса. С целью повышения надежности весовых коэффициентов влияющих факторов представляется целесообразным рассчитывать их методом анализа иерархий, а качество работы экспертов оценивать на основании проверки согласованности их суждений количественными методами, не зависящими от качества работы других участников опроса.

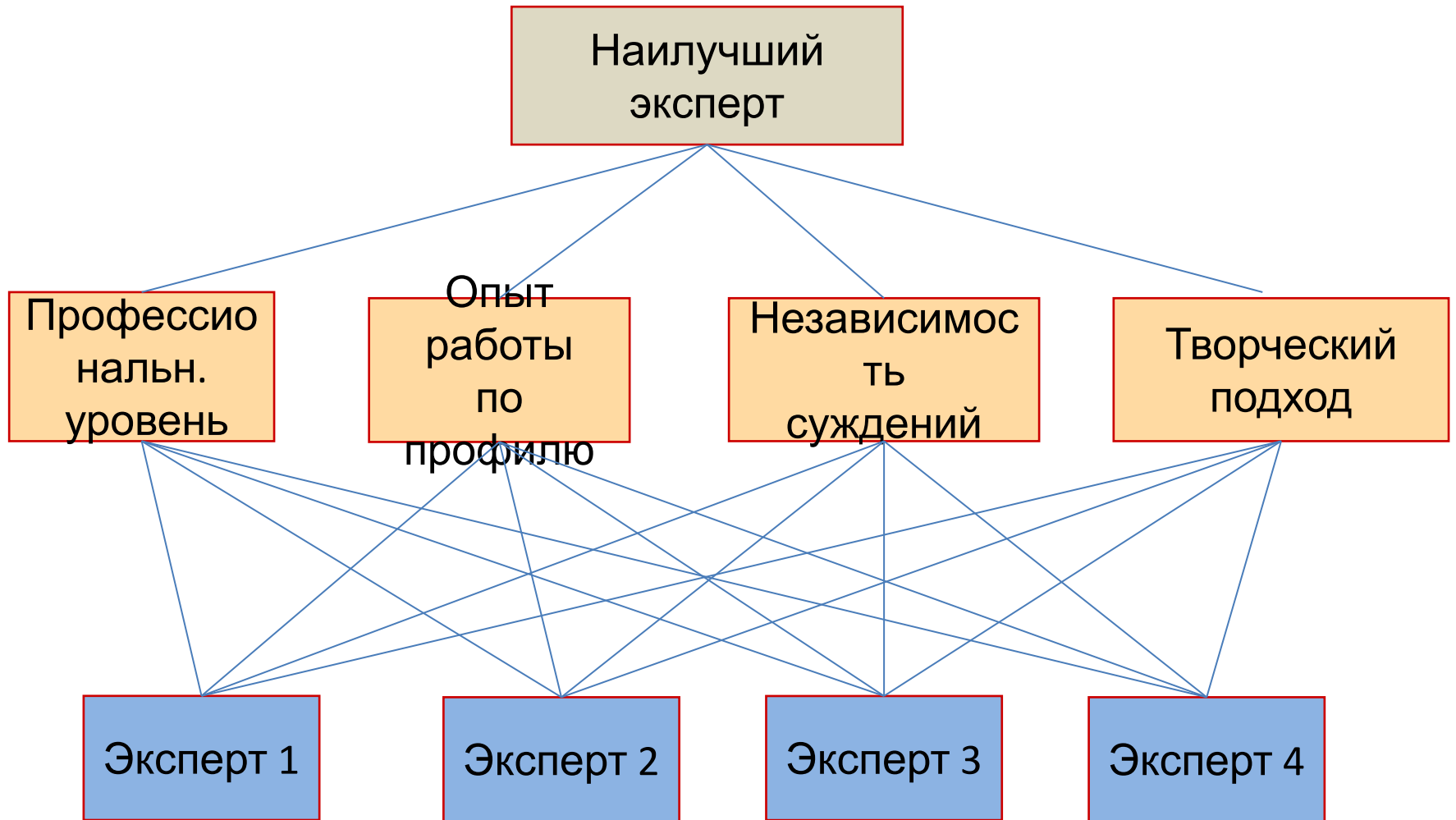
Пример: Иерархический подход к оценке экспертов (применение метода МАИ)

Исходное условие:

- Даны четыре кандидатуры в эксперты;
- Сформулированы критерии их годности.

Необходимо выбрать из них наилучшего по всем критериям.

Иерархия ранжирования экспертов



Необходимо заметить, что каждый из перечисленных факторов имеет разную степень значимости. Соответственно, на первом этапе необходимо оценить значимость каждого из критериев с точки зрения членов экспертной группы.

Этап 1 – Определение значимости критериев

- Для этого строится матрица парных сравнений критериев. Использ. 5-балльная шкала.

Пример такой матрицы представлен ниже:

Этап 1 – Определение значимости критериев

Веса критериев оценки эксперта

Критерий	K1	K2	K3	K4	A срг	W
K1	1,000	3,000	5,000	3,000	2,590	0,5394
K2	0,333	1,000	3,000	1,000	1,000	0,2082
K3	0,200	0,333	1,000	0,333	0,386	0,0804
K4	0,333	1,000	3,000	1,000	1,000	0,2082
Сумма	1,867	5,333	12,000	5,333	4,976	1,0363

Шкала отношений (степени значимости)

качества

Степень значимости	Определение	Пояснение
1	Одинаковая значимость	Два кандидата имеют одинаковое по уровню качество
2	Некоторое преобладание значимости качества одного специалиста над другим (слабая значимость)	Разница в уровне качества кандидатов равна одному баллу
3	Существенная или сильная значимость	Разница в уровне качества кандидатов равна двум баллам
4	Очевидная или очень сильная значимость	Разница в уровне качества кандидатов равна трем баллам
5	Абсолютная значимость	Разница в уровне качества кандидатов равна четырем баллам
Обратные величины	Если качеству кандидата i при сравнении с качеством кандидата j	Если согласованность качеств была

Через W_i , $i = 1, 2, 3, 4$, обозначены вектора приоритетов качеств специалистов.

$$W_i = K_i / \sum K_i, \text{ так } W_1 = 2,590 / 4,802 = 0,5394$$

Далее предлагается заполнить матрицы сравнений по каждому из критериев по отношению к экспертам

(например, для трёх экспертов, как показано в табл. 3.1, 3.2, 3.3, 3.4).

3.1 Матрица парных сравнений экспертов по критерию «Профессиональный уровень»

Эксперт	Э1	Э2	Э3	A срг	W
Э1	1,000	3,000	5,000	2,466	0,6369
Э2	0,333	1,000	3,000	1,000	0,2583
Э3	0,200	0,333	1,000	0,405	0,1047
Сумма	1,533	4,333	9,000	3,872	0,9999

3.2 Матрица парных сравнений экспертов по критерию «Опыт работы по профилю»

Эксперт	Э1	Э2	Э3	A срг	X или W
Э1	1,000	3,000	0,250	0,909	0,2446
Э2	0,333	1,000	0,200	0,405	0,1091
Э3	4,000	5,000	1,000	2,714	0,7307
Сумма	5,333	9,000	1,450	4,028	1,0844

3.3 Матрица парных сравнений экспертов по критерию «Независимость суждений»

Эксперт	Э1	Э2	Э3	А срг	Х или W
Э1	1,000	5,000	3,000	2,466	0,6369
Э2	0,200	1,000	0,333	0,405	0,1047
Э3	0,333	3,000	1,000	1,000	0,2583
Сумма	1,533	9,000	4,333	3,872	0,9999

3.4 Матрица парных сравнений экспертов по критерию «Творческий подход»

Эксперт	Э1	Э2	Э3	А срг	Х или W
Э1	1,000	2,000	1,000	1,260	<i>0,4000</i>
Э2	0,500	1,000	0,500	0,630	<i>0,2000</i>
Э3	1,000	2,000	1,000	1,260	<i>0,4000</i>
Сумма	2,500	5,000	2,500	3,150	<i>0,9999</i>

Значения элементов результирующего вектора приоритетов экспертов рассчитываются по формуле:

Сумма $W_{k1} * W_{э1k1} + W_{k2} * W_{э1k2} +$
 $+ W_{k3} * W_{э1k3} + W_{k4} * W_{э1k4}$,

Где $W_{k1}, W_{k2}, W_{k3}, W_{k4}$ – вектор приоритетов весов критериев;

$W_{э1k1}, W_{э1k2}, W_{э1k3}, W_{э1k4}$ - вектора приоритетов экспертов по каждому из критериев ($k1, k2, k3, k4$).

3.5 Матрица глобальных приоритетов

Эксп/ Крит	К1	К2	К3	К4	WW
Веса Критер	0,5205	0,2010	0,0776	0,2010	
Э1	0,6369	0,2256	0,6369	0,4000	
Э2	0,2583	0,1007	0,1047	0,2000	
Э3	0,1047	0,6739	0,2583	0,4000	