

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

| Номер пункта | Содержание материала | Количество часов |
|--------------|-------------------------|------------------|
| Глава I | Неравенства | 19 |
| Глава II | Приближенные вычисления | 12 |
| Глава III | Квадратные корни | 14 |
| Глава IV | Квадратные уравнения | 25 |
| Глава V | Квадратичная функция | 16 |
| Глава VI | Квадратные неравенства | 12 |
| Повторение | | 4 |
| | | |

**Биквадратные
уравнения**

**Дробно-
рациональные
уравнения**

**Квадратичная
функция**

**Квадратные
неравенства**

Квадратные уравнения

**Иррациональные
уравнения и
неравенства**

**Показательные
уравнения и
неравенства**

**Логарифмичес-
кие уравнения
и неравенства**

**Тригонометриче-
ские уравнения
и неравенства**

**Арифметическая
и геометрическая
прогрессии**

**Производная
(исследование
функции)**

**Интеграл
(нахождение
площадей фигур)**

Способы решения квадратных уравнений

Метод
выделения
полного
квадрата

Формула
корней
квадратного
уравнения

Формула
четного второго
коэффициента

По теореме
Виета

Разложение левой
части уравнения на
множители

Способ «переброски»
коэффициента

По свойству
коэффициентов

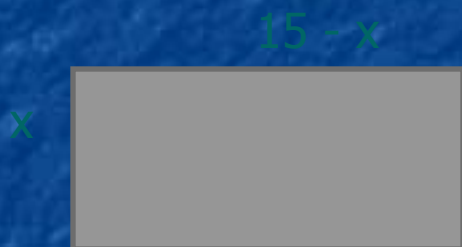
ПЛАНИРОВАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

| Номер пункта | Содержание материала | Количество часов 1 вариант | 2 вариант |
|--------------|--|-------------------------------|-----------|
| 25 | Квадратное уравнение и его корни | 2 | 1 |
| 26 | Неполные квадратные уравнения | 1 | 2 |
| 27 | Метод выделения полного квадрата | 1 | 1 |
| 28 | Решение квадратных уравнений | 4 | 4 |
| 29 | Приведенное квадратное уравнение. Теорема Виета | 2 | 3 |
| | <i>Другие способы решения квадратных уравнений</i> | | 2 |
| 30 | Уравнения, сводящиеся к квадратным | 3 | 3 |
| 31 | Решение задач с помощью квадратных уравнений | 4 | 3 |
| 32 | Решение простейших систем, содержащих уравнение второй степени | 3 | 3 |
| | Обобщающий урок | 1 | 2 |
| | Контрольная работа | 1 | 1 |

КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

■ Решите задачу:

Прямоугольный газон обнесён изгородью, длина которой 30 см. Площадь газона 56 кв. см. Найдите стороны газона.



$$x(15 - x) = 56$$

$$x^2 - 15x + 56 = 0$$

КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

ПОЛНЫЕ

НЕПОЛНЫЕ

КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

ПРИВЕДЕННЫЕ

НЕПРИВЕДЕННЫЕ

КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

- Запишите квадратное уравнение, у которого первый коэффициент 3, второй коэффициент -5, свободный член 2.
- Запишите квадратное уравнение, у которого первый коэффициент -7, второй коэффициент 2, свободный член 0.
- Запишите приведенное квадратное уравнение, у которого второй коэффициент и свободный член равны -2.
- Запишите неполное квадратное уравнение, у которого первый коэффициент равен -5, свободный член равен 7.
- Запишите приведенное неполное квадратное уравнение, у которого второй коэффициент равен 9.
- Запишите квадратное уравнение, если известны его коэффициенты: $a=2$, $b=3$, $c=-8$.
- Запишите квадратное уравнение, если известны его коэффициенты: $a=-1$, $b=0$, $c=9$.

$$3x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$-7x^2 + 2x = 0$$

$$x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$-5x^2 + 7 = 0$$

$$x^2 + 9x = 0$$

$$2x^2 + 3x - 8 = 0$$

$$-x^2 + 9 = 0$$

Неполные квадратные уравнения

| $b = 0, c \neq 0$ | | $b \neq 0, c = 0$ | $b = 0, c = 0$ |
|-------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------|----------------------|
| $ax^2 + c = 0$ | | $ax^2 + bx = 0$ | $ax^2 = 0, a \neq 0$ |
| $x^2 = -\frac{c}{a}$ | | $x(ax + b) = 0$ | $x^2 = 0$ |
| а и с имеют разные знаки | а и с имеют одинаковые знаки | <i>или</i> $x = 0$ $ax + b = 0$ | <i>1 корень</i> |
| 2 корня | Нет корней | <i>2 корня</i> | $x_{1,2} = 0$ |
| $x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$ | | $x = 0$ <i>или</i> $x = -\frac{b}{a}$ | |

Алгоритм решения неполных квадратных уравнений

Первый вид: $ax^2+bx=0$ (при $b \neq 0$)

| | | |
|----|---|----------------------------|
| 1. | Разложить на множители левую часть уравнения | $x(ax+b)=0$ |
| 2. | Произведение равно нулю тогда и только тогда, когда один из множителей равен нулю | $x=0$ или $ax+b=0$ |
| 3. | Решаем уравнения вида: $ax+b=0$ при $a \neq 0$ | $ax=-b$ $x = \frac{-b}{a}$ |

Второй вид: $ax^2+c=0$ (при $c \neq 0$)

| | | |
|----|--|--|
| 1. | Перенести свободный член уравнения в правую часть и разделить обе части уравнения на a | $x^2 = -\frac{c}{a}$ |
| 2. | Так как $c \neq 0$, то $-\frac{c}{a} \neq 0$ | |
| | если $-\frac{c}{a} > 0$, то уравнение имеет два корня | $x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$ и $x_2 = \sqrt{-\frac{c}{a}}$ |
| | если $-\frac{c}{a} < 0$, то уравнение не имеет корней. | |

Третий вид: $ax^2=0$ (при $a \neq 0$)

Разделить обе части уравнения на a , получим $x^2=0$. Уравнение имеет единственный корень.

$$x=0$$

РЕШЕНИЕ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

Формула корней:

$$D > 0 \quad \text{2 корня}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$D = 0 \quad \text{1 корень}$$

$$D < 0 \quad \text{Нет корней}$$

$$x_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{D}{4}}}{2a}$$

Алгоритм решения полных квадратных уравнений

$$ax^2+bx+c=0$$

| | | |
|----|---|--|
| 1. | Выполнить тождественные преобразования. | |
| 2. | Выписать коэффициенты. | |
| 3. | Вычислить дискриминант и сравнить его с нулём | $D=b^2-4ac$ |
| 4. | Если $D>0$, то уравнение имеет два корня | $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ |
| 5. | Если $D = 0$, то уравнение имеет один корень | $x = \frac{-b}{2a}$ |
| 6. | Если $D < 0$, то корней нет. | |

Задания для подготовки к ГИА

1. Пусть x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения $10x^2 + x - 1 = 0$

Не вычисляя x_1 и x_2 , найдите значение выражения $x_1^2x_2 + x_1x_2^2$.

2. Не находя корней x_1, x_2 квадратного уравнения $3x^2 - 2x - 6 = 0$

Вычислите значение выражения $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.

3. Пусть x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения $5x^2 + 3x - 1 = 0$

Не вычисляя x_1 и x_2 , найдите значение выражения $\frac{5 - 2x_1}{x_1} + \frac{5 + 3x_2}{x_2}$.

4. Пусть x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения $3x^2 + 7x - 5 = 0$.

Не вычисляя x_1 и x_2 , найдите значение выражения $\frac{9x_1^2x_2 + 9x_1x_2^2}{7x_1x_2}$.

5. Пусть x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения $3x^2 + 7x - 2 = 0$.

Не вычисляя x_1 и x_2 , найдите значение выражения $\frac{3x_1^2x_2^2 + 3x_1x_2^2}{x_1x_2}$.

Задания для подготовки к ЕГЭ

Составить квадратное уравнение, корни которого α и β удовлетворяют системе уравнений:

$$1) \begin{cases} \alpha^2 \beta + \alpha \beta^2 = 6, \\ \alpha \beta + \alpha + \beta = 5 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \log_3 \alpha + \log_3 \beta = 2 + \log_3 7, \\ \log_4 (\alpha + \beta) = 2 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} (\alpha + 1) (\beta + 1) = 10, \\ (\alpha + \beta) (\alpha \beta + 1) = 25 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \log_6 \sqrt{\alpha} + \log_6 \sqrt{\beta} = 6 \log_{36} 2, \\ \log_{64} (\alpha + \beta) = \frac{1}{2} \log_8 34 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} \log_8 \sqrt{\alpha} + \log_8 \sqrt{\beta} = 12 \log_{64} \sqrt{2} \\ \log_{64} (\alpha + \beta) = \frac{1}{2} \log_8 34 \end{cases}$$

ТЕОРЕМА ВИЕТА

x_1 и x_2 корни уравнения

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 x_2 = q$$

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

ОБРАТНАЯ ТЕОРЕМА

Для чисел x_1 , x_2 , p , q имеем: $x_1 + x_2 = -p$

$$x_1 x_2 = q$$

x_1 , x_2 корни уравнения $x^2 + px + q = 0$

Дано уравнение:

1 уровень

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

2 уровень

$$3x^2 - 8x - 15 = 0$$

Не решая уравнение, найти:

1) сумму корней

2) произведение корней

3) квадрат суммы корней

4) удвоенное произведение
корней

5) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

6) $x_1^2 + x_2^2$

7) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$

8) $x_1^3 + x_2^3$

9) $x_1^4 + x_2^4$

10) $x_1^4 x_2 + x_2^4 x_1$

СВОЙСТВО КОЭФФИЦИЕНТОВ

Решите уравнения:

1) $2010x^2 - 1995x - 15 = 0$

3) $2010x^2 - 1995x - 15 = 0$

2) $1996x^2 - 2010x + 14 = 0$

4) $2010x^2 - 1994x - 16 = 0$

| уравнение | сумма коэффициентов | x_1 | x_2 |
|---------------------|---------------------|-------|----------------|
| $x^2 + 4x - 45 = 0$ | 40 | 5 | -9 |
| $x^2 - 5x + 6 = 0$ | 2 | 2 | 3 |
| $2x^2 - 3x + 1 = 0$ | 0 | 1 | $\frac{1}{2}$ |
| $6x^2 - 5x - 1 = 0$ | 0 | 1 | $-\frac{1}{6}$ |
| $2x^2 + 3x - 5 = 0$ | 0 | 1 | -2,5 |

$$a+b+c=0$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = \frac{c}{a}$$

$$a-b+c=0$$

$$x_1 = -1 \quad x_2 = -\frac{c}{a}$$

самостоятельная работа

Самостоятельная работа (взаимопроверка)

Вариант 1

$$x^2 + 23x - 24 = 0,$$

$$2x^2 + x - 3 = 0,$$

$$-5x^2 + 4,4x + 0,6 = 0,$$

$$\frac{1}{3}x^2 + 2\frac{2}{3}x - 3 = 0.$$

Вариант 2

$$x^2 + 15x - 16 = 0,$$

$$5x^2 + x - 6 = 0,$$

$$-2x^2 + 1,7x + 0,3 = 0,$$

$$\frac{1}{4}x^2 + 3\frac{3}{4}x - 4 = 0.$$



Тест №1. Вариант 1.

1. Выберите среди квадратных уравнений приведенное.

$$3x^2 - 7x + 6 = 0 \quad (5),$$

$$x^2 - 3x - 2 = 0 \quad (1),$$

$$-x^2 - 2x + 1 = 0 \quad (4).$$

2. Для уравнения $7x^2 + 14x - 21 = 0$ приведенным является:

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \quad (5),$$

$$-x^2 - 2x + 3 = 0 \quad (6),$$

$$7x^2 + 14x - 21 = 0 \quad (7).$$

3. Сумма корней уравнения $x^2 - 5x - 6 = 0$ равна

$$-6 \text{ (2)}, \quad -5 \text{ (3)}, \quad 5 \text{ (4)}.$$

4. Произведение корней уравнения $x^2 + x - 2 = 0$ равно

$$-1 \text{ (2)}, \quad 2 \text{ (1)}, \quad -2 \text{ (0)}.$$

5. Какое из уравнений имеет корни противоположных знаков

$$x^2 - 0,4x - 1 = 0 \quad (-),$$

$$x^2 + 4x + 0,2 = 0 \quad (+),$$

$$x^2 - 3x + 48 = 0 \quad (*)?$$

Тест №1. Вариант 2.

1. Выберите среди квадратных уравнений приведенное.

$$4x^2 - 17x + 1 = 0 \quad (5),$$

$$x^2 + 8x - 2 = 0 \quad (1),$$

$$-x^2 - x + 1 = 0 \quad (4)?$$

2. Для уравнения $8x^2 - 24x + 16 = 0$ приведенным является

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \quad (6),$$

$$-x^2 + 3x - 2 = 0 \quad (5),$$

$$-8x^2 + 24x - 16 = 0 \quad (7).$$

3. Сумма корней уравнения $x^2 + 8x - 7 = 0$ равна

$$-7 \text{ (2)}, \quad -8 \text{ (0)}, \quad 8 \text{ (4)}.$$

4. Произведение корней уравнения $x^2 - 2x - 3 = 0$ равно

$$-3 \text{ (3)}, \quad 4 \text{ (1)}, \quad -2 \text{ (0)}.$$

5. Какое из уравнений имеет корни противоположных знаков

$$x^2 + 57x + 15,1 = 0 \quad (-),$$

$$x^2 - 4,1x + 3,5 = 0 \quad (+),$$

$$x^2 - 18x - 0,48 = 0 \quad (.)?$$

Тест №2.

1. Какое из данных уравнений является квадратным?

а) $9x^2 - 30x + 25 = -9x^2$

б) $(2x-1)^2 - 4x^2 = 13$

в) $3x + 5 = 7 - 8x$

2. Укажите коэффициенты квадратного уравнения:

$$\frac{1}{2}x - 7 = 3x^2$$

а) $a = \frac{1}{2}$ $b = -7$ $c = 3$

б) $a = -3$; $b = -\frac{1}{2}$; $c = -7$

в) $a = -3$; $b = 0,5$; $c = -7$

3. Дискриминант какого уравнения равен 25?

а) $3x^2 - 5x + 4 = 0$

б) $7x^2 + 9x + 2 = 0$

в) $x^2 + 18x + 81 = 0$

4. Какое из уравнений не имеет корней?

а) $x^2 + 2x - 15 = 0$

б) $7x^2 + 7x + 5 = 0$

в) $3x^2 - 10x + 3 = 0$

5. Укажите сумму и произведение корней уравнения:

$$x^2 + 20x + 36 = 0$$

а) $x_1 + x_2 = -20$; $x_1 \cdot x_2 = 36$

б) $x_1 + x_2 = 20$; $x_1 \cdot x_2 = 36$

в) $x_1 + x_2 = -20$; $x_1 \cdot x_2 = -36$

Контрольная работа

• Решить уравнения:

$$9x^2 = 4$$

$$8x^2 - 7x = 0$$

$$3x^2 + 4x + 5 = 0$$

$$12x^2 + 15x - 27 = 0$$

$$x^4 - 19x^2 + 48 = 0$$

$$\frac{10y}{9y^2 - 4} + \frac{y - 5}{3y + 2} = \frac{y - 3}{2 - 3y}$$

• Сократите дробь:

$$\frac{x^2 - 8x + 7}{x^2 - 1}$$

• Решите задачу:

Периметр прямоугольника равен 32 см. Найдите его стороны, если известно, что площадь прямоугольника равна 60 кв. см.

• В уравнении $x^2 + px - 18 = 0$ один из его корней равен -9. Найдите другой корень и коэффициент p